ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

“ELABORACIÓN DE UNA GUÍA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL POR EL MÉTODO GRÁFICO Y ANALÍTICO DIRIGIDO A LOS ESTUDIANTES DE PRIMERO DE BACHILLERATO”

Tesis presentada ante el Instituto de Postgrado y Educación Continua de la ESPOCH, como requisito parcial para la obtención del grado de

MAGÍSTER EN MATEMÁTICA BÁSICA

AUTOR: Gabriela Verónica Silva Cepeda

TUTOR: Dr. Mg. Marcelo Román

Riobamba – Ecuador

2015

CERTIFICACIÓN:

EL TRIBUNAL DE TESIS CERTIFICA QUE:

El trabajo de investigación titulado "ELABORACIÓN DE UNA GUÍA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL POR EL MÉTODO GRÁFICO Y ANALÍTICO DIRIGIDO A LOS ESTUDIANTES DE PRIMERO DE BACHILLERATO" de responsabilidad de Gabriela Verónica Silva Cepeda, ha sido prolijamente revisado y se autoriza su presentación.

Tribunal de Tesina:

	FIRMA	FECHA
Dr. Mg. Juan Vargas **PRESIDENTE**	______________________	______________________
Dr.Mg. Marcelo Román **DIRECTOR**	______________________	______________________
Dra. Mg. Angélica Urquizo **MIEMBRO**	______________________	______________________
Mat. Alberto Vilañez **MIEMBRO**	______________________	______________________
CORDINADOR SISBIB **ESPOCH**	______________________	______________________

Riobamba, abril 2015

DERECHOS INTELECTUALES

Yo Gabriela Verónica Silva Cepeda, declaro que soy responsable de las ideas, doctrinas y resultados expuestos en la presente Tesis/Tesina, y que el patrimonio intelectual generado por la misma pertenece exclusivamente a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Gabriela Silva

0604596692

DEDICATORIA

A Dios por darme la vida y permitir realizar mis sueños, A mis padres Rodrigo y Mariana que con su apoyo único he logrado realizar este trabajo. A mi pequeña hija Daniela Elisa quien ha sido y será motivación e inspiración para triunfar.

G. Verónica

AGRADECIMIENTOS

Un agradecimiento profundo a mi tutor Dr. Marcelo Román, que a lo largo de este tiempo supo dar a este trabajo una estructura y organización. Un agradecimiento los miembros del tribunal Dra. Angélica Urquizo, Mat. Alberto Vilañez por su orientación y apoyo para el desarrollo de la investigación. Al Dr. Baldovino Lamirata, un buen amigo y compañero que me ha brindado su consejo y apoyo incondicional.

ÍNDICE

ÍNDICE DE CUADROS

ÍNDICE DE FIGURAS

RESUMEN

Se investigó sí el uso de una guía didáctica de programación lineal mejora significativamente el nivel de aprendizaje y resolución de problemas por el método gráfico y analítico dirigido a los estudiantes de Primero de Bachillerato de la Unidad Educativa Combatientes de Tapi.

La metodología utilizada fue el método hipotético deductivo porque se partió de una hipótesis para plantear el problema, el método Cualitativo-Cuantitativo porque se trabajó por medio de la observación utilizando el instrumento lista de cotejo y los cuestionarios para el método cuantitativo.

Además en el presente estudio se empleó el diseño cuasi-experimental, porque se trabajó con dos grupos divididos en el grupo A 60 estudiantes y el grupo B 60 estudiantes, en dónde se definió el grupo de experimentación el grupo A y el grupo de control el B en cual se aplicó la guía didáctica y en otro grupo se aplicó la clase magistral, en ambos se estableció una prueba de diagnóstico y una prueba final para conocer el rendimiento académico de los estudiantes.

Se recopiló y se tabuló los datos obtenidos en la cual se aplicó la prueba de diferencia de proporciones donde 1.64 es el valor teórico de z en un ensayo a una cola con un nivel de significación de 0.50, de acuerdo a los valores calculados y teóricos se obtuvo 2.878 > 1.64, se rechaza la H_0 y se acepta la Ha o sea la hipótesis de investigación.

Concluyendo que el grupo experimental se benefició ampliamente de la guía didáctica con un 72, 55 % en el proceso de aprendizaje de Programación Lineal.

Se recomienda realizar cursos de capacitación sobre Programación Lineal, para que los docentes tengan una opción de solución para el progreso de la Educación, y que los maestros potencialicen y actualicen sus conocimientos sobre el tema.

Palabras Claves: *<RENDIMIENTO ACADÉMICO>,<PROGRAMACIÓN LINEAL>, <APRENDIZAJE>, <GUÍA DIDÁCTICA>, <UNIDAD EDUCATIVA COMBATIENTES DE TAPI>, <ESTUDIANTES DE PRIMERO DE BACHILLERATO>*

ABSTRACT

It was investigated whether the use of a linear programming tutorial significantly improves the level of learning and problem solving by the analytical and graphic method aimed at students from first baccalaureate at Combatientes deTapi High School.

The methodology used was deductive hypothetical method because the investigation started from a hypothesis to raise the issue, the qualitative – quantitative method it was develop through observation using the checklist instrument and questionnaires for the quantitative method.

Quasi – experimental design was used in this investigation, two work groups were divided in group A 60 students and 60 students group B where group A was select as the control group B in which the tutorial was applied and in another group the lecture was applied, in both a diagnostic test and a final test for the academic performance of students was established.

Data obtained was collected and tabulated on which difference of proportions test was applied thus 1.64 is the theoretical values and theoretical applied tabulated was obtained 2.878>1.64, Ho is rejected, and Ha is accepted thus the research hypothesis is accepted.

It is concluded that the experimental group benefited greatly from the tutorial with 72.55% in the learning process of Linear Programming.

It is recommended to do training courses on linear programming, so that teachers have a choice of solution for the advancement in education, and potentiate and update their knowledge on the subject.

Key words: <Academic performance>, <Linear Programming>, <Learning>, <Tutorial>, <Unidad Educativa Combatientes de Tapi>, <First baccalaureate students>

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1 Planteamiento del Problema

La Matemática como una herramienta de trabajo en la vida cotidiana y con las aplicaciones en problemas reales es un aspecto que a diario se presentan en las aulas. Cuando se enseña Matemática intervienen un sin número de dificultades con las que se encuentra y esto se suma que los adolescentes tienen otros intereses sociales.

Los docentes debemos interactuar, en todos los niveles de la enseñanza para que los estudiantes comprendan que las Matemáticas surgen y son aplicadas en la vida diaria. Se trata de motivar al aprendizaje de conceptos y procedimientos en la programación lineal.

Hoy en día los docentes tenemos el deber de enseñar a los estudiantes aspectos de la actualidad o problemas que tuvo el ser humano para que comprendan que lo explicado en clases es una herramienta fundamental. Así tenemos en programación lineal problemas de tipo de producción, de transporte, de distribución de mercado, dietas alimenticias; etc. Problemas en los cuales se trata de encontrar costos mínimos, máximas utilidades, máxima producción; entre otros.

Es necesario mencionar que pese a los resultados sobre la enseñanza y aprendizaje de Programación Lineal está realmente lejos a lo que se desea y a los estudiantes de Primero de Bachillerato se les convierte en una dificultad tratar de entender, comprender, interpretar y resolver problemas mediante la programación lineal, ya que se ha comprobado un bajo rendimiento académico en la asignatura de Matemática en el parcial que corresponde a Programación Lineal.

Este problema a medida que pasa el tiempo va creciendo ya que existe muy poco interés por parte de los estudiantes sobre este tema, es por ello que se necesita encontrar alternativas para llamar la atención de los estudiantes aplicando otras metodologías, técnicas para así mejorar los resultados.

1.2 Formulación Del Problema

- ¿Puede el uso de una guía didáctica mejorar el aprendizaje y resolución de problemas de programación lineal por el método gráfico y analítico dirigido a los estudiantes de Primero de Bachillerato?

1.3. Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Determinar sí el uso de una guía didáctica mejora el aprendizaje y resolución de problemas de programación lineal por el método gráfico y analítico dirigido a los ,estudiantes de Primero de Bachillerato utilizando el software Geogebra.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Realizar un diagnóstico del nivel de conocimiento y resolución de problemas de programación lineal por el método gráfico y analítico a los estudiantes de Primero de Bachillerato en una Unidad Educativa utilizando pruebas.
- Elaborar una guía didáctica para el aprendizaje y resolución de problemas de programación lineal por el método gráfico y analítico dirigido a los estudiantes de Primero de Bachillerato.
- Desarrollar actividades en la guía didáctica de generalización de conocimientos, de problemas prácticos en los temas del Programación Lineal.

- Establecer algoritmos secuenciales de pequeños problemas reales de programación lineal para la guía didáctica.
- Ejecutar y delinear los pasos para resolver una maximización o minimización para optimizar ciertos recursos de problemas de programación lineal.
- Determinar el nivel de alcance de destrezas, conocimientos logrados por los estudiantes al utilizar la guía didáctica mediante pruebas sobre resolución de programación lineal.
- Elaborar un análisis descriptivo de los datos para la verificación de los resultados obtenidos por parte de los estudiantes.

1.4. Justificación

En la formación de un estudiante integral, es importante la permanente actualización de los contenidos y de facilitar al estudiante a conectarse con el mundo real. En Matemática posiblemente los estudiantes reflejan dificultades para la comprensión, asimilación, interpretación y aplicación a situaciones concretas, de conocimientos de programación lineal, sin saber que esta permite un enfoque de solución de problemas elaborado para ayudar a tomar decisiones en diferentes campos del mundo cotidiano.

Es necesario mencionar que el nuevo currículo del Bachillerato General Unificado en el área de Matemática en el Primer año de Bachillerato se incorporó en el periodo 2010 – 2011, siendo Programación Lineal uno de los temas novedosos e importantes tanto para estudiantes y docentes.

Por tal razón en el presente trabajo se pretende brindar un aporte a los estudiantes de primero de bachillerato elaborando una guía didáctica que ayude a la comprensión y resolución de problemas de programación lineal dando a conocer las ventajas que reportan el uso de una guía didáctica.

El Plan Nacional del Buen Vivir manifiesta que la combinación de ecuaciones y de sistemas de inecuaciones lineales son utilizadas por las grandes empresas y organizaciones gubernamentales y no gubernamentales para reducir al mínimo los costos de operación y producción. De esta manera, se ahorra recursos que pueden ser invertidos en otros proyectos.

Por lo anteriormente expuesto también Este estudio se compondrá en un aporte académico para la educación superior, con el cual se intentará sea una fortaleza para los estudiantes de bachillerato que en un futuro serán estudiantes universitarios y logren asimilar los conocimientos con mayor facilidad sobre la temática del Programación lineal.

1.5. Hipótesis

El uso de una guía didáctica de programación lineal mejora significativamente el nivel de aprendizaje y resolución de problemas por el método gráfico y analítico dirigido a los estudiantes de Primero de Bachillerato.

CAPÍTULO II

REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. Antecedentes

El mundo se ha convertido en una ruleta por sus diferentes cambios y evoluciones y en particular en nuestro país, ha permitido el desarrollo del hombre en diferentes campos y sobre todo en la educación.

El presente proyecto de investigación se basa en los siguientes objetivos nacionales del Plan Nacional del Buen Vivir, que se señala a continuación:

Objetivo 4: Fortalecer las capacidades y potenciales de la ciudadanía.- Proponer el establecimiento de una formación integral a fin de alcanzar una sociedad socialista del conocimiento.

Objetivo 10: Impulsar la transformación de la matriz productiva.- Una producción basada en la economía del conocimiento, para la promoción de la transformación de las estructuras de producción.

Se ha revisado los trabajos realizados a Universidad de Chapingo (México), en su proyecto **"SISTEMA DE CÓMPUTO PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL"**

2.2 Fundamentación Teórica

2.2.1. ¿Qué es una guía didáctica?

Se cita algunos conceptos de guía didáctica:

Se la considera como una propuesta o alternativa metodológica que ayuda y permite que el estudiante pueda involucrarse directamente con el material y pueda tener a la mano el contenido de la temática a estudio de acuerdo a su tiempo y necesidad.

Es el instrumento básico que orienta al estudiante cómo a desarrollar las diferentes actividades, en forma individual e independiente durante el proceso enseñanza aprendizaje de la temática. La guía didáctica señala la manera de aprender, como lo puede hacer y ayuda a identificar cuánto aprendido. Ha de ser un material único, teniendo en cuanto todos los recursos así como: software, textos, videos, televisión y de más.

Una guía didáctica es el documento permite que el estudiante puede acercarse a los conocimientos por medio del material didáctico, con el objetivo de que el estudiante trabaje de forma individual.

Es un instrumento impreso que contiene toda la información, está dirigida a los estudiantes y que permite la aplicación adecuada y el uso de la guía didáctica es beneficioso porque permite integrar a diferentes tipos de actividades para que el estudiante desarrolle sus actividades en forma independiente sobre los contenidos.

2.2.2 ¿Cuáles son las funciones básicas de la guía didáctica?

La guía didáctica cumple numerosas funciones, que facilitan al estudiante entender y comprender la temática que se trata.

a. Función Motivadora:
    - Permite estimular y a provocar un interés por la materia y contenidos y además permite que estudiante trabaje en forma autónoma.
    - Al estudiante se debe motivar mediante "conversación didáctica guiada " (Holmberg, 1985)
    - La motivación permite que el estudiante analice problemas e interrogantes para que pueda resolverlos de una manera crítica y reflexionando, haciendo que los estudiantes se conviertan en

personas analíticas y que reflexionen de los acontecimientos. Función facilitadora de la comprensión y activadora del aprendizaje:

- Instaura guías y recomendaciones adecuadas para conducir y orientar el trabajo al estudiante.
- Durante el proceso de estudio esclarece dudas que pueda tener el estudiante.
- Propicia la transferencia y aplicación de lo aprendido.
- Sugiere técnicas de trabajo intelectual que faciliten la comprensión del tema tratado y se contribuya en estudio eficaz.
- Manifiesta diferentes actividades y ejercicios, tratando de cubrir los diferentes tipos de aprendizajes de los estudiantes.
- “Incita a realizar de una manera personal cuanto aprendido, en un durante un ejercicio dinámico del aprendizaje” (MARÍN, 2008)
- “Suscita un diálogo interior mediante incógnitas que permita a reconsiderar lo estudiado” (MARÍN, 2008)

b. Función de Orientación y diálogo:

- Fomenta la capacidad de organización y de estudio organizado.
- Motiva la interacción con los materiales y lo estudiantes.
- Estimula a la comunicación con el docente.
- Propone sugerencias para que el estudiante realice un aprendizaje independiente.

c. Función Evaluadora

- Activa los conocimientos previos, para despertar el interés e involucrar a los estudiantes en una forma activa y participativa
- Propone ejercicios recomendados de evaluación continua y formativa.
- Una de las funciones de la guía didáctica es evaluar y de esta manera hacer que el estudiante valore los avances que adquirió durante el proceso, puede existir deferentes tipos de evaluaciones, puede aplicarse un variedad de preguntas y respuestas y de esta

manera hacer que los estudiantes sean reflexivos de su aprendizaje adquirido.

2.2.3 Tipos de guías didácticas

Existen diferentes tipos de guías, las mismas que tienen diferentes objetivos y por lo tanto el docente debe saber escoger correctamente el tipo de guía que va a utilizar con sus estudiantes, a continuación se presenta un listado de guías según la Fundación Educacional Arauco:

- Guías de Motivación
- Guías de Aprendizaje
- Guías de demostración
- Guías de Síntesis
- Guías de Aplicación
- Guías de Estudio
- Guías de Lectura
- Guías de Observación
- Guías de refuerzo
- Guías de Nivelación
- Guías de Anticipación
- Guías de remplazo

Guías de Motivación:

Una guía motivadora se caracteriza en crear contenido nuevo o temática nueva con la finalidad que el estudiante se motive o se interese sobre los nuevos contenidos, este tipo de guía debe estar diseñada de forma llamativa.

Guías de Anticipación:

Este tipo de guía debe promover a que el estudiante desarrolle su imaginación, de esta manera activar su conocimiento y se anticipe al nuevo aprendizaje.

Guías de Aprendizaje:

Una guía de aprendizaje es utilizada generalmente por el docente ya que le beneficia en el momento de dar la clase ya que se trabaja con diferentes contenidos y competencias y ayuda alcanzar los objetivos.

Guías de demostración:

En este tipo de guía permite demostrar los logros obtenidos en cuanto a contenidos y habilidades, es decir la guía contiene aplicaciones para poder ejecutarlas al momento.

Guías de aplicación:

La elaboración de una guía didáctica de aplicación se la debería encajar en el área de las Matemáticas ya que cumple con la función desarrollar y permitir que las potencialidades de los estudiantes sean explotadas al máximo y pueda trabajar de acuerdo a la realidad.

Guías de Síntesis:

Este tipo de guía son utilizadas generalmente para el área de Lengua y Literatura cabe señalar que se las puede utilizar en otras áreas y el objetivo de esta es resaltar lo más importante de los contenidos aplicando diferentes tipos de técnicas y de esta manera tener una idea global de la temática tratada.

En cuanto al esquema consta tres aspectos importantes: el inicio, desarrollo y conclusión. Al docente le sirve para globalizar, cerrar capítulos y enfatizar lo más importante.

Guías de Estudio:

Las guías de estudio son unas de las guías más utilizadas por que abarca los contenidos de una manera global y permite que el estudiante realice repasos previos a cualquier tipo de evaluación, además las guías ayudan a aclarar ideas mejorando apuntes tomados. En conclusión una guía de estudio es una de las más prácticas en el momento de estudiar

Guías de Lectura:

En las guías de lecturas el objetivo es orientar al estudiante a que practique la lectura y de esta manera desarrolle hábitos de lectura aplicando técnicas adecuadas para la comprensión lectora, se puede aplicar por medio de preguntas directas sobre el contenido de la lectura y pueda indicar lo que va leyendo mediante diferentes tipos de esquemas puede utilizarse cuadros sinópticos para las lecturas donde indique las características principales características de la lectura en la que se trabaje por ejemplo el autor, el narrador, género literario, estilo narrativo y de más.

Guías de visita:

Su objetivo es asimilar una visita hacia lo más importante, ya que el estudiante en el momento que sale del aula tiende a olvidar o disipar su mente, esto generalmente sucede cuando los estudiantes tienen otro tipo de distractores o estímulos. Es te tipo de guía generalmente se utiliza cuando se realiza visitas de observaciones a diferentes lugares como: museos, fabricas, lugares turísticos y demás, esto ayuda al docente a llamar la atención de sus estudiantes con mayor facilidad.

Guías de Observación:

El objetivo es agudizar la observación, generalmente, para describir hechos o fenómenos. Es muy usada como parte del método científico. Al alumno le ayuda a su discriminación visual y al docente le facilita que sus estudiantes tengan un modelo de observación.

Guías de Refuerzo:

Las guías didácticas de refuerzo va dirigido a todo tipo de estudiante que desee reforzar temáticas, sin embargo este tipo de guías son utilizadas por estudiantes que tienen capacidades diferentes para valerse de las mismas y se conviertan en una herramienta útil y de fácil comprensión y ayuda analizar los aprendizajes adquiridos.

Guías de Nivelación:

La guías de nivelación beneficia a los estudiantes que por los diferentes motivos se encuentran a desventaja que el grupo, es decir que el estudiante puede irse nivelando de acurdo a su alcance los conocimientos en los cuales se encuentran atrasados, además que al docente beneficia para tener una idea global del estado de su estudiante. Por este motivo se presenta una división:

a. Existe la necesidad de tener a la mano una herramienta que pueda explicar, complementar, dar ejemplos para poder profundizar o sintetizar los conocimientos adquiridos.
b. En cuanto a la persona que adquiere el conocimiento es importante estimularle de diferentes maneras como: haciendo ejercicios de la vida cotidiana, lecturas llamativas sobre el planeta, el espacio y de más de acorde a la edad del estudiante, lo importante es cautivar y motivar al estudiante y hacer que el estudiante reflexione y analice las diferentes situaciones y así evitar el memorismo.

Una educación personalizada señala que las guías están estructuradas en forma puntualizada y basadas en fichas que ayudan al estudiante a obtener conocimientos sobre cualquier tema a tratar, convirtiéndose en una herramienta importante para cualquier asignatura.

- **Guías Directivas:**

  Las guías directivas permiten realizar actividades en donde el estudiante mediante el desarrollo de las mismas van adquiriendo nuevos conocimientos. Por esta razón las guías directivas están dadas de forma sistemática, organizando los pasos dependiendo la asignatura, es importante señalar que este tipo de guías se da en forma gradual.

- **Guía de Ejercicios:**

  Este tipo de guía ayuda notablemente a asimilar contenidos que el estudiante ha aprendido, por lo general este tipo de guía es utilizado en el área de Matemática por es de fácil comprensión; sin embargo se lo puede realizar en las demás asignaturas por ejemplo en Legua y Literatura se puede hacer una guía con ejercicios de lecturas, también se recomienda mientras no logre un contenido no avanzar al próximo.

- Es importante el objetivo si el estudiante realmente ha aprendido el tema correspondiente. Y para ello podemos utilizar una prueba de base estructurada, la solución de un problema que se relacione con la vida cotidiana, demostrar un tema por medio de una clase de laboratorio.

2.2.4 Estructura de la guía didáctica

Es necesario indicar que se propone diferentes tipos de estructuras de guía didácticas, pero en la mayoría todas pretenden lo mismo fomentar en los estudiantes interés por la asignatura o por el tema tratado en la guía.

Una de las estructuras más generales es la que plantea Fundación Educacional Arauco ya que todas tienen objetivos diferentes los requisitos básicos para realizar un guía didáctica son:

- Objetivo
- Estructura
- Nivel del estudiante
- Contextualización
- Duración
- Evaluación

Objetivo:

Es importante focalizar bien y en forma concreta lo que se pretende realizar, en la guía se recomienda que se escriba el objetivo, así el estudiante tenga claro lo que va esperar de la guía didáctica. El docente debe focalizar de manera correcta el objetivo de la guía didáctica para que el estudiante puede tener claro que meta es la que va conseguir en el momento de utilizar la guía didáctica.

Estructura:

En la guía se debe tomar en cuenta la forma con la cual está diseñada, existe un sin números de parámetros que se debe tomar en consideración a continuación se presentara las más importantes así tenemos: deber llamar la visión del estudiante es decir debe tener colores llamativos, imágenes que se resalte, además se debe considerar los espacios necesarios para que el estudiante desarrolle sus actividades, el nombre de la guía debe ser llamativo, su objetivo claro y conciso, las instrucciones deben ser claras si merodeos. El estudiante siempre debe estar interesado y en alerta por esta razón se debe tener reactivos y diferentes ítems.

A continuación se propone al docente que tome en cuenta los siguientes aspectos al elaborar una guía:

- Es importante escoger el tipo de guía con la que se va a trabajar.
- Señalar el subsector en el que se trabajará.
- Analizar y determinar el nivel con el cual se pretende trabajar.
- Determinar el objetivo o meta con la cual se trabajará.

Para la edición se debe realizar con los siguientes aspectos, sin embargo pueden existir modificaciones según lo que se necesita.

- Identificación de la guía
- Sub sector y el nivel
- Señalar el objetivo de la guía
- Identificación del estudiante
- Las instrucciones generales como: estrategias de trabajo, tiempo y materiales.
- Señalar las actividades específicas con las que se va a trabajar.

Nivel del Alumno:

Es importante que la guía que está dirigida al estudiante este acorde a su entorno, es decir en condiciones a la realidad y al momento en el que se encuentre.

Contextualización:

Es muy importante adecuar las guías dependiendo de la realidad ya que será difícil motivar al estudiante, entonces se debería nombrar situaciones locales, cabe señalar que es importante señalar e identificar lo que sucede alrededor , es decir su entorno ya que esto hace que el estudiante se convierta en un ser crítico y reflexivo.

Duración:

Cuando hablamos de guías individuales se recomienda que el estudiante debe demorarse 25 minutos en su lectura y ejecución, porque se podría perder el interés del estudiante, cabe recalcar que existe guías de más tiempo esto se debe a la complejidad del tema tratado; en definitiva el docente debe señalar el tiempo necesario de acuerdo a las necesidades de sus estudiantes.

Evaluación

Dentro del proceso enseñanza aprendizaje, evaluar es averiguar si se puede proseguir, una guía también puede significar una ponderación en su nota. Uno de los aspectos importantes sobre la evaluación, se produce cuando el maestro provee el conocimiento a sus estudiantes, y ver cómo ellos aprenden a aprender.

A continuación se presenta los aspectos más importantes de la guía didáctica según (CONTRERAS, 1999)

- **Índice:**

En el índice se debe ubicar lo que se refiere títulos, subtítulos demás, en él debe constar la enumeración en forma legible para que el estudiante pueda ubicar con facilidad lo que busca.

- **Presentación:**

En la presentación se debe indicar para que funciona como se va utilizar, en que tiempo se va utilizar, es decir nos un vistazo a lo que va a suceder por lo general se lo utiliza para en la educación a distancia, sin embargo se lo puede utilizar en cualquier modalidad siendo una referencia para realizar un estudio. Además describe la metodología que se va utilizar para el desarrollo de los contenidos y esquematiza la manera global de cómo se va a desarrollar, permite al estudiante tener claro cómo va encontrar lo que desee y además lo que se busca de él, también señala el tiempo que empleará para el desarrollo. La presentación debe ser escrita de forma clara y sencilla y de fácil comprensión. Hay que señalar que la presentación precede al contenido del texto y permite al escritor indicar el propósito global del trabajo, dirige a la lectura y permite tener ideas anticipadas que ayudan a la comprensión de los diferentes contenidos que se presentan.

En la presentación se debe señalar para quien está dirigido e indicar su rol, es decir un vistazo de materiales, de la evaluación es de todos los aspectos en una forma global y concreta.

- **Objetivos Generales**

Los objetivos hacen que el estudiante identifique que conocimientos previos debe tener, así tenemos los conceptuales, los de procedimientos y los actitudinales y de esta manera guiar hacia un aprendizaje significativo.

Los objetivos se define de acuerdo a las necesidades que se tenga puede ser por los conocimientos, por las habilidades, por las destrezas adquiridas.

- **Esquema – resumen de contenidos**

Siempre es necesario dar un vistazo breve del contenido de la guía por medio del resumen de una forma esquemática y así ayuda a facilitar el acceso a la información que busca el lector y permite determinar si es parte del refuerzo que busca el estudiante.

El resumen contiene la parte fundamental del trabajo, brindando al estudiante la facilidad de vincular temas anteriores y posteriores.

- **Desarrollo de contenidos**

En este aspecto se debe realizar una presentación general de la temática, de acuerdo al contexto y ubicándole en su campo de estudio y señalar la importancia que genera a fechas posteriores.

- **Objetivos específicos**

El escritor puede presentar la información de acuerdo a las necesidades de los estudiantes, es por ello que surgen los objetivos específicos que benefician a estructurar las metas a las cuales se desea alcanzar y satisfacer las necesidades.

Al elaborar los objetivos se los debe realizar en forma concreta, clara de manera que se determine en acciones concretas.

- **Temática de estudio**

Los temas se deben presentar en forma esquematizada y organizada con el objetivo de que se presente ante los estudiantes de manera concisa y representativa.

- **Lecturas**

Se debe ser claro en cuanto a las lecturas que se ha elegido indicando la bibliografía para que el lector pueda ubicar en el caso que lo necesite además se señala las páginas para facilitar su localización y puedan ubicarlas para mayor información localización.

- **Actividades para el aprendizaje**

Cuando se realiza la presentación de los contenidos, es importante incluir actividades para que el estudiante analice, trabaje sobre ellas con la finalidad que estas ayuden al desarrollo intelectual del estudiante.

FIGURA 1. Fotografía realizando actividades para el aprendizaje

FUENTE: Gabriela Silva

En el caso de la asignatura de Matemática es importante plantear ejercicios en donde los estudiantes desarrollen sus habilidades para resolver problemas ya sean en grupos o también puede ser individual dependiendo las necesidades siempre y cuando este en conexión con la vida cotidiana.

- **Ejercicios de Autoevaluación**

La finalidad de la autoevaluación es permita al estudiante que se evalúe por sí mismo, en este campo se debe incluir ejercicios, preguntas de repaso, análisis de casos, respuestas a los ejercicios y cuestionarios.

- **Bibliografía de apoyo**

Es necesario citar en forma pertinente la bibliografía básica, para que el estudiante pueda revisar en caso de necesitarlo, es importante incluir textos accesibles en bibliotecas, en internet o en el mercado, ayuda presentar la bibliografía con algún argumento que sea en beneficio del lector.
La bibliografía se debe considerar las normas APA para evitar inconvenientes por lo se organiza en forma alfabética por el primer apellido del autor, título del texto puede estar presentado en cursivas, hay que señalar la editorial, el lugar, fecha y se puede adicionar el número de páginas.

- **Consideraciones Finales**

La forma de una guía didáctica puede ser distinta eso depende de las condiciones que se encuentren los estudiantes, el modelo, el diseño que se escoja será siempre en beneficio del lector.

2.2.5 Recursos para realizar una guía didáctica

Las técnicas y recursos para la enseñanza de las Matemáticas son diversos. Pero al utilizar una guía didáctica ayuda al estudiante a seguir un algoritmo que beneficia a enseñar Matemáticas de manera apropiada.

Es por ello que construir una guía didáctica se debe tener en cuenta la realidad de nuestro entorno de los estudiantes tomando en cuenta los siguientes aspectos:

- **Tiempo**

El tiempo es un factor esencial en todas las acciones humanas, en el momento de elaborar una guía didáctica es necesario que se planifique los tiempo que le va llevar la. Además se debe tener en cuenta el tiempo que se va utilizar para el desarrollo de las actividades que se proponga en la guía.

- **Materiales**

El docente debe utilizar elementos que estén a su alcance para la elaboración de la guía así por ejemplo: textos de los estudiantes, guías de los docentes, textos de las bibliotecas, diarios, revistas, internet.

- **Reproducción de Material**

La reproducción de una guía didáctica depende de los recursos económicos que existen, en ocasiones se usan las guías como modelos y se trabaja en el cuaderno para que se pueda reutilizar.

Enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas

A continuación se propone una visión general de la educación de la Matemática para ello se presenta los Principios y Estándares 2000 del NCTM.

1. Equidad: Representa a la necesidad que tienen los estudiantes, es decir que se requiere de equidad para enseñar y además se necesita de apoyo por los estudiantes.
2. Currículo: un currículo es la reunión de contenidos, de actividades que deben ser organizada, sistematizadas, para lograr una Matemática articulada en cualquiera de los niveles.
3. Enseñanza: cuando se habla de enseñanza se habla de afecto y paciencia, se necesita de comprensión a los estudiantes para poder entender las demandas de conocimientos por los estudiantes.
4. Aprendizaje: si se habla de matemáticas se debe hablar de juego ya que un niño, adolescente aprenden cuando se divierten y las situaciones son llamativas en donde se debe ir construyendo juntos maestro y estudiantes, dando paso a las experiencias de los muchachos y dando oportunidad a que manifiesten su dudas o inquietudes.
5. Evaluación: una evaluación debe ser clara en el momento de buscar que es lo que aprendido el estudiante siendo un aporte al aprendizaje.
6. Tecnología: una de las herramientas fundamentales para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas hoy en día es la tecnología que ayuda a mejorar el nivel de los estudiantes.

   Estos principios muestran situaciones importantes que están vinculados con la Matemática y debe tomarse en cuenta en el desarrollo de una actividad en el aula, en la selección de materiales, la planificación de bloques curriculares, en el diseño de evaluaciones, entre otros.

2.2.6. Didáctica de la Matemática

La Didáctica no es otra cosa que "el arte de enseñar", y todas las palabras con la misma raíz tienen que ver con el término "enseñanza" (Brousseau 1990). La didáctica se le considera que se encuentra en un proceso de cambios en la cual se orienta a ser una ciencia que construye la praxis es decir la teoría con la práctica, en donde existe el proceso de enseñanza – aprendizaje en beneficio del estudiante. (Benedito, 1987).

La didáctica estudia los procesos de enseñanza y aprendizaje, la Didáctica de las Matemáticas es la disciplina cuyo objetivo son los procesos de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas. "La Didáctica de la Matemática es un campo científico relativamente reciente, cuyo objetivo puede ser descrito de manera aparentemente ingenua, como el estudio de los hechos en la enseñanza de las Matemáticas" (CHEVALLAD, 1985)

Para cada asignatura existe una Didáctica adecuada, así tenemos para Matemática. Haciendo que se produjera un creciente interés por la elaboración de materiales manipulativos como:

- G. Cuisenaire elaboró las celebre regletas que, divulgadas y analizadas por GATTENO (1967), sirven para la enseñanza de la Aritmética en edades tempranas.
- Z. P. Dienes creó un material para la iniciación a la lógica y al cálculo Booleano, los bloques lógicos. Además de este material, elaboró una reflexión teórica sobre el aprendizaje de las Matemáticas.
- G y F. Papy perfeccionaron el Minicomputer de Lemaitre, que permite realizar diversas representaciones de números, así como cálculos con ellos.

2.2.7. Recursos para el estudio de las Matemáticas

En las distintas propuestas de la reforma del Currículo Matemático, se sugiere el uso de materiales que sean de tipo manipulativo o visual ya que se considera como un factor necesario e importante, en el momento de utilizar o aplicar cualquier tipo de técnica es válido ya que los materiales didácticos ayudan a los estudiantes a entender y comprender los temas de Matemáticas y las aplicaciones en el mundo real.

En la educación tenemos un sin número de métodos y recursos que utilizan los docentes para sus clases. Estos procedimientos han variado o se han mantenido por los avances científicos y tecnológicos que a lo largo de la historia de la educación han variado las prácticas educativas. Las cuales involucran recursos, conocimientos y teorías. A este conjunto de procedimientos seguidos para alcanzar determinados objetivos se les llama métodos.

2.3. PROGRAMACIÓN LINEAL

2.3.1. Aspectos históricos.

Es importante empezar conociendo los aspectos históricos de la Programación Lineal para se ha tomado en cuenta los aportes de (TABORDA, 2010) para poder conocer y valorar el origen de la Progrmación Lineal y su paso en los siglos XVII y XVIII, Newton, Leibniz, Bernouilli y La Grange estudiaron los máximos y mínimos de las funciones al estudiar el cálculo infinitesimal, luego, Jean Baptiste Joseph Fourier (1768- 1830) estudió, el método de Programación Lineal resolviendo sistemas lineales de inecuaciones con el método de eliminación llamado: Fourier Motzkin.

En el año 1776 el matemático Gaspar Monge (1746 - 1818) se interesó en realizar estudios sobre Programación Lineal, es importante señalar que en cuanto al estudio de fundamentos matemáticos en Programación Lineal estos se deben al matemático John Von Neuman (1903- 1957), quien en el año 1928, publicó su famosa teoría de Juegos y efectuó conjeturas sobre la equivalencia de problemas de P.L y su teoría de matrices. En los años 1941 y 1942 el ruso Leonidas Vitalyevich Kantarovitch formula el problema de transporte al que se le llamó problema de Koopmans y Kantarovitch, después Stigler estudió también un problema particular llamado problema del régimen alimenticio óptimo. Después de varios años en 1946 apareció George Dantzig quien en 1947 publicó el método simplex y le dio un mayor impulso al estudio de la Programación Lineal, el cual estaba estrechamente ligado a estrategias militares.
El investigador Dantzig y sus compañeros del United States Department of Air Force, que son parte del SCOOP que significa: Scientific Computation of Optimum Programs, y aplicaron dicho método en el famoso puente aéreo de Berlín. Este episodio se dio cuando Stalin ordenó a sus tropas que el 24 de Junio de 1948 bloquearan las comunicaciones terrestres entre las zonas alemanas que quedaron en dominio de los pactados en la ciudad de Berlín occidental, iniciando de esta manera el bloqueo de Berlín. Los aliados sólo tenían dos caminos, el primero era romper con este bloqueo empleando la fuerza, el segundo camino era hacerlo por el aire. Así fue que el poder americano se demostró en 1948 cuando se puso un puente aéreo entre las zonas alemanas con la ciudad de Berlín transportando en Diciembre de 1948 la cantidad de 4500 toneladas de productos por día y luego en Marzo de 1949 llegaron a 8000 toneladas por día igualando de esta manera el equivalente por tierra (carretera y ferrocarril) que existió antes del corte de las comunicaciones. El método de Programación Lineal era hasta 1948 un secreto militar donde se utilizaba en la planificación de suministros, pero durante la guerra fría se usó para poder suministrar a la ciudad de Berlín con alimentos, combustible y otros suministros que ya no tenían por el

bloqueo terrestre. Finalmente, Mayo 12 de 1949 se levantaron los soviéticos. En la postguerra la mayoría de las industrias a nivel mundial utilizaron este método de Programación Lineal, en la planificación diaria de trabajo, porque se detectó que existía una eficaz coordinación entre las energías y recursos de la nación y que la solución a esta complejidad consistía en hacer pasar por los modelos de optimización los cuales se resolvía por Programación lineal cabe señalar que 1958 el método de Programación Lineal este fue aplicado en un problema concreto sobre el cálculo del plan óptimo del transporte de arena de la construcción de diferentes tipos de obras de edificación en Moscú. Se trataba de un problema con 10 puntos de partida diferente y 230 puntos de llegada, se calculó el plan óptimo de transporte con el ordenador Strena y durante el transcurso de 10 días del mes de Junio se observó una disminución del 11 % en los gastos previstos en el transporte con el uso de Programación Lineal y el ordenador Strena, existiendo en forma generalizada una disminución porcentual.

En 1984, el matemático Hindú Narendra Karmarkar introduce el método que trata sobre el punto interior que sirve para resolver problemas de Programación Lineal con un gran número de variables. Y para finalizar, los problemas de Programación Lineal, pueden tener cuatro principales tipos de enfoques: El de insumo producto de W. Leontiez, el problema de la dieta de Stigler, el problema del transporte de Hitchcock y el método Simplex en industrias y negocios de George Dantzig y otras más.

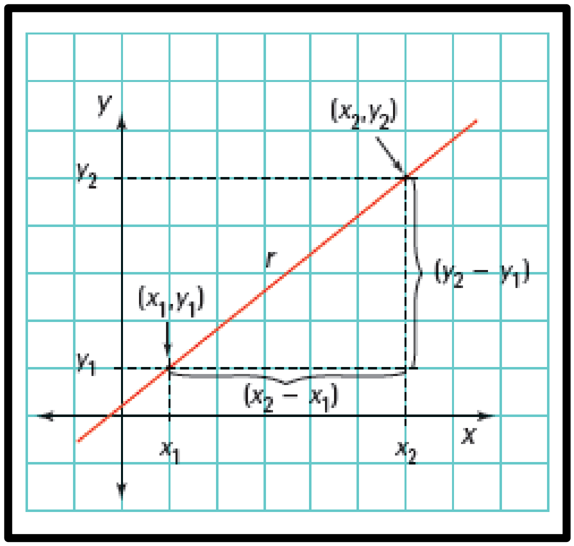
2.3.2. Fundamentos de Líneas Rectas

Basándonos en el Libro de Grossman “Algebra Lineal” (1992, 1992) y del Texto de Matemática de Primer Año de Bachillerato General Unificado de nociones básicas de Programación Lineal es importante partir de algunos fundamentos relativos a las líneas rectas:

1. Una recta que pasa por los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) y está dada por la ecuación:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \text{ si } x_1 \neq x_2$$

FIGURA 2. Pendiente de una Recta



Fuente: Texto del Ministerio de Educación, 2014

2. Si la recta es perpendicular al eje x, la pendiente no está definida o es infinita.
3. La ecuación de una recta no vertical es $y = mx + b$.
4. Si la ecuación de una recta se escribe de la forma $ax + by + c = 0$ entonces $b \neq 0$ y la $m = -\frac{a}{b}$
5. Las posiciones relativas de las rectas:
   a. Dos rectas son paralelas si sus pendientes son iguales $m_1 = m_2$
   b. Dos rectas son perpendiculares sí al multiplicar sus pendientes es igual a -1 $m_1 . m_2 = -1$
   c. Dos rectas son oblicuas sus pendientes son diferentes es decir: $m_1 \neq m_2$

2.3.3. Sistemas de Ecuaciones lineales

Un sistema de ecuaciones lineales es el conjunto formado de ecuaciones de primer grado que se debe verificar simultáneamente.

Se considera el sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas x e y en la expresión:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

Donde $a_{11,}a_{12}, a_{21}, a_{22,}b_1, b_2$ son números reales. Cada una de estas ecuaciones como se mencionó en la sección anterior, representa una línea recta. La pendiente de la primera recta es - $\frac{a_{21}}{a_{22}}$ y de la segunda recta es - $\frac{a_{21}}{a_{22}}$ (si $a_{12} \neq 0$). Una solución de este sistema es un par de números, denotado por (x,y) , que satisface las ecuaciones de la ecuación $\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$. Sería natural preguntarse si la ecuación $\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$ tiene alguna solución o soluciones, y si las tiene, ¿Cuántas son? Se darán respuestas a estas preguntas después de ver algunos ejemplos. En ellos se hará uso de dos propiedades del álgebra elemental:

Si entonces $a = b$ y $c = d$ entonces $a + c = b + d$

Si es cualquier número real, así tenemos $ca = cb$

La solución del sistema de ecuaciones por el método gráfico está determinada por el punto de intersección de las dos rectas.

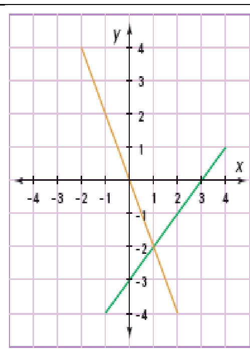
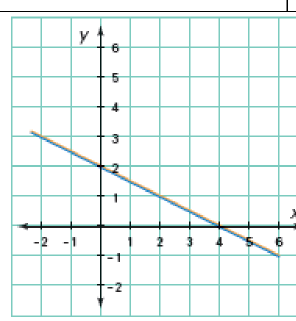
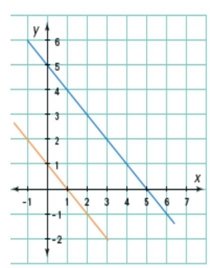
Los sistemas se clasifican en:

FIGURA 3. Clasificación de Sistemas

- SISTEMAS
  - COMPATIBLES
    - DETERMINADO
    - INDETERMINADO
  - INCOMPATIBLE

Fuente: Texto del Ministerio de Educación, 2014

CUADRO 1. Clasificación de Sistemas

Sistema Compatible Determinado	Sistema Compatible Indeterminado	Sistema Incompatible
		
Única Solución	**Infinitas soluciones**	**No tiene Solución**

Fuente: Ministerio de Educación, 2014
Elaborado: Gabriela Silva

Ejemplo:

En una panadería Víctor pagó $ 7 por la compra de 5 panes y un queso; mientras que Elena pagó $ 8 por la compra de dos panes y 3 quesos de la misma calidad, ¿Cuánto cuesta cada pan y cada queso?

$$\begin{cases} 5x + y = 7 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$$

Se grafica las dos ecuaciones del sistema en el plano cartesiano para ello obtenemos dos puntos de cada recta:

$$5x + y = 7$$

$$Sí\ x = 0; y = 7$$

$$Sí\ y =; y = \frac{7}{5}$$

Los dos puntos por donde pasa la primera recta son $p(0,7) y\ \ q(\frac{7}{5}, 0)$

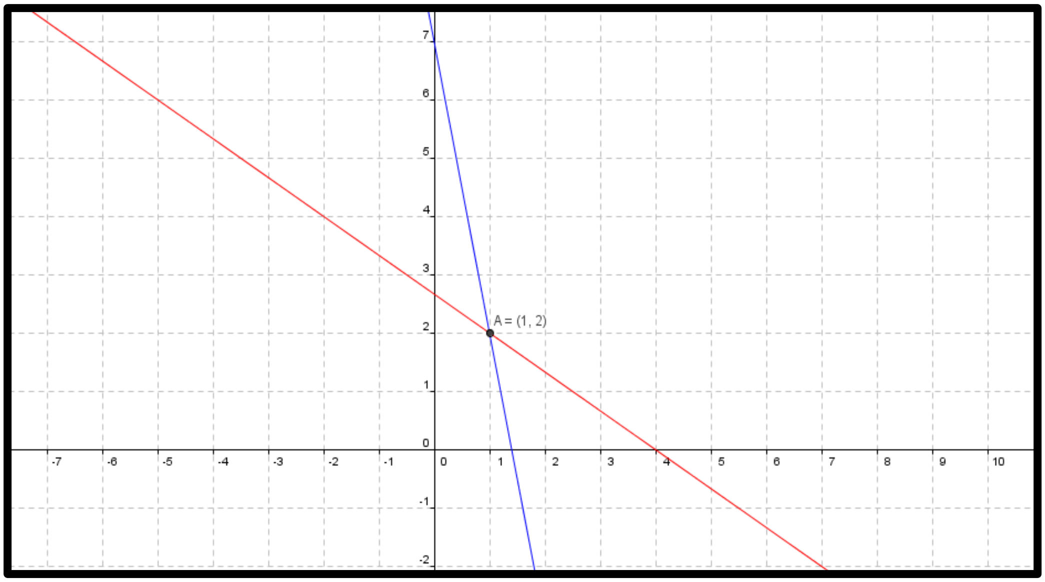
$$2x + 3y = 8$$

$$Sí\ x = 0; y = \frac{8}{3}$$

$$Sí\ y =; y = 4$$

Los dos puntos por donde pasa la primera recta son $m\left(0, \frac{8}{3}\right) y\ n\ (4,0)$

FIGURA 4. Gráfica de $\begin{cases} 5x + y = 7 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$



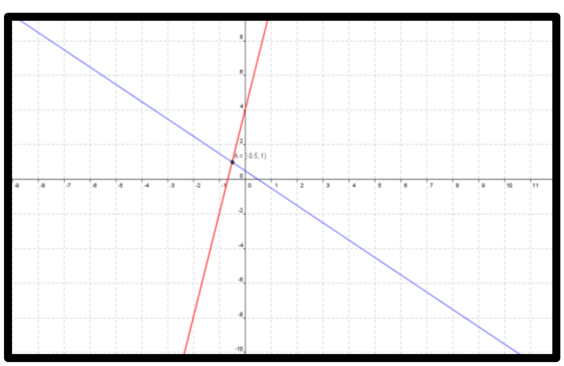
Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

Solución: Los puntos donde se cortan las gráficas son la solución del sistema en este caso es x= 1 e y = 2.

Por lo tanto cada pan cuesta. $ 1 y cada queso $ 2

Ejemplo:

FIGURA 5. Gráfica de $\begin{cases} 3x - \frac{1}{2}y = -2 \\ x + y = \frac{1}{2} \end{cases}$



Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

Solución: Los puntos donde se cortan las gráficas son la solución del sistema en este caso es x= -0.5 e y = 1.

Ejemplo:

Sistemas de ecuaciones con tres incógnitas:

Se ubica como primera ecuación a la que tenga el coeficiente de $x\!: 1\ o - 1$, si se da el caso que no se pueda realizar se procede con las incógnitas y o z.

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3x - 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \end{cases}$$

Se realiza la reducción de la primera y segunda ecuación y para esto se debe eliminar una de la incógnitas que en este caso es la x y de esto se obtienes la segunda ecuación de la siguiente operación.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ -3x - 3y + 3z0 - 3 \end{cases}$$

$$-y + 4z = -2$$

Después se realiza el mismo procedimiento pero con la primera y tercera ecuación y de la misma forma eliminamos la misma incógnita anterior que es la x.

$$\begin{cases} 5x + 3y + 4z = 2 \\ -5x - 5y + 5z = -5 \end{cases}$$

$$-2y + 9z = -3$$

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ -y + 4z = -2 \\ -2y + 9z = -3 \end{cases}$$

Se procede a tomar las dos ecuaciones resultantes y armamos un sistema de ecuaciones de 2x2 para realizar la reducción y eliminar una de la incógnitas en este caso es y.

$$\begin{cases} -2y + 9z = -3 \\ \ \ 2y - 8z = 4 \end{cases}$$

$$z = 1$$

Y tenemos el sistema equivalente.

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ -y + 4z = -2 \\ \qquad z = 1 \end{cases}$$

Finalmente se halla las soluciones:

$$z = 1$$

$$-y + 4 \cdot 1 = -2 \qquad y = 6$$

$$x + 6 - 1 = 1 \qquad x = -4$$

2.3.4. Inecuaciones Lineales con dos Variables

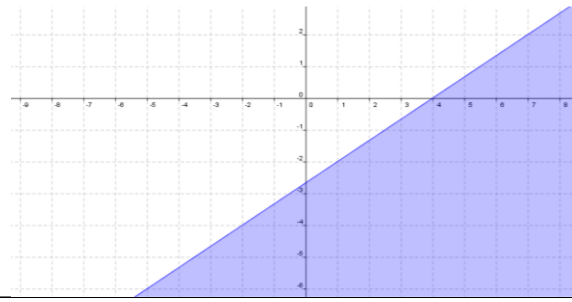
Es una desigualdad que tiene una de las siguientes formas:

$$ax + by + c > 0\ , ax + by + c < 0$$

$$ax + by + c \geq 0, ax + by + c \leq 0$$

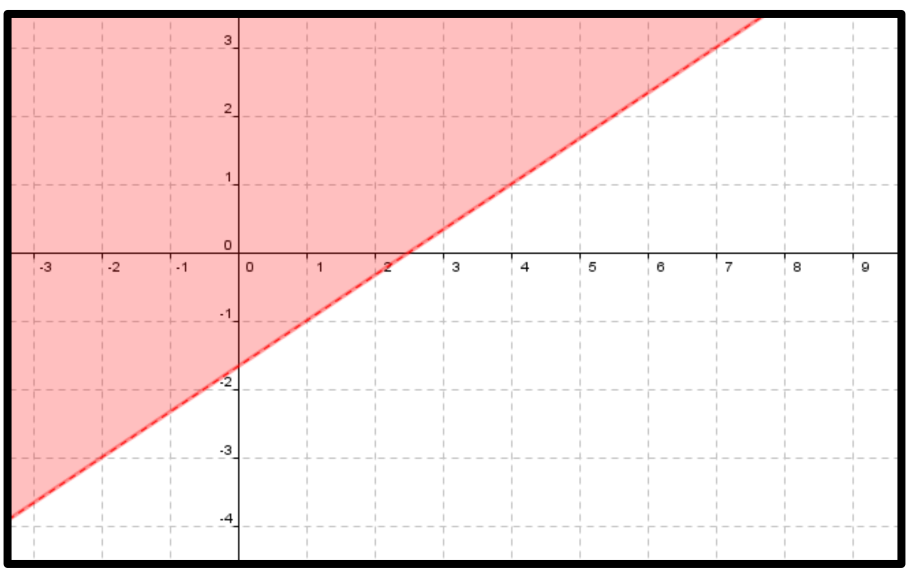
La solución de una inecuación Lineal con dos variables es el conjunto de pares ordenados (x,y) que satisfacen la desigualdad, por lo tanto corresponde a la región sombreada bajo o sobre la recta.

CUADRO 2. Gráficas de Inecuaciones Lineales

<table>
<tr><td align="center">$\boldsymbol{2x - 3y \geq 8}$</td></tr>
<tr><td>FIGURA 6. Gráfica de
$\boldsymbol{2x - 3y \geq 8}$
</td></tr>
<tr><td align="center">La frontera de la región es la recta $2x - 3y = 8$, es continua por que la desigualdad es $\geq$</td></tr>
</table>

Fuente: Ministerio de Educación, 2014
Elaborado: Gabriela Silva

FIGURA 7. Gráfica de $\boldsymbol{2x - 3y < 5}$

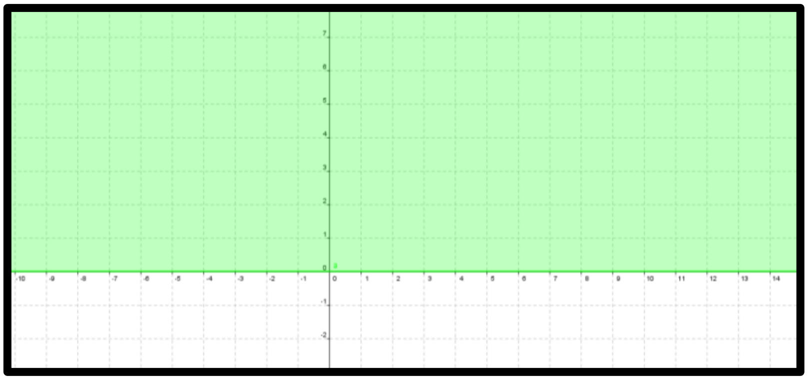


Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

La frontera de la región es la recta $2x - 3y = 5$, es punteada por que la desigualdad es $<$

$$\boldsymbol{y \geq 0}$$

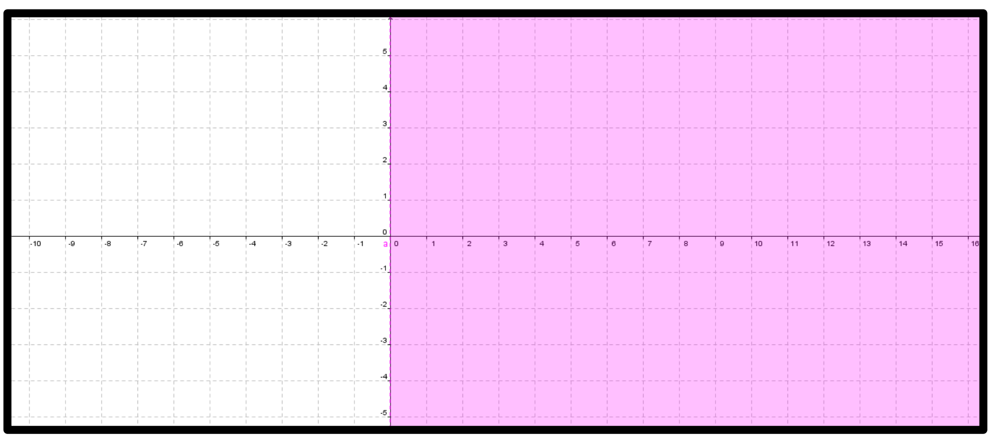
FIGURA 8. Gráfica de $\boldsymbol{y \geq 0}$



Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

La frontera de la región es la recta y=0, es decir el eje x

FIGURA 9. Gráfica de $x > 0$



Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

La frontera de la región es la recta x=0, es decir el eje y.

(GROSSMAN, 1992) indica que la programación lineal, es un método que permite optimizar dependiendo el caso puede ser maximizar o minimizar la función I con “n” variables sujeta a unas restricciones que están dadas por inecuaciones lineales en “n” variables.

Determínese el vector x= (x_1, x_2,……,x_n) en R^n que maximícese o minimícese la función lineal F(x) Sujetas a las m + n inecuaciones lineales:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots a_{2n}x_n \leq b_2$$

$$a_{m1}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_n \geq 0$$

F, recibe el nombre de función objetivo del problema de P.L. Al conjunto solución de las inecuaciones lineales, se le llama conjunto restricción del problema.

La Programación Lineal corresponde a un algoritmo por el medio el cual se resuelve situaciones reales, y puede mostrar toda su potencialidad en el momento de tomar decisiones y permite apoyar, no solo la realización de programaciones a nivel operativo, sino también la de interpretaciones económicas, análisis de empresas e industrias y en diferentes aspectos.

A continuación algunas definiciones y teoremas previos, según (GROSSMAN, 1992)

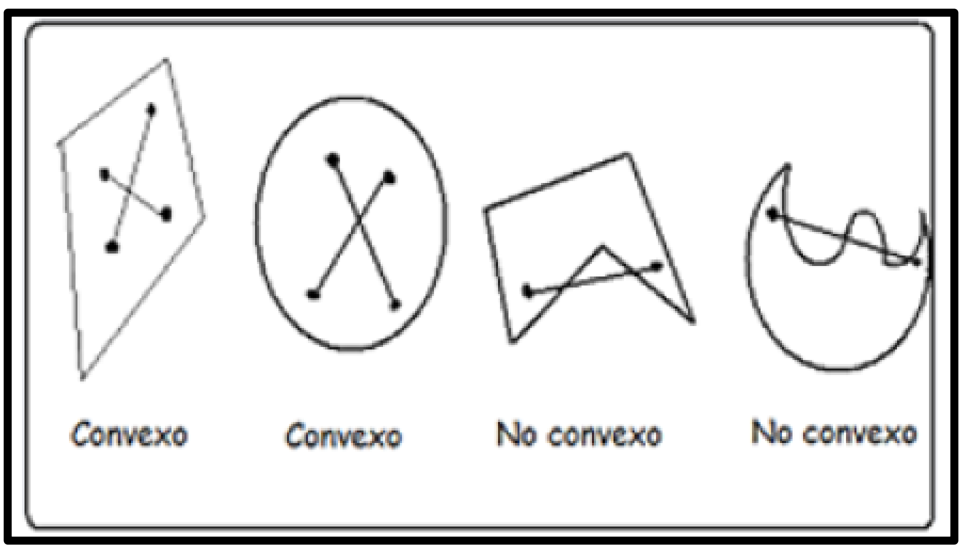
Definición 1: “Sea S un subconjunto de R^2, entonces S es convexo si todo punto del segmento de recta que une dos puntos cualesquiera de S es un punto de S” (GROSSMAN, 1992). Ver esta información en la figura 34 58

“Conjunto Convexo en R^2 Sea S un subconjunto de R^2.Decimos que S es convexo si y sólo si todo punto del segmento de recta que una dos puntos cualesquiera de S es un punto de S.” (GROSSMAN, 1992)

Conjunto Convexo en R^2 Sea S un subconjunto de R^2.Decimos que S es convexo si y sólo si todo punto del segmento de recta que una dos puntos

Cuales quiera de S es un punto de S.” (GROSSMAN, 1992)

FIGURA 10. Gráfica de Conjuntos Convexos



Fuente: Grossman, 1992

Teorema 1: La intersección de dos conjuntos convexos cualesquiera de R^2 es un conjunto convexo (Grossman, 1992, p.12).

Definición 2: Semiplanos abiertos y cerrados en R^2.Dados los conjuntos:

$$\{x = (x_1, x_2): a_1x_1 + a_2x_2 < b\}$$

$$\{x = (x_1, x_2): a_1x_1 + a_2x_2 > b\}$$

Reciben el nombre de semiplanos abiertos. Mientras que los semiplanos cerrados corresponden a los conjuntos:

$\{x = (x_1, x_2): a_1x_1 + a_2x_2 \leq b\}$

$\{x = (x_1, x_2): a_1x_1 + a_2x_2 \geq b\}$ (Grossman, 1992, p.13)

$$a_{1,}, b \ \in a\ los\ escaleres$$

En conclusión, el conjunto de puntos que satisfacen una desigualdad lineal es un semiplano. Si se excluye la igualdad, el semiplano se llama semiplano abierto mientras que si se incluye la igualdad, entonces se llama semiplano cerrado.

Uno de los objetivos de la Programación Lineal es **OPTIMIZAR** los recursos que estén a la disposición en definitiva

Teorema 2: Los semiplanos en R^2 son conjuntos convexos (GROSSMAN, 1992).

Definición 3: Conjunto Convexo Poliédrico: La intersección C de un número finito de semiplanos cerrados recibe el nombre de conjunto convexo poliédrico (GROSSMAN, 1992).

Teorema 3: Los valores máximos y mínimo de la función objetivo de cualquier problema de programación lineal siempre ocurren en los puntos de esquina (GROSSMAN, 1992).

Programación Lineal es una técnica de modelización matemática que apareció en la década de los 90.

Modelo Matemático: Se encuadra en contexto reales y se caracteriza por ser un proceso continuo de resolución de problemas y nos ayuda a desarrollar nuestro pensamiento.

2.3.5. Sistemas de inecuaciones

Un sistema de inecuaciones es cuando se tiene varias inecuaciones y se debe satisfacer simultáneamente a todas.

La solución del sistema de inecuaciones es el conjunto de puntos que pertenecen a la intersección de los conjuntos soluciones de las desigualdades, y se la representa por el área sombrada.

A continuación se muestra un sistema de dos inecuaciones lineales con dos incógnitas.

$$\begin{cases} ax + by < c \\ a_1 + b_1 y < c_1 \end{cases}, \begin{cases} ax + by > c \\ a_1 + b_1 y > c_1 \end{cases}$$

Donde $x, y \in \mathbb{R}$ y denotan las incógnitas, $a, a_1, b, b_1 \in \mathbb{R}$ se denominan coeficientes, $c, c_1 \in \mathbb{R}$ y son los términos independientes.

El conjunto solución de un sistema de inecuaciones también se le llama REGIÓN FACTIBLE o CONJUNTO FACTIBLE

SIGNOS

- $\geq$ mayor igual que
- $\leq$ menor igual que

VALORES INCLUIDOS

- $>$ mayor que
- $<$ menor que

VALORES NO INCLUIDOS

Ahora vamos a representar en el plano cartesiano la región factible de un sistema de inecuaciones lineales:

EJEMPLO:

$$\begin{cases} 2x + y > 5 \\ x - 2y < 8 \end{cases}$$

PRIMERO: Debemos transformar las inecuaciones en ecuaciones.

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 2y = 8 \end{cases}$$

SEGUNDO: Graficamos las ecuaciones en un mismo plano y para ello determinamos los interceptos de cada recta con los ejes de coordenadas.

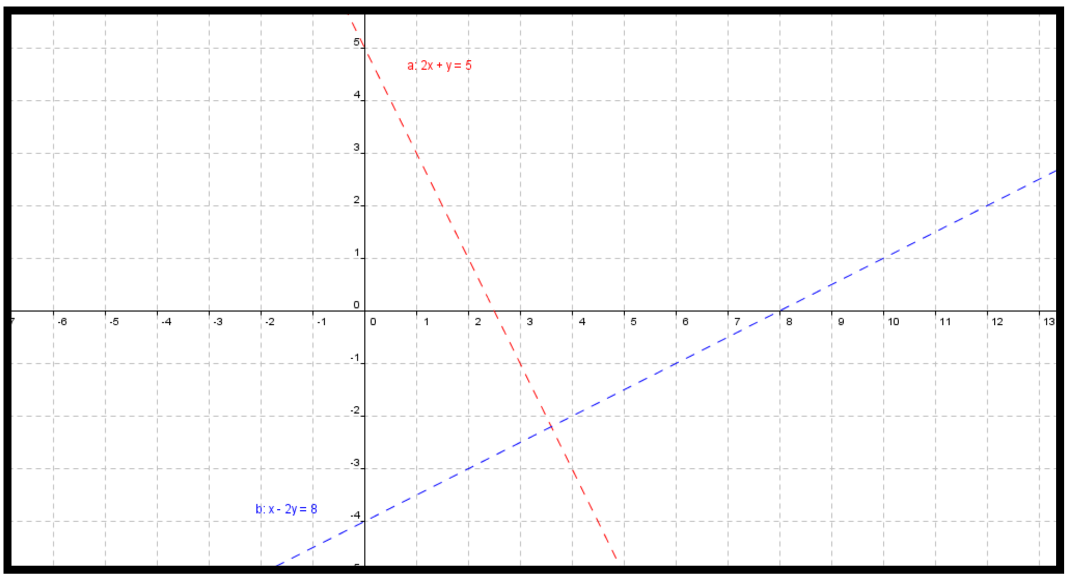
CUADRO 3. Intercepto

$2x + y = 5$ $x = 0; y = 5$ $y = 0; x = 2{,}5$	$x - 2y = 8$ $x = 0; y = -4$ $y = 0; y = 8$

Fuente: Datos del problema

Elaborado: Gabriela Silva

FIGURA 11. Gráfica de $\begin{cases} \mathbf{2x + y > 5} \\ \mathbf{x - 2y < 8} \end{cases}$



Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

TERCERO: Tomamos un punto de prueba para determinar la región o conjunto factible, que será parte de la solución de las inecuaciones.

Escogemos el punto de prueba y lo reemplazamos en la inecuación si cumple la condición sombreamos el área y si no lo hace buscamos otro punto de prueba.

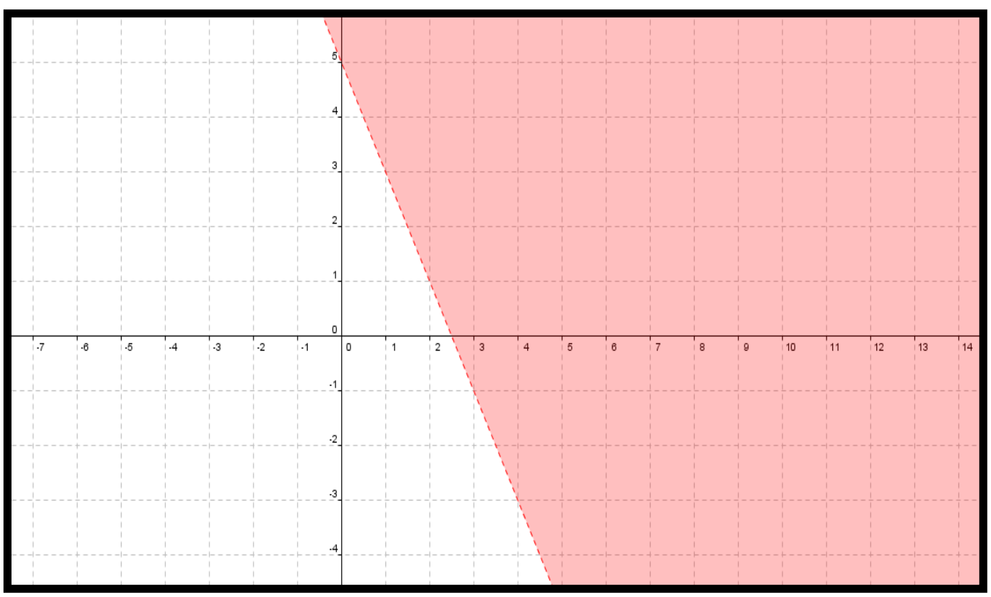
CUADRO 4. Puntos de Prueba

PUNTO (1,1)	**PUNTO (3,1)**
$2x + y > 5$	$2x + y > 5$
$2(1) + 1 > 5$	$2(3) + 1 > 5$
$2 + 1 > 5$	$6 + 1 > 5$
$3 > 5$	$7 > 5$
ES FALSO	ES VERDADERO
NO CUMPLE LA CONDICIÓN	CUMPLE LA CONDICIÓN

Fuente: Ministerio de Educación, 2014

Elaborado: Gabriela Silva

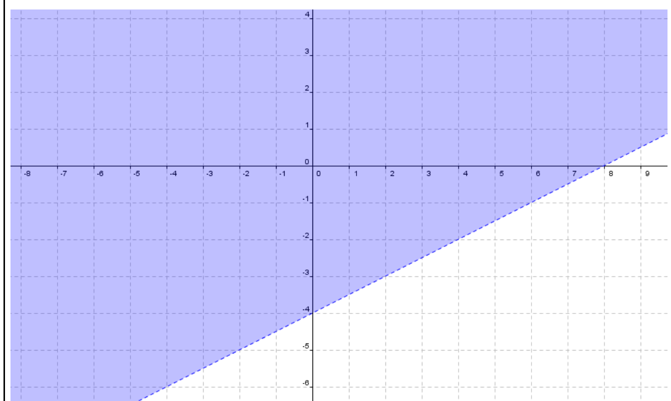
FIGURA 12. Gráfica de $2x + y > 5$



Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

El mismo proceso hacemos con la otra inecuación.

CUADRO 5. Puntos de Prueba

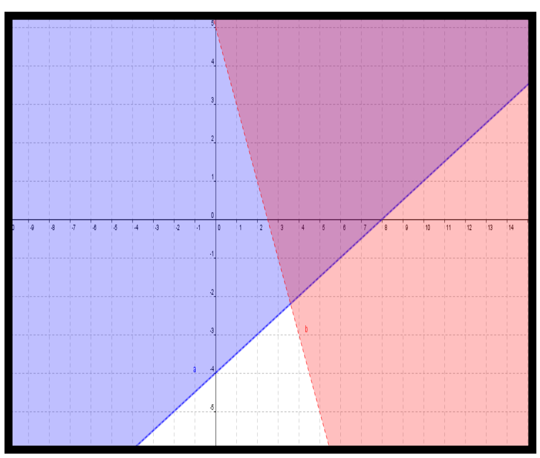
PUNTO (1,1) $x - 2y < 8$ $1 + 1 < 5$ $2 < 5$ ES VERDADERO CUMPLE LA CONDICIÓN	 **FIGURA 13**. Gráfica de $\boldsymbol{x - 2y < 8}$

Fuente: Ministerio de Educación, 2014

Elaborado: Gabriela Silva

Los puntos de intersección son es la **Región Factible o Conjunto solución.**

FIGURA 14. Gráfica de $\begin{matrix} \boldsymbol{2x + y > 5} \\ \boldsymbol{x - 2y < 8} \end{matrix}$

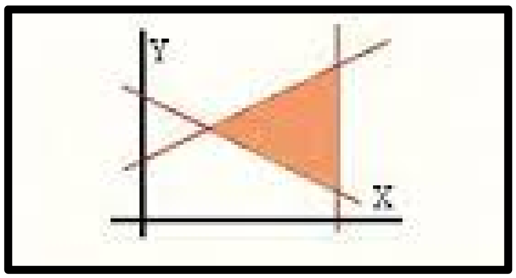


Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

La región o conjunto factible puede ser:

Acotada

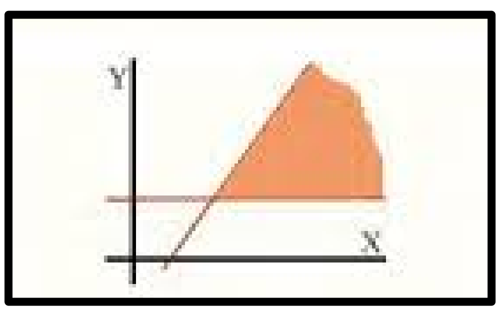
FIGURA 15.Región acotada en libro texto de Primero de Bachillerato



Fuente: Ministerio de Educación, 2014

Elaborado: Gabriela Silva

No Acotada
FIGURA 16. Región no acotada en libro texto de Primero de Bachillerato

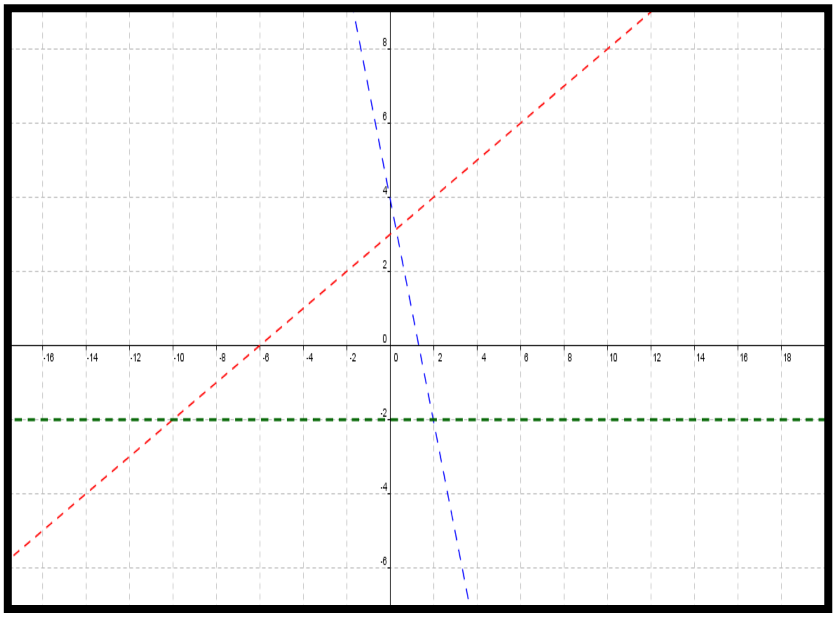


Fuente: Ministerio de Educación, 2014
Elaborado: Gabriela Silva

EJEMPLO

Determine la región factible del siguiente sistema de inecuaciones lineales.

FIGURA 17. Gráfica de $\begin{cases} 3x + y < 4 \\ -x + 2y > 6 \\ y > -2 \end{cases}$



Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

Procedemos a encontrar la solución para cada una de las inecuaciones.

CUADRO 6. Puntos de prueba (0,0)

PUNTO (0,0)

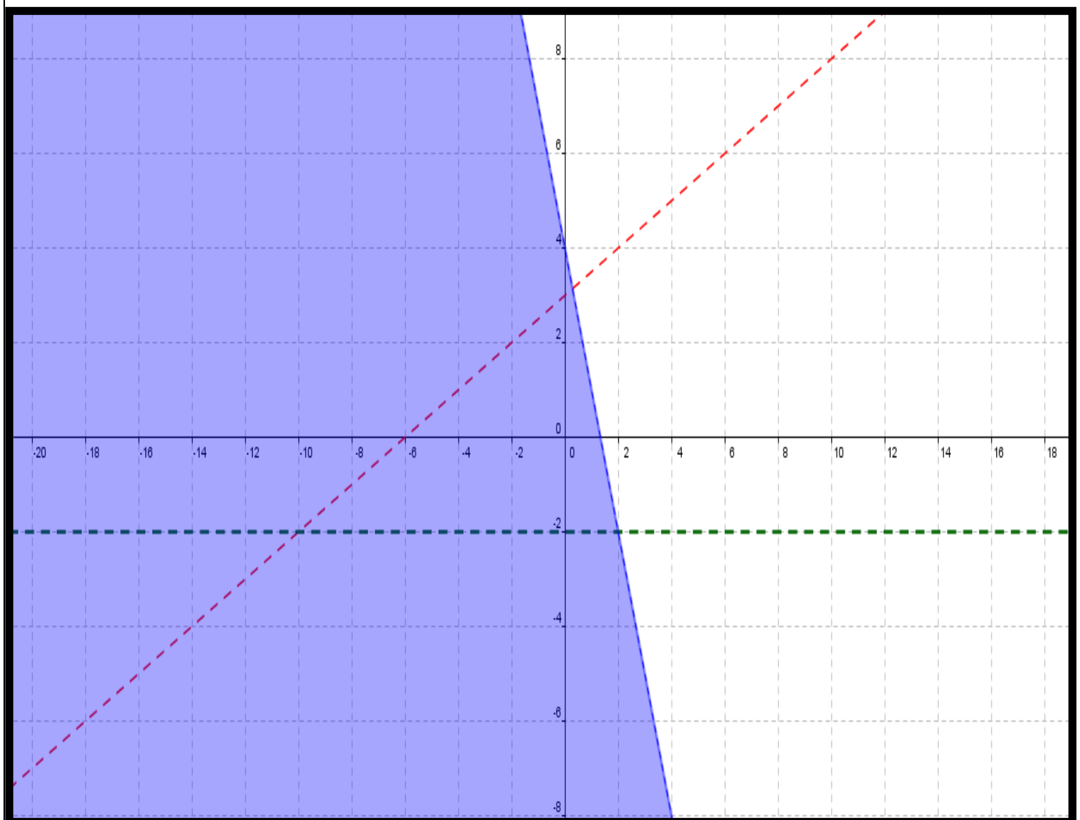


FIGURA 18. Gráfica de 3x+y<4 punto de prueba (0,0)

$\mathbf{3x + y} < 4$

$\mathbf{3(0) + 0} < 4$

$\mathbf{0} < 4$

ES VERDADERO

CUMPLE LA CONDICIÓN

Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

CUADRO 7. Punto de prueba (1,4)

PUNTO (1,4)

$$-\boldsymbol{x} + \boldsymbol{2y} > 6$$

$-(\boldsymbol{1}) + \boldsymbol{2}(\boldsymbol{4}) > 6$

$-(\boldsymbol{1}) + \boldsymbol{8} > 6$

$\boldsymbol{7} > 6$

ES VERDADERO

CUMPLE LA CONDICIÓN

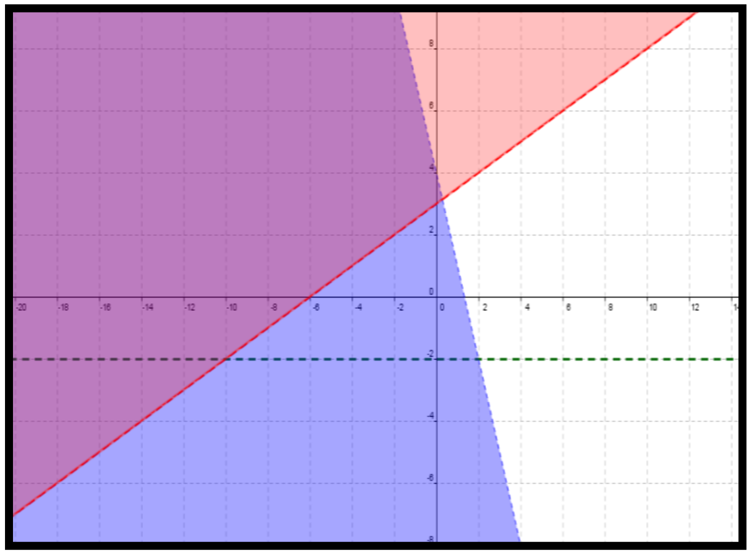


FIGURA 19. Gráfica de
$$\begin{cases} \boldsymbol{3x + y < 4} \\ \boldsymbol{-x + 2y > 6} \\ \boldsymbol{y > -2} \end{cases}$$

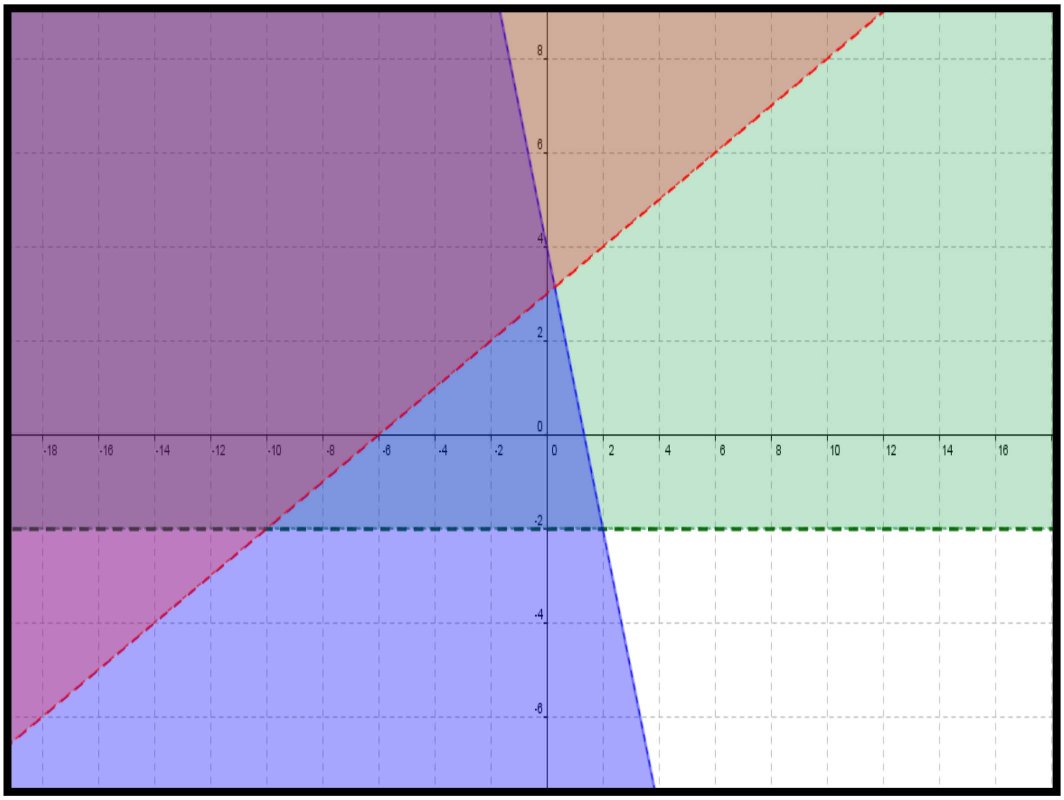
Fuente: Datos del ejercicio

Elaborado: Gabriela Silva

Punto de prueba (0,3)

CUMPLE LA CONDICIÓN

FIGURA 20. Gráfica de $\begin{cases} 3x + y < 4 \\ -x + 2y > 6 \\ y > -2 \end{cases}$



Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

REGIÓN FACTIBLE O CONJUNTO SOLUCIÓN ESTÁ REPRESENTADA POR EL ÁREA SOMBREADA.

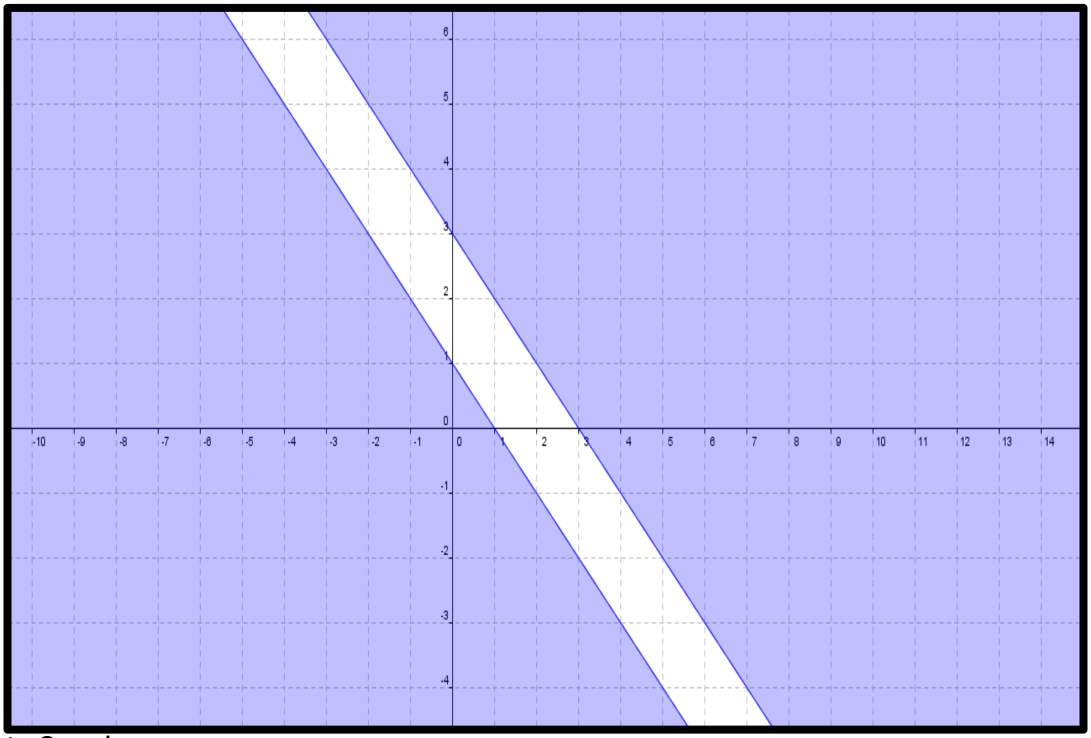
EJEMPLO

Conjunto de solución vacío

$$\begin{cases} x + y \leq 1 \\ 2x + 2y \geq 6 \end{cases}$$

Se han dibujado los semiplanos que son los conjuntos solución de estas desigualdades. Como los dos conjuntos son disjuntos, su intersección es vacía y por lo tanto no existe un solo punto en común, es decir que satisfaga las dos inecuaciones.

FIGURA 21. Gráfica de $\begin{cases} x + y \leq 1 \\ 2x + 2y \geq 6 \end{cases}$



Fuente: Geogebra

Elaborado: Gabriela Silva

Tipos de métodos para resolver un problema de programación lineal

En un problema de **programación lineal** de dos variables, consiste en optimizar (maximizar o minimizar), según los casos una **función objetivo** que tiene la forma $F(x,y) = Ax + By$, se encuentra expuesta una serie de restricciones que se encuentran dadas a inecuaciones.

Los puntos de la región factible se denominan soluciones. De todas las soluciones factibles, aquellas que hacen **óptimas**

(Máxima o mínima) la función objetivo, se denominan **soluciones óptimas.**

Función Objetivo, Conjunto Solución y Solución factible: Según (GROSSMAN, 1992). La función lineal dada por la ecuación a optimizar recibe el nombre de función objetivo. Al conjunto de puntos en el plano x y que satisface las inecuaciones del problema se llama conjunto restricción del problema. Todo punto que este en el conjunto restricción recibe el nombre de solución factible. Los problemas de optimización consisten en hallar el punto o puntos en el conjunto restricción en los cuales la función objetivo tenga un máximo o un mínimo según lo que pidan.

Es una función lineal que se desea maximizar o minimizar.

Los valores máximos y mínimos de la función objetivo ocurren en los vértices de la región factible.

Para resolver un problema de PROGRAMACIÓN LINEAL existen dos métodos:

2.3.6. Método Gráfico

A este método también se le conoce como el de las rectas de nivel.

Para resolver problemas de programación lineal mediante este método procedemos de la siguiente forma:

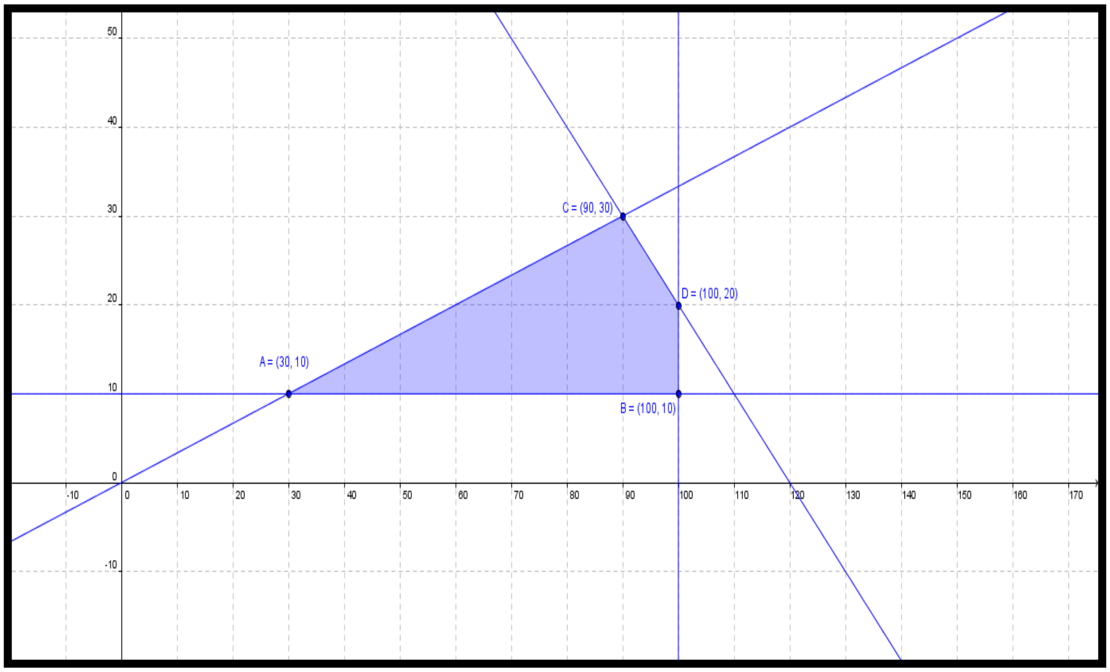
EJEMPLO:

Maximizar la función $\boldsymbol{F(x,y) = 25x + 20y}$ sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x + y \leq 120} \\ \boldsymbol{-x + 3y \leq 0} \\ \boldsymbol{x \leq 100} \\ \boldsymbol{y \geq 10} \end{cases}$$

1. Graficamos las inecuaciones lineales y sombramos la región factible.

FIGURA 22. Gráfica de $\begin{cases} x+y \leq 120 \\ -x+3y \leq 0 \\ x \leq 100 \\ y \geq 10 \end{cases}$



Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

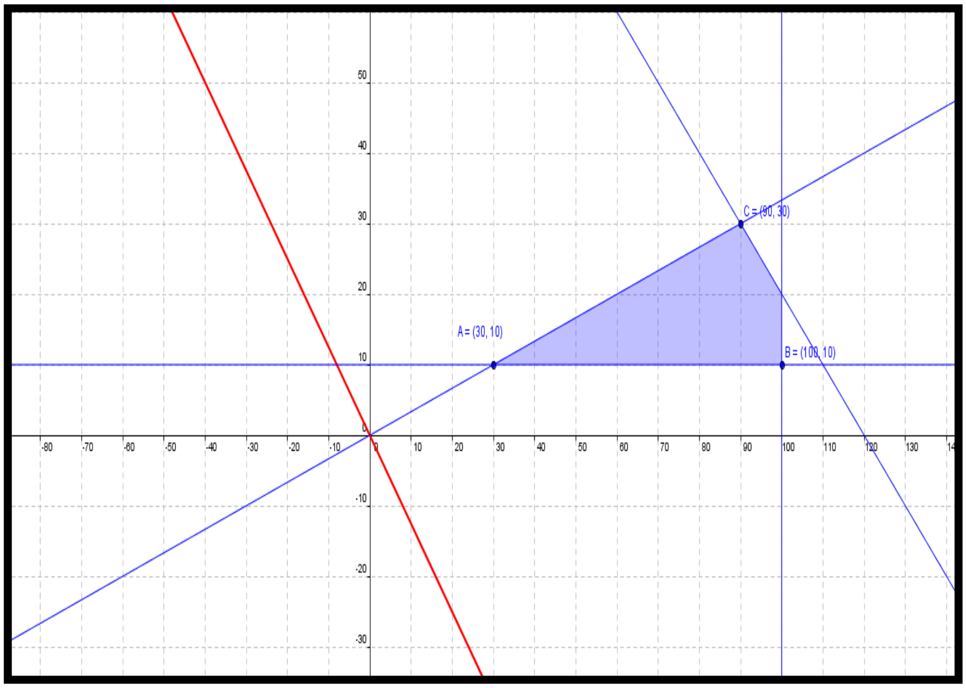
2. Determinamos los vértices de la región factible para ello resolvemos los cuatro sistemas de dos ecuaciones.

CUADRO 8. Puntos de Prueba

PUNTO A	PUNTO B	PUNTO C	PUNTO D
$\begin{cases} y = 10 \\ -x+3y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 100 \\ y = 10 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y = 120 \\ -x+3y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 100 \\ x+y = 120 \end{cases}$
(30,10)	(100,10)	(90,30)	(100,20)

3. Graficamos la función objetivo $F(x,y) = 25x + 20y.$

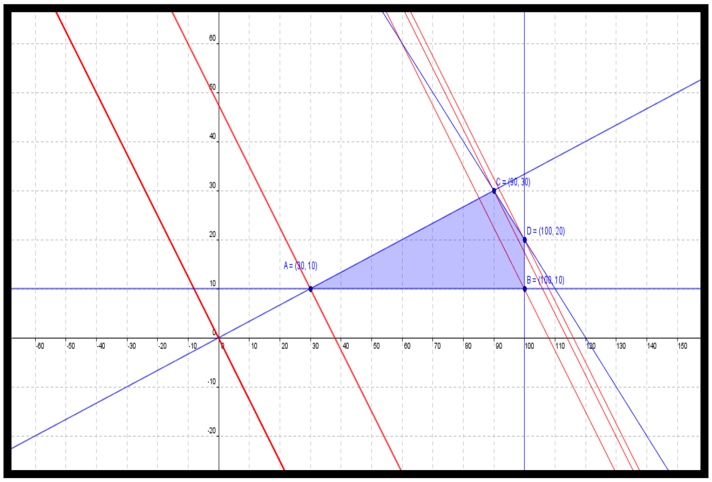
FIGURA 23. Gráfica de la función objetivo F(x,y)=25x+20y



Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

4. Trazamos rectas paralelas a esta función y que pase por los vértices del polígono de la región factible.

FIGURA 24. Gráfica de rectas paralelas



Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

5. Observamos cuál de las rectas paralelas trazadas tiene mayor ordenada en el origen o la que está más alejada del origen da un valor máximo de la función objetivo.

Si se desea encontrar el mínimo de la función objetivo se determina menor valor de las abscisas en el origen o la recta paralela que se encuentre más cercana al origen. En este caso es la recta paralela que pasa por el punto (100,20)

CUADRO 9. Puntos de Prueba

$F(x,y) = 25x + 20y$ $F(30,10) = 25(30) + 20(10)$ $= 750 + 200$ $= 950$	$F(x,y) = 25x + 20y$ $F(100,10) = 25(100) + 20(10)$ $= 2500 + 200$ $= 2700$
$F(x,y) = 25x + 20y$ $F(90,30) = 25(90) + 20(30)$ $= 2250 + 600$ $= 2850$	$F(x,y) = 25x + 20y$ $F(100,20) = 25(100) + 20(20)$ $= 2500 + 400$ $= 2900$

Fuente: Datos del ejercicio
Elaborado: Gabriela Silva

La función objetivo $F(x,y) = 25x + 20y$ tiene una solución óptima en el punto (100,20) donde toma el valor máximo de 2900.

2.3.7. Método Analítico

Al método analítico se lo conoce como método algebraico o método de los vértices.

A continuación vamos a resolver el mismo ejemplo anterior con el método analítico siguiendo los siguientes pasos:

Maximizar la función $F(x,y) = 25x + 20y$ sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} x + y \leq 120 \\ -x + 3y \leq 0 \\ x \leq 100 \\ y \geq 10 \end{cases}$$

1. Determinar los puntos de corte de las rectas asociadas restricciones, resolviendo los sistemas de inecuaciones.

CUADRO 10. Puntos de Prueba

PUNTO A	PUNTO B	PUNTO C	PUNTO D
$\begin{cases} y = 10 \\ -x + 3y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 100 \\ y = 10 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y = 120 \\ -x + 3y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 100 \\ x + y = 120 \end{cases}$
(30,10)	(100,10)	(90,30)	(100,20)

Fuente: Datos del ejercicio

Elaborado: Gabriela Silva

2. Sustituimos cada valor de los vértices de la región en la función objetivo. La solución óptima se la encontrara cuando se determine el mayor o menor valor dependiendo del caso.

CUADRO 11. Puntos de Prueba

$F(x,y) = 25x + 20y$ $F(30,10) = 25(30) + 20(10)$ $= 750 + 200$ $= 950$	$F(x,y) = 25x + 20y$ $F(100,10) = 25(100) + 20(10)$ $= 2500 + 200$ $= 2700$
$F(x,y) = 25x + 20y$ $F(90,30) = 25(90) + 20(30)$ $= 2250 + 600$ $= 2850$	$F(x,y) = 25x + 20y$ $F(100,20) = 25(100) + 20(20)$ $= 2500 + 400$ $= 2900$

Fuente: Datos del ejercicio
Elaborado: Gabriela Silva

En este caso el valor máximo de la función objetivo es 290, y el valor mínimo se presenta en el punto (30,10), que corresponde a 950.

CUADRO 12. Tipos de soluciones de un problema de programación Lineal

TIPOS DE SOLUCIONES DE UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL		
Solución única: Se localiza en un vértice o en un punto extremo de la región factible.	Infinitas Soluciones: Varias soluciones o múltiples soluciones.	Ausencia de solución: También se le conoce como solución no acotada, cuando la función objetivo no tiene valores extremos.
Solución no factible: La solución no es factible si no hay la región factible, esto se produce porque no existe puntos en común.		Solución Degenerada: Se produce una solución degenerada cuando tres o más rectas coinciden y esto hace que no se de una región.

Fuente: Texto del Ministerio de Educación Matemática

Elaborado: Gabriela Silva

2.3.8. Aplicación de Problemas

El verdadero significado de las técnicas de la programación lineal consiste en poder aplicarlas a problemas de la vida cotidiana.

Para desarrollar y resolver los problemas se debe seguir el siguiente orden:

Problema

En una empresa que fabrica stickers, una caja de sticker con brillos deja una ganancia de $3,00 y una caja de sticker con relieve deja una ganacia de $ 4,50. Investigaciones del mercado señalan que la capacidad máxima es de 600 cajas por mes y la demanda mensual de los stickers con brillos es de al menos 150 cajas y la demanda mensual de los sticker con relieve es de al menos de 225 cajas.

¿Cuántas cajas de sticker de cada tipo se deben producir para maximizar las ganancias?

Solución:

1. Definir las variables del problema: Llamaremos **x** al número de cajas de sticker de brillos y **y** al número de cajas de sticker con relieve para mayor facilidad la información se colocará en un cuadro

CUADRO 13. Variables del Problema

STICKER	CON BRILLOS	CON RELIEVE	VALOR LÍMITE
DEMANDA	X		≥150
DEMANDA		Y	≥225
CAPACIDAD	X	Y	≤600
GANACIA($/CAJA)	3.00	4.50	Maximizar

Fuente: Datos del ejercicio

Elaborado: Gabriela Silva

2. Escribir la ecuación de la función Objetivo: La función que expresa la ganancia, a ser maximizada es: $F(x,y) = 3x + 4{,}5y$

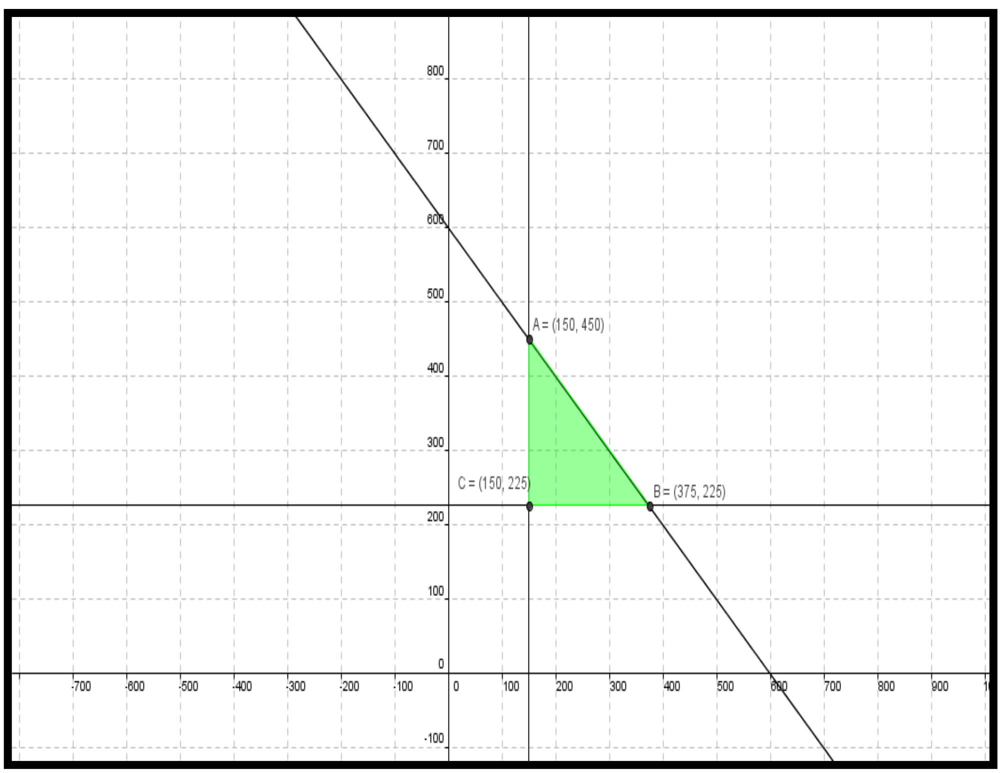
3. Determinar las restricciones como un sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x + y \leq 600, Capacidad\ de\ producción \\ x \geq 150, demanda\ de\ sticker\ con\ brillos \\ y \geq 225, demanda\ de\ sticker\ con\ relieve \end{cases}$$

4. Encontrar los vértices de la región factible: Para hallar los vértices podemos resolver los 3 sistemas de ecuaciones:

Vértice A	Vértice B	Vértice C
$\begin{cases} x + y = 600 \\ x = 150 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y = 600 \\ y = 225 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 150 \\ y = 225 \end{cases}$
$x = 150$, $y = 450$	$x = 375$, $y = 225$	$x = 150$, $y = 225$

FIGURA 25. Gráfica de la función objetivo $\begin{matrix} \boldsymbol{x + y \leq 600} \\ \boldsymbol{x \geq 150} \\ \boldsymbol{y \geq 225}, \end{matrix}$



Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

5. Sustituir los vértices en la función Objetivo:

CUADRO 14. Ganancias del Problema

Vértice	Función Objetivo $F(x,y) = 3x + 4{,}5y$	Ganancia
A (150,450)	$F(150{,}450) = 3(150) + 4{,}5(450) = 2475$	**Máxima**
B (375,225)	$F(375{,}225) = 3(375) + 4{,}5(225) = 2137{,}5$	
C (150,225)	$F(150{,}225) = 3(150) + 4{,}5(225) = 1462{,}5$	

Fuente: Datos del ejercicio

Elaborado: Gabriela Silva

6. En este caso como se está maximizando la función se escoge el punto máximo que es (150,450).

La producción que maximiza la ganancia es 150 cajas de sticker con brillos y 450 cajas de sticker con relieve.

Problema

Un veterinario se dedica a la crianza de cachorros dando una dieta, para crecimiento, con una composición mínima de 15 unidades de la composición A y además otras 15 de la composición B . En el mercado sólo se encuentra dos clases de compuestos: Canino baby con una mezcla de 1 unidad de la composición de A y 5 de la composición de B, y el otro tipo, Súper can, con 5 composiciones de A y una de B. El precio del prototipo de Canino baby es de $10 y del tipo Súper can es de $30. ¿Cuáles son las cantidades indicadas que se debe comprar para obtener un costo mínimo?

Solución:

1. Definir las variables del problema:

CUADRO 15. Variables de Problema

	Canino baby	Súper can
A	1x	5x
B	5y	1y
	≥15	≥15

Fuente: Datos del ejercicio

Elaborado: Gabriela Silva

2. Escribir la ecuación de la función Objetivo: La función que expresa las cantidades que se necesita con un costo mínimo es: $F(x,y) = 10x + 30y$
3. Determinar las restricciones como un sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x + 5y \geq 15 \\ 5x + y \geq 15 \\ x \geq 0, sentido\ \ común \\ y \geq 0, sentido\ común \end{cases}$$

4. Encontrar los vértices de la región factible: Para hallar los vértices podemos resolver los sistemas de ecuaciones:

CUADRO 16. Puntos de Prueba

Vértice A	Vértice B	Vértice C	Vértice D	Vértice E
$\begin{cases} x + 5y = 15 \\ x = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x + 5y = 15 \\ 5x + y = 15 \end{cases}$	$\begin{cases} x + 5y = 15 \\ y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x + y = 15 \\ y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x + y = 15 \\ x = 0 \end{cases}$
$x = 0$, $y = 3$	$x = 2{,}5$, $y = 2{,}5$	$x = 15$, $y = 0$	$x = 3$, $y = 0$	$x = 0$, $y = 15$

Fuente: Datos del ejercicio

Elaborado: Gabriela Silva

FIGURA 26. Gráfica de la función objetivo $\begin{cases} x + 5y \geq 15 \\ 5x + y \geq 15 \\ x \geq 0, \textit{sentido común} \\ y \geq 0, \textit{sentido común} \end{cases}$

Fuente: Geogebra

Elaborado: Gabriela Silva

5. Sustituir los vértices en la función Objetivo:

CUADRO 17. Costos del Problema

Vértice	**Función Objetivo** $F(x,y) = 10x + 30y$	**Costo**
B (2.5,2.5)	$F(2.5{,}2.5) = 10(2.5) + 30(2.5) = 100$	Mínimo
C (15,0)	$F(15{,}0) = 10(15) + 30(0) = 150$	
E (0,15)	$F(0{,}15) = 10(0) + 30(15) = 450$	

Fuente: Datos del ejercicio

Elaborado: Gabriela Silva

Se escoge los puntos B,C, E porque son los vértices que forman la parte sombrada es decir de la región factible.

6. En este caso como se está minimizando la función se escoge el punto mínimo que es (2.5,2.5)

Problema:

Un comerciante desea invertir en su negocio $100.000 en dos tipos de mercadería A y B. La mercadería de tipo A tiene menor probabilidad de ser vendida, ya que solo generan un beneficio del 10%. Las de tipo B tienen la posibilidad de venderse en mayor cantidad, pero solo produce el 7% de ganancia.

Por estas razones el negociante decide invertir como máximo %60.000 en la compra de mercadería de tipo A y por lo menos $20.000 en la compra de mercadería de tipo B. Además quiere que lo invertido en la mercadería A al menos sea igual a lo gastado en B.

¿Cómo debe invertir los $ 100.000 para que el beneficio anual sea el máximo?

Solución:

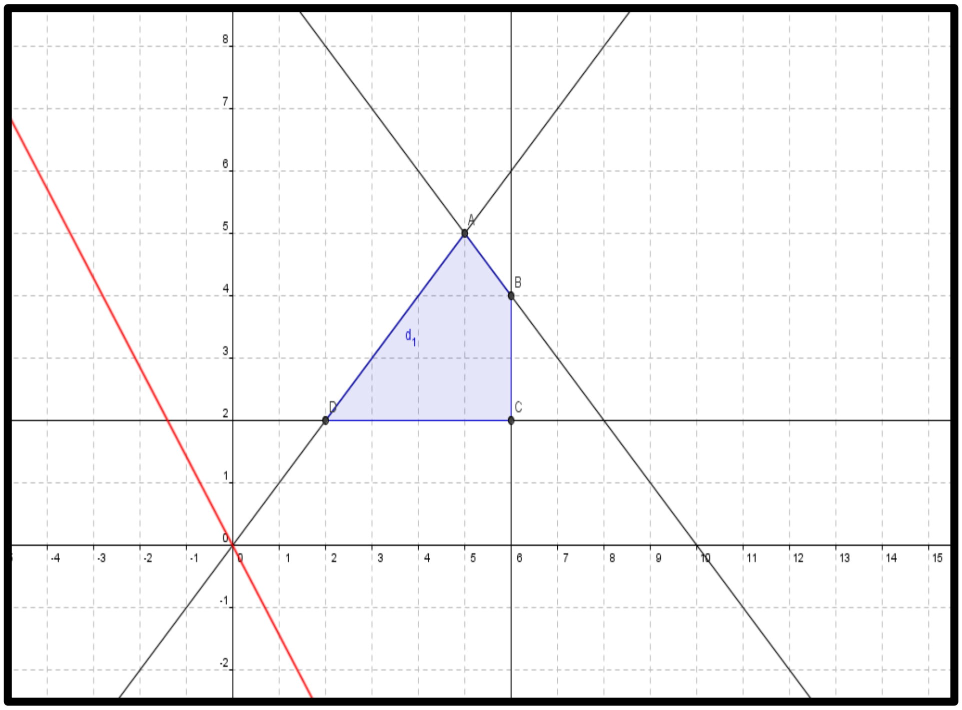
Escribir la ecuación de la función Objetivo: La función que expresa las cantidades que se necesita con un costo mínimo es: $F(x,y) = 0.1x + 0{,}07y$

Determinar las restricciones como un sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x + y \leq 10 \\ 0 \leq x \leq 6 \\ x \geq y \\ y \geq 2 \end{cases}$$

Representamos las restricciones y la función objetivo $F(x,y) = 0.1x + 0{,}07y$ o $F(x,y) = 10x + 7y$

FIGURA 27. Gráfica de la función objetivo $\begin{cases} \boldsymbol{x + y \leq 10} \\ \boldsymbol{0 \leq x \leq 6} \\ \boldsymbol{x \geq y} \\ \boldsymbol{y \geq 2} \end{cases}$



Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

El máximo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x = 6 \end{cases}$$

Solución Punto (6,4)

Por lo tanto, debe invertir $ 60.000 en mercadería de tipo A y $ 40.000 en mercadería de tipo B.

Problema

Un obrero produce chalecos y faldas. En su taller tiene tres máquinas de cortar, coser y teñir, una de las ofertas que realiza el obrero es de entregar un chaleco representa utilizar la máquina de coser 3 horas, una hora la máquina de cortar y la máquina de teñir 1 hora. En cuanto a prendas femeninas el obrero entrega faldas para las cuales utiliza las máquinas de la siguiente manera la máquina cortadora 1 hora, la máquina de coser 1 hora y ninguna hora la máquina de teñir. La máquina de teñir se puede utilizar en un periodo de tres horas, la máquina de coser 11 horas y la máquina cortadora un periodo de 7 horas. Lo que se confecciona se entrega a diferentes almacenes a un precio de $ 8 por cada chaleco y $ 5 por cada falda ¿Cómo se debe utilizar las máquinas para tener el beneficio máximo?

Solución:

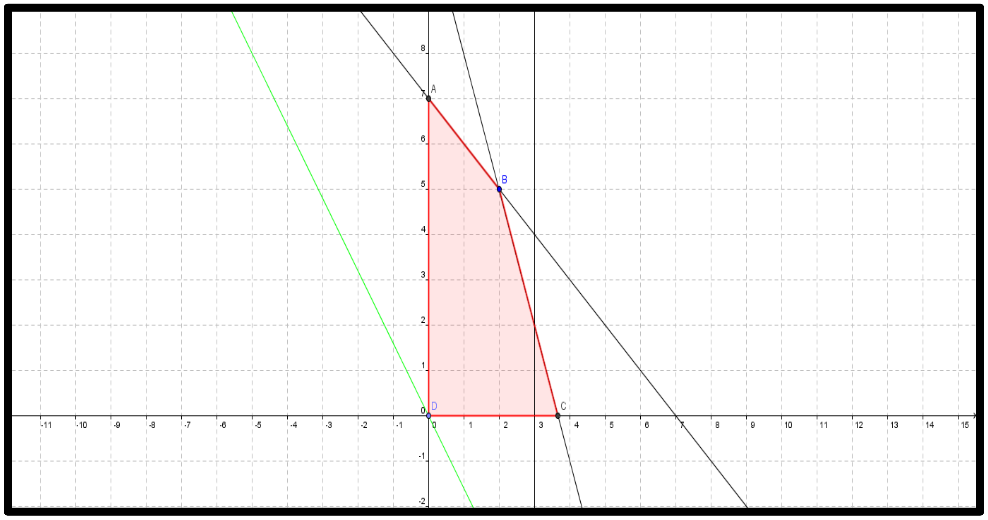
Escribir la ecuación de la función Objetivo: La función que expresa las cantidades que se necesita con un costo mínimo es: $F(x, y) = 8x + 5y$

Determinar las restricciones como un sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 3 \\ x + y \leq 7 \\ 3x + y \leq 11 \end{cases}$$

Representamos las restricciones y la función objetivo $F(x, y) = 8x + 5y = 0$

FIGURA 28. Gráfica de la función objetivo $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 3 \\ x + y \leq 7 \\ 3x + y \leq 11 \end{cases}$



Fuente: Geogebra
Elaborado: Gabriela Silva

El máximo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:

Solución Punto (2,5)

Por lo tanto, se debe fabricar dos chalecos y cinco pantalones.

2.3.9. Uso del Geogebra en la resolución de Programación Lineal

El uso de la tecnología y herramientas informáticas a la Matemática se ha ido incorporando sistemáticamente dentro de la enseñanza. Este tipo de aplicaciones permite tratar al tema de Programación Lineal desde una forma más dinámica e interactiva que permite a los estudiantes visualizar de mejor manera dicho contenido.

Geogebra es un software libre desarrollado por Markus LLohenwartre que ha realizado aportes significativos al desarrollo de la educación y sin duda una de las herramientas más conocidas en el nivel del Bachillerato y frecuentemente utilizado en el tema de Programación Lineal ya que nos permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, inecuaciones y demás.

Además se puede ingresar ecuaciones y coordenadas directamente y Geogebra tiene la potencia de manejarse con variables y ofrece una gama de comandos.

Es importante recalcar que el software facilita diversas opciones a los estudiantes para mejorar su aprendizaje en la enseñanza en Programación Lineal así tenemos el uso de este software facilita la posibilidad de mirar objetos matemáticos y sus conexiones tanto en una ventana gráfica como en una ventana algebraica, a través de la manipulación de objetos usando la ventana de entrada del GeoGebra, ayudando así a evitar la memorización de definiciones.

Además los estudiantes pueden hacer uso de diferentes propiedades como la del "arrastre", lo que permite determinar la región factible, también hacen uso del cambio de escalas con el zoom de GeoGebra, para obtener gráficos claros y sin distorsiones en el momento de resolver sistemas de inecuaciones lineales con dos variables.

Una de las facilidades es que es portátil y libre y así los estudiantes tienen la posibilidad re retroalimentar o repasar en casa sus tareas.

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3. METODOLOGÍA

3.1. Diseño y Tipo de Estudio

La investigación tiene un enfoque Analítico – Cuantitativo y Experimental. Por lo tanto, en el presente estudio se empleó el diseño cuasi-experimental, ya que se trabajó con grupos de estudiantes que están formados por paralelos, en dónde se definirá el grupo de control y el grupo de experimentación.

- Pre-test. Establecer un diagnostico situacional
- Test. Desarrollo de prácticas y aplicaciones, evaluaciones escritas.
- Post-Test. Permitirá evidenciar los resultados finales de la investigación
- Desarrollo de la metodología didáctica.

Es importante indicar que se utilizó en el presente trabajo dentro del proceso formal es el método hipotético deductivo porque se partió de una hipótesis para plantear el problema.

3.2. Determinación de la población

Población: En la investigación la población fue de 120 estudiantes del Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa Combatientes de Tapi.

CUADRO 18. Población

Ord.	GRUPOS DE ESTUDIANTES	Grupos	NÚMERO DE ESTUDIANTES
1	DE EXPERIMENTACIÓN	A	60
2	DE CONTROL	B	60
		TOTAL	120

Fuente: Secretaria de UE. Combatientes de Tapi

Elaborado: Gabriela Silva

3.3. Muestra: Se tomó una muestra intencional al seleccionar a todos los estudiantes divididos en dos grupos el grupo A 60 estudiantes y el grupo B 60 estudiantes.

3.4. Método, técnicas e instrumentos

3.4.1. Método

Cualitativo-Cuantitativo

Inductivo

Analítico

3.4.2. Técnicas

- ✓ La observación
- ✓ La encuesta
- ✓ El test

3.4.3. Instrumentos

- ✓ Lista de cotejo
- ✓ Cuestionarios
- ✓ Cuadernos de notas

3.5. Proceso de datos

Los Datos se procesaron tomando en cuenta los instrumentos y las técnicas utilizadas.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

4.1.1 Hipótesis

El uso de una guía didáctica de programación lineal mejora significativamente el nivel de aprendizaje y resolución de problemas por el método gráfico y analítico dirigido a los estudiantes de Primero de Bachillerato.

Variable Dependiente

Nivel o grado de aprendizaje y resolución de problemas por el método gráfico y analítico dirigido a los estudiantes de Primero de Bachillerato.

Variable Independiente

El uso de una guía didáctica de programación lineal

4.2. Operacionalización conceptual

CUADRO 19. Operacionalización de variables

VARIABLES	CONCEPTOS
Variable independiente: El uso de una guía didáctica de programación lineal	En la presente investigación se entiende por el uso de una guía didáctica de programación lineal al material que orienta al estudio de la asignatura para favorecer el trabajo autónomo.
Variable dependiente: Nivel o grado de aprendizaje y resolución de problemas por el método gráfico y analítico dirigido a los estudiantes de Primero de Bachillerato	En el presente estudio se entenderá aprendizaje y resolución de problemas por el método gráfico y analítico dirigido a los estudiantes de Primero de Bachillerato a los conocimientos matemáticos renovados, profundizados y generales que tiene el estudiante, además las prácticas lógicas y numéricas que ha adquirido para resolver problemas de programación lineal por el método gráfico y analítico.

Fuente: Texto del Ministerio de Educación

Elaborado: Gabriela Silva

4.3. Operacionalización metodológica

CUADRO 20. Operacionalización Metodológica

Variable	Categorías	Indicadores	Técnicas
El uso de una guía didáctica de programación lineal	Conocimiento del conjunto factible o región en un sistema de inecuaciones lineales. Conocimiento de Programación Lineal. Conocimiento de Optimización Lineal Estrategias de solución	Mayor comprensión en los problemas de programación lineal. Amplitud para resolver problemas Resolver problemas de maximizar y minimizar. Cumplimiento de etapas para solucionar	Test Encuesta Observación
Nivel o grado de aprendizaje y	Conocimientos matemáticos que	Conocimientos actualizados	

resolución de problemas por el método gráfico y analítico dirigido a los estudiantes de Primero de Bachillerato	posee el estudiante Habilidades lógicas y numéricas que ha adquirido el estudiante Resolución de problemas	Conocimientos de profundidad Nivel de abstracción y generalización de los conocimientos. Habilidades para analizar y sintetizar Habilidades para razonar y resolver problemas por el método gráfico y analítico.	

Fuente: Ángel Urquizo
Elaborado: Gabriela Silva

4.4. Análisis, interpretación y presentación de resultados

Una vez que se procede a realizar la recolección de la información mediante los instrumentos que se utilizó para realizar la recolección de datos, para lo cual se empleó un cuestionario formado por (14) preguntas con cuatro alternativas y así el estudiante seleccionó la opción más conveniente, y de esta manera se procedió a realizar la interpretación y análisis de cada una de las preguntas y de esta manera verificar y dar cumplimiento al desarrollo de los objetivos planteados en la investigación.

Es importante señalar que los datos poseen un significado dependiendo de la interpretación que dé el investigador de acuerdo a los datos obtenidos y para ellos es necesario escoger un adecuado proceso analítico, esto depende del tipo de información que se tenga en la investigación. Por lo tanto, se representó la información de una manera global, gráfica y automatizada, para los datos obtenidos se representó en diagramas de barras y se realizó su respectivo cálculo porcentual. Y por último los resultados fueron tabulados.

4.5. Diagnóstico de la situación inicial de los estudiantes de Primero de Bachillerato en cuanto a la resolución de problemas de programación lineal por el método gráfico y analítico.

Se propuso a los dos grupos de estudiantes que analizaran el siguiente problema:

En una empresa que fabrica dulces, una caja de chocolates con crema deja una ganancia de $3 y una caja de chocolates con fresas deja una ganancia de $ 4,5. Investigaciones de mercado indican lo siguiente: La capacidad máxima de producción es de 600 cajas por mes y la demanda mensual de los chocolates con crema es de al menos 150 cajas y la demanda mensual de los chocolates con fresas es de al menos 225 cajas. ¿Cuántas cajas de chocolate de cada tipo se deben producir para maximizar las ganancias?

Se indicaron además seis fases de desarrollo secuenciales del análisis, eso para organizar el trabajo a los estudiantes, los resultados se muestran a continuación.

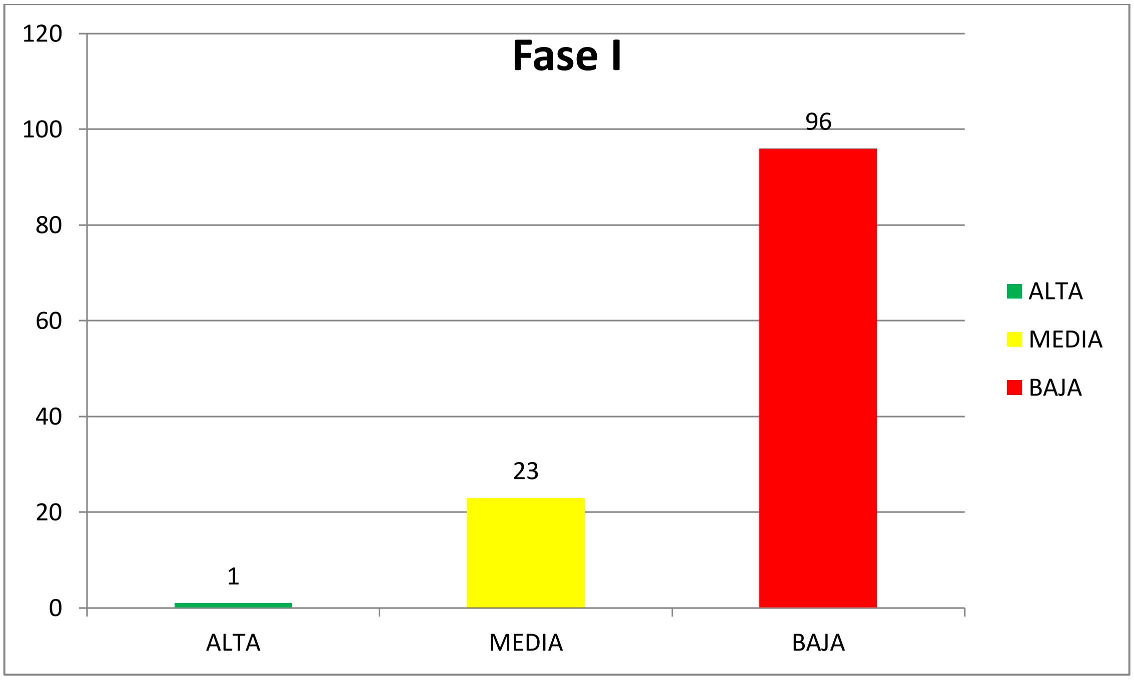
Fases de análisis del problema

1. Se define las variables del problema:
2. Se escribe la ecuación de la función Objetivo:
3. Se determinar las restricciones como un sistema de inecuaciones:
4. Se encuentra los vértices de la región factible:
5. Se grafica el conjunto solución de cada desigualdad.
6. Se determina el conjunto factible a partir de la intersección de las soluciones de cada restricción.

De esta manera se pudo realizar una síntesis de las habilidades de los estudiantes en cada una de las fases, para lo cual se trabajó con las modalidades ALTA, MEDIA, BAJA, obteniendo los siguientes resultados.

Fase I

FIGURA 29. Datos Situación Inicial

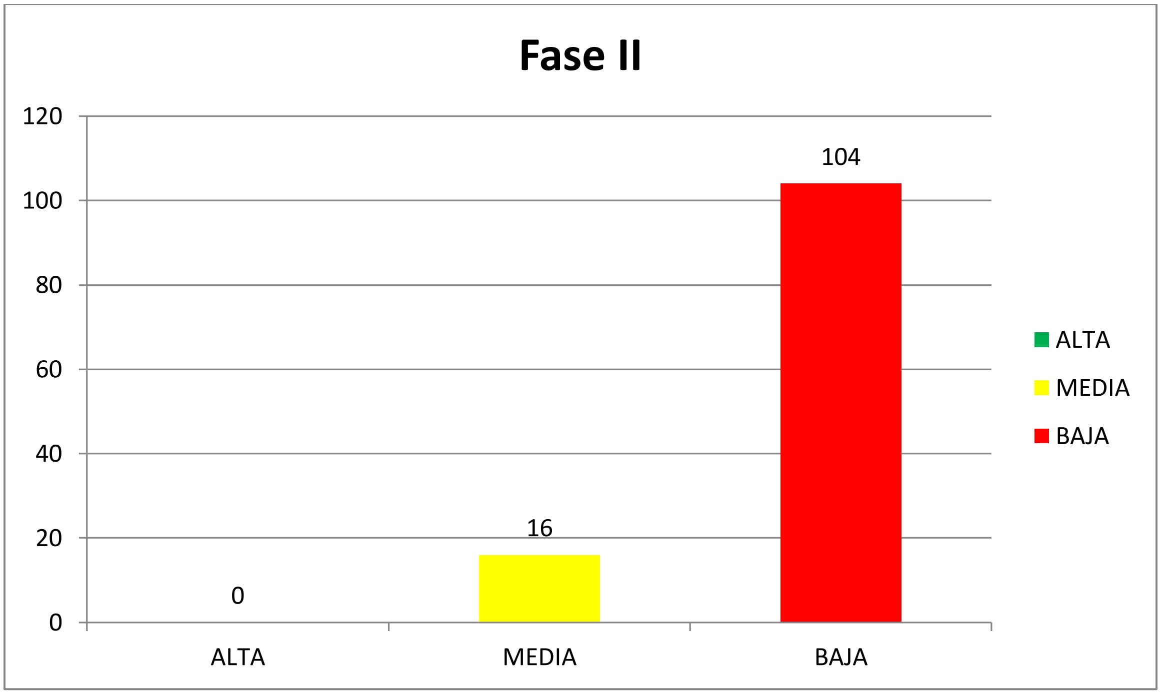


Fuente: Gabriela Silva

De los 120 estudiantes se puede determinar que en la fase I existen 1 estudiante que mostró una habilidad alta, mientras que 23 estudiantes están en un nivel medio y 96 estudiantes se encuentran en el nivel bajo.

Fase II

FIGURA 30. Datos Situación Inicial

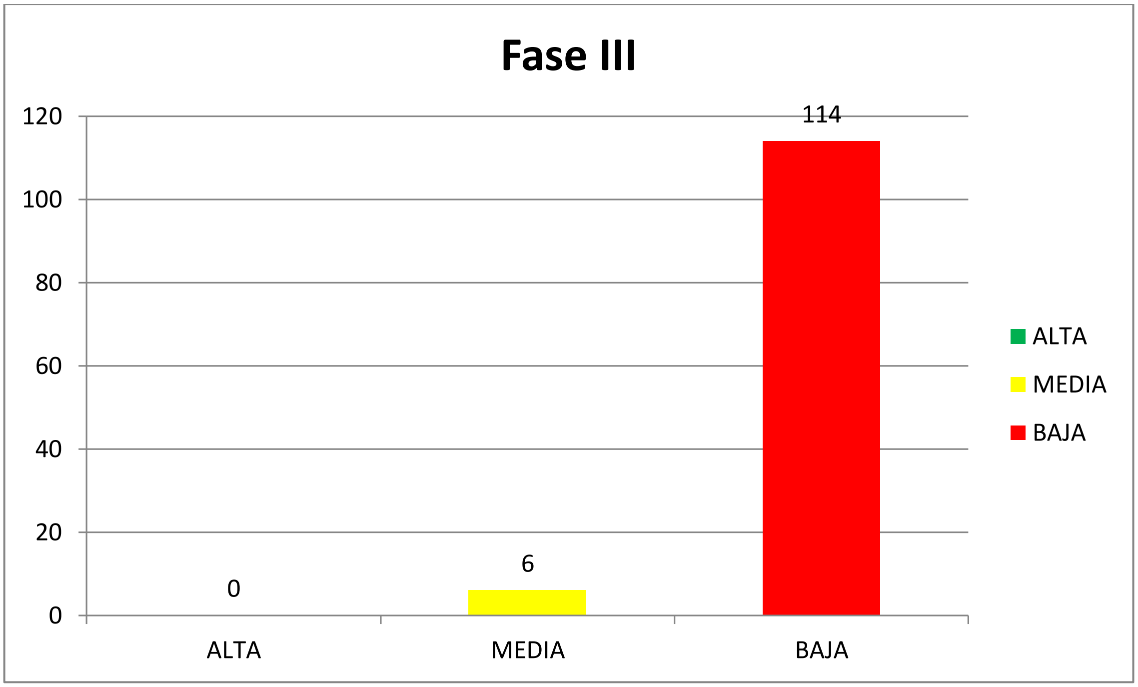


Fuente: Gabriela Silva

De los 120 estudiantes se puede determinar que en la fase II no existen estudiantes que hayan mostrado una habilidad alta, 23 estudiantes están en un nivel medio y 104 estudiantes se encuentran en el nivel bajo.

Fase III

FIGURA 31. Datos Situación Inicial

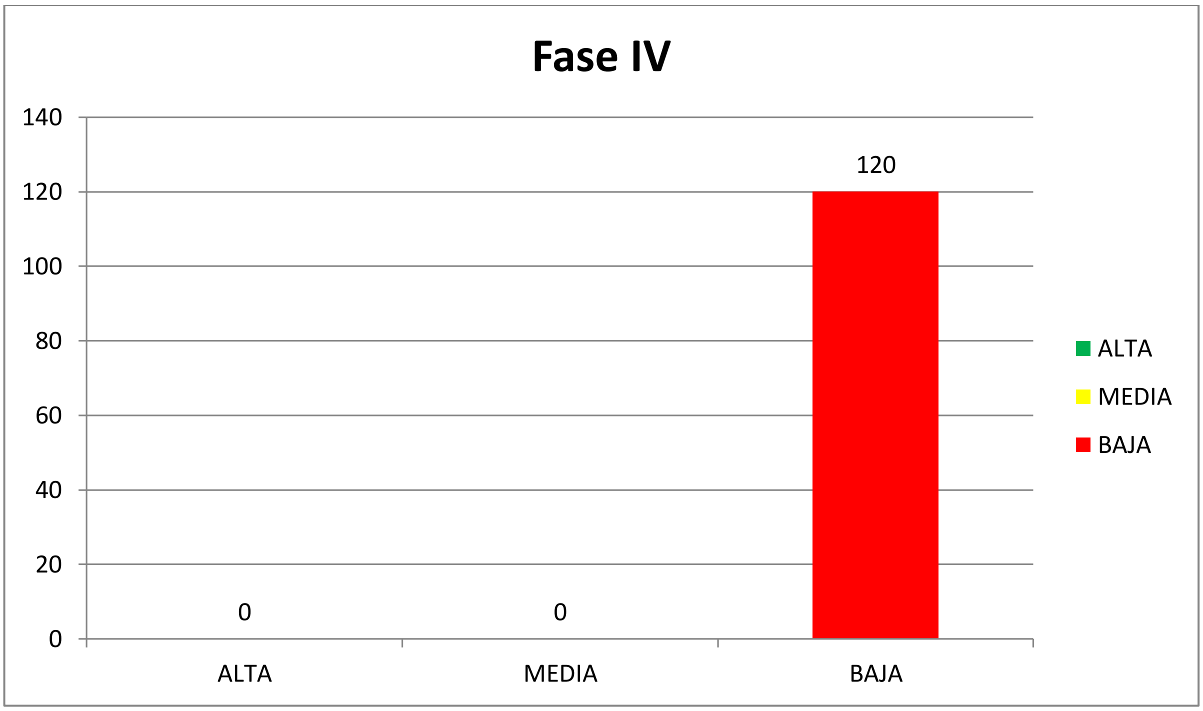


Fuente: Gabriela Silva

De los 120 estudiantes se puede determinar que en la fase III no existen estudiantes que mostraron una habilidad alta, 6 estudiantes están en un nivel medio y 114 estudiantes se encuentran en el nivel bajo.

Fase IV

FIGURA 32. Datos Situación Inicial

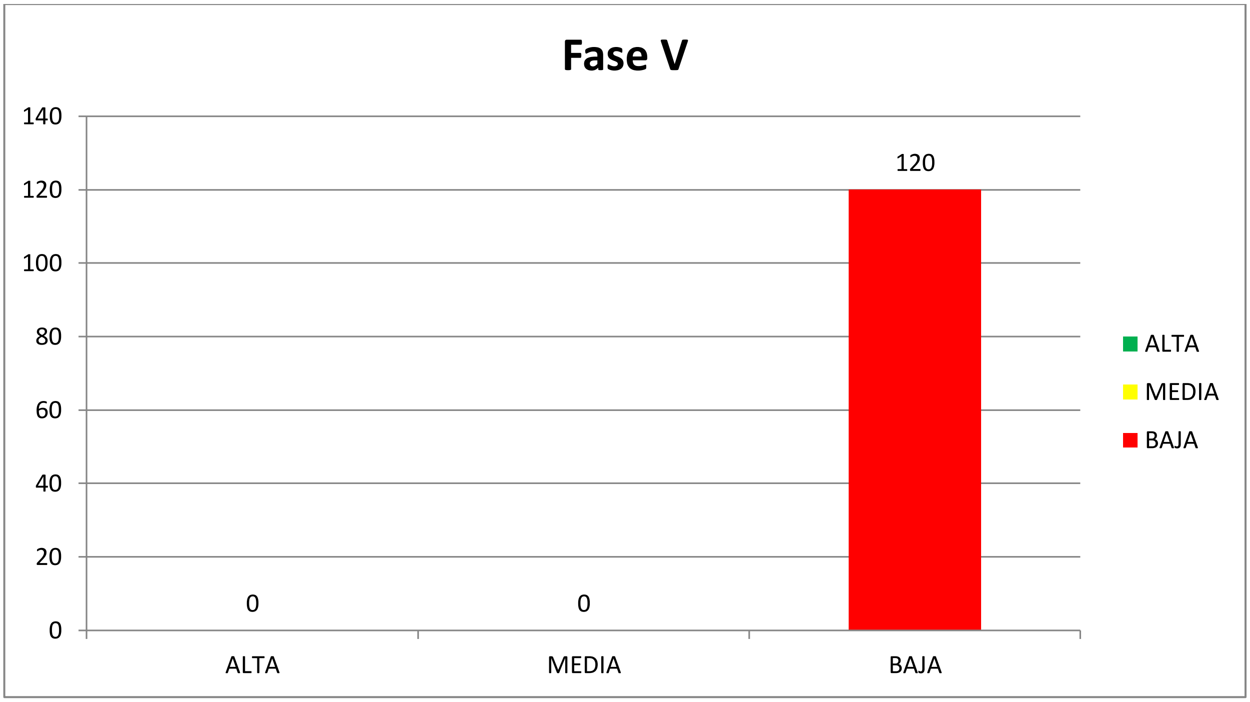


Fuente: Gabriela Silva

De los 120 estudiantes se puede determinar que en la fase IV no existen estudiantes que mostraron una habilidad alta, ningún estudiante en el nivel medio y 120 estudiantes se encuentran en el nivel bajo.

Fase V

FIGURA 33.Datos Situación Inicial

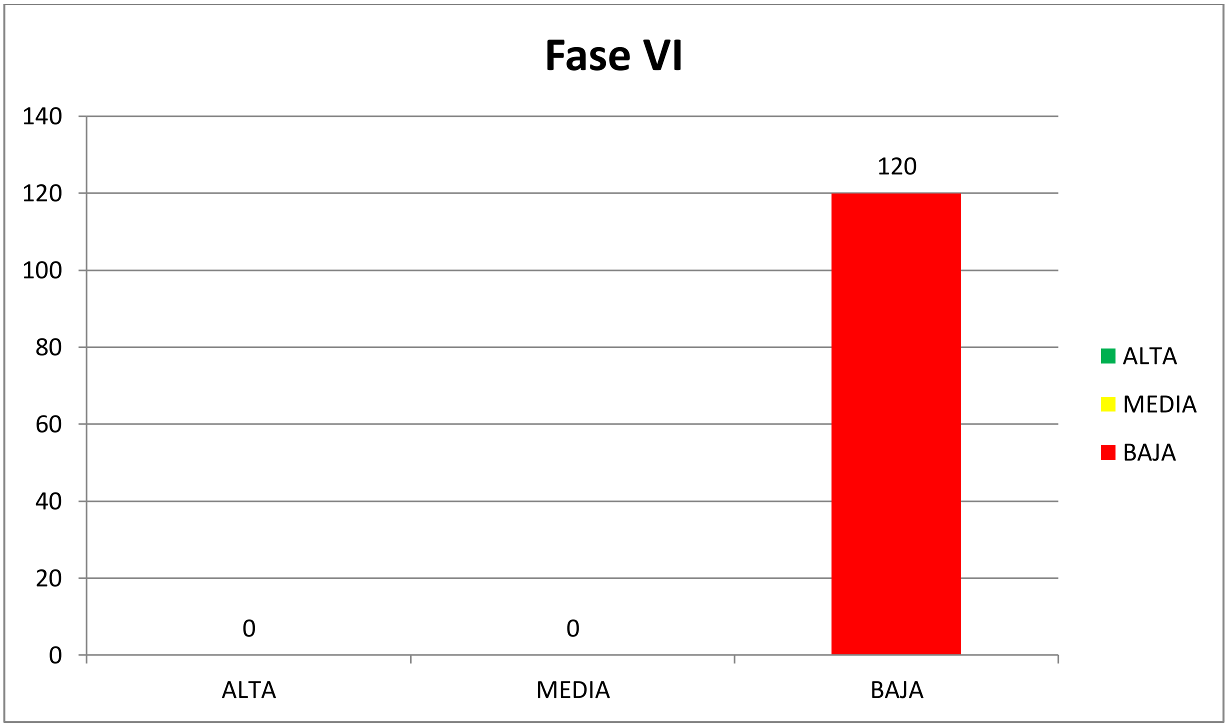


Fuente: Gabriela Silva

De los 120 estudiantes se puede determinar que en la fase V no existen estudiantes que mostraron una habilidad alta, ningún estudiante en el nivel medio y 120 estudiantes se encuentran en el nivel bajo.

Fase VI

FIGURA 34. Datos Situación Inicial



Fuente: Gabriela Silva

De los 120 estudiantes se puede determinar que en la fase VI no existen estudiantes que mostraron una habilidad alta, ningún estudiante en el nivel medio y 120 estudiantes se encuentran en el nivel bajo.

4.6. Distribución absoluta de la situación final de los estudiantes de Primero de Bachillerato en cuanto a la resolución de problemas de programación lineal por el método gráfico y analítico.

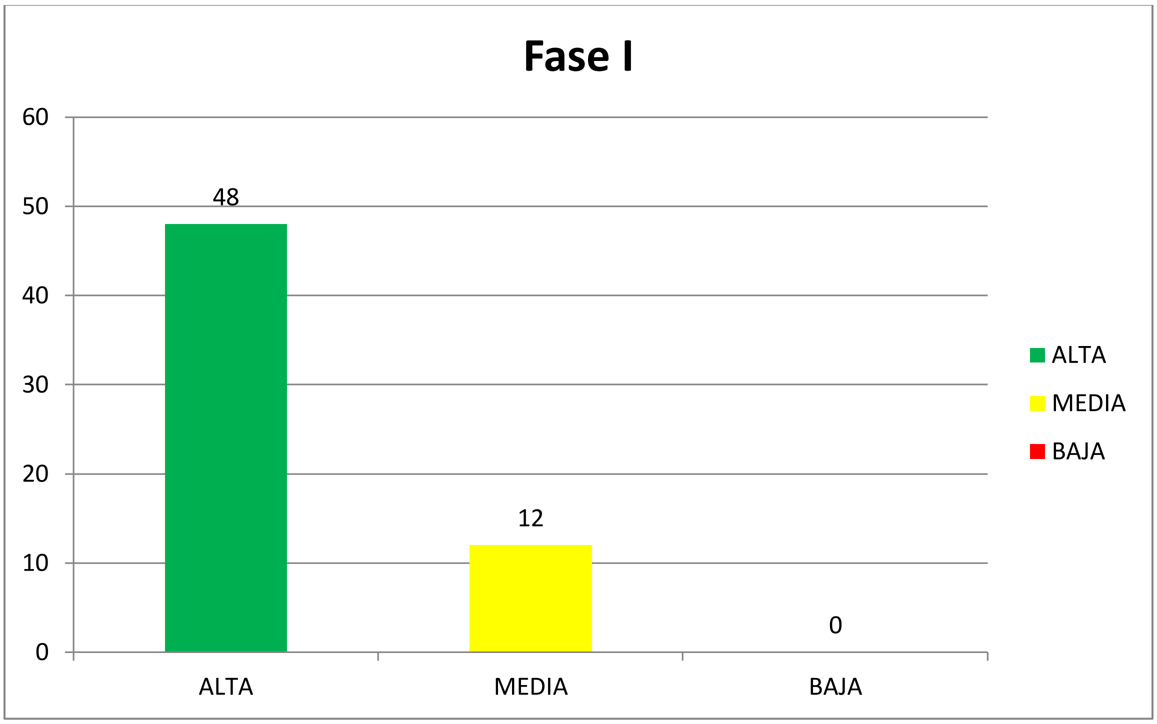
Se propuso a los dos grupos de estudiantes analizaran el siguiente problema:

Un artesano realiza dos modelos de joyas. Las del tipo A están elaboradas con 1g de oro y 1,5 g de plata, las cuales están a la venta a un valor de $ 40 cada una. En cuanto en la elaboración de las joyas de modelo B emplea 1,5 g de oro y 1 g de plata, y estas son vendidas a $ 50. El artesano se encuentra en un dilema ya que solo posee a la mano 750 g de cada uno de los materiales ¿Cuál es el número de joyas que vería elaborar el artesano para obtener el máximo de ganancias?

4.6.1. Resultados Grupo A

Fase I

FIGURA 35. Datos Situación Final Grupo A Fase I

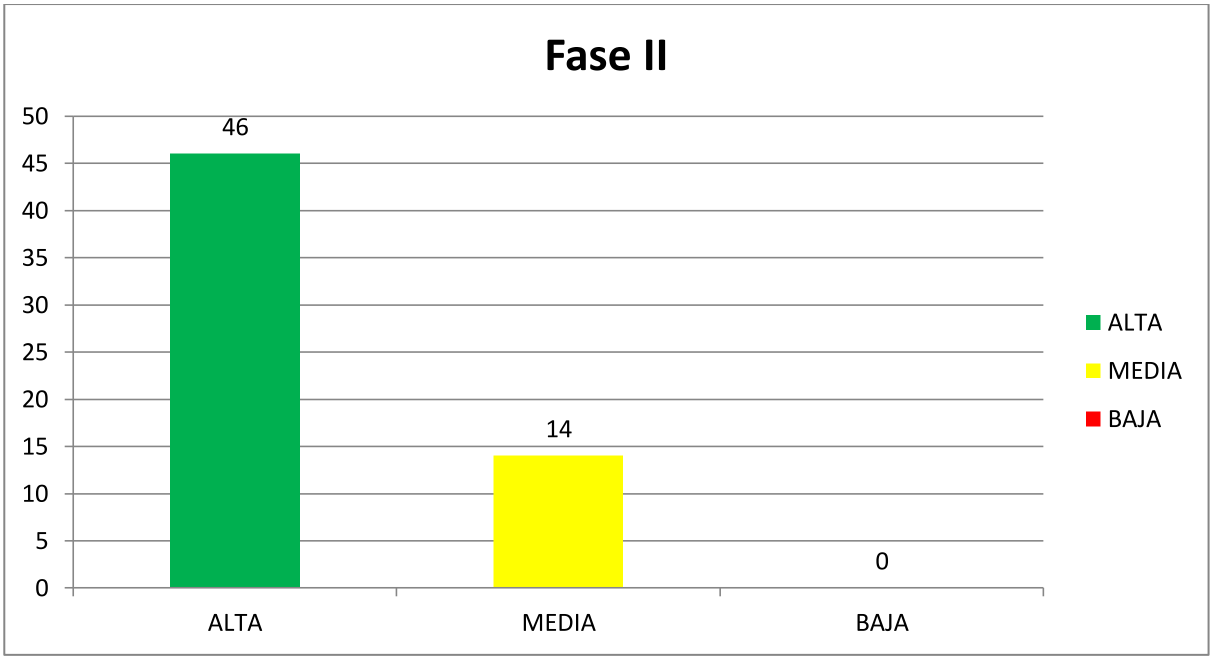


Fuente: Gabriela Silva

De los 60 estudiantes se puede determinar que en la fase I existen 48 estudiantes que mostraron una habilidad alta, 12 estudiantes en el nivel medio y ningún estudiante se encuentran en el nivel bajo.

Fase II

FIGURA 36. Datos Situación Final Grupo A Fase II

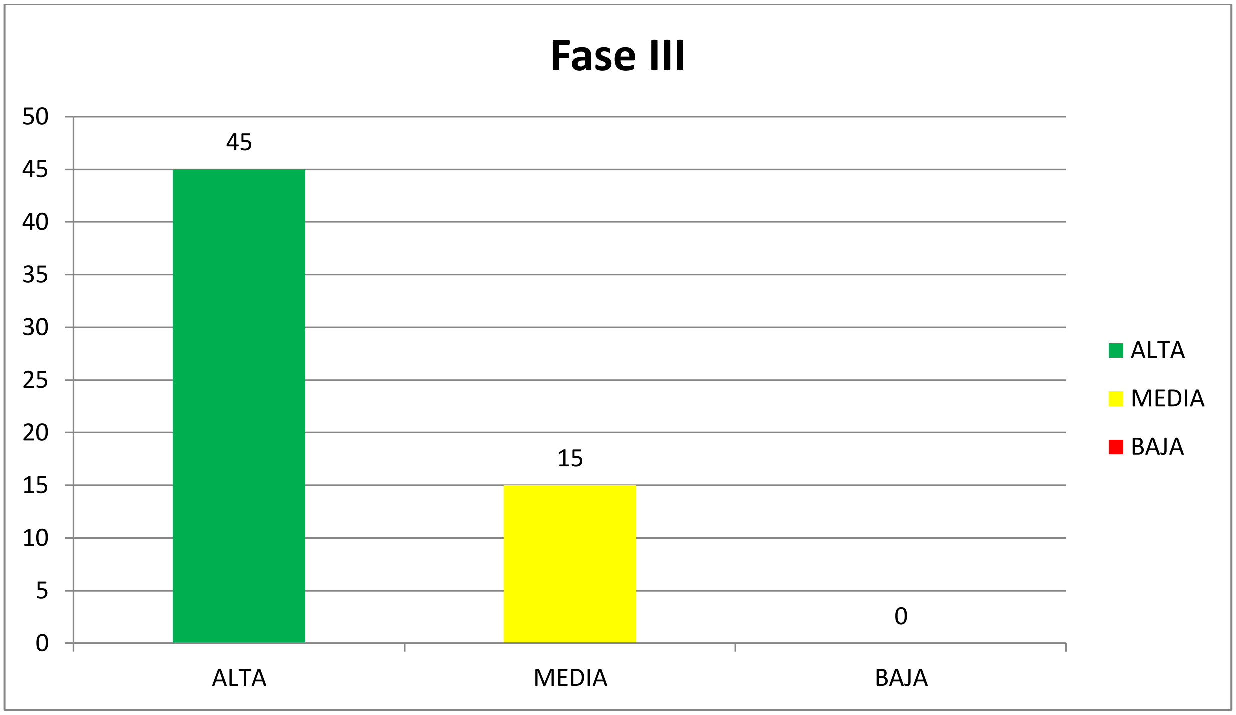


Fuente: Gabriela Silva

De los 60 estudiantes se puede determinar que en la fase II existen 46 estudiantes que mostraron una habilidad alta, 14 estudiantes en el nivel medio y ningún estudiante se encuentran en el nivel bajo.

Fase III

FIGURA 37. Datos Situación Final Grupo A Fase III

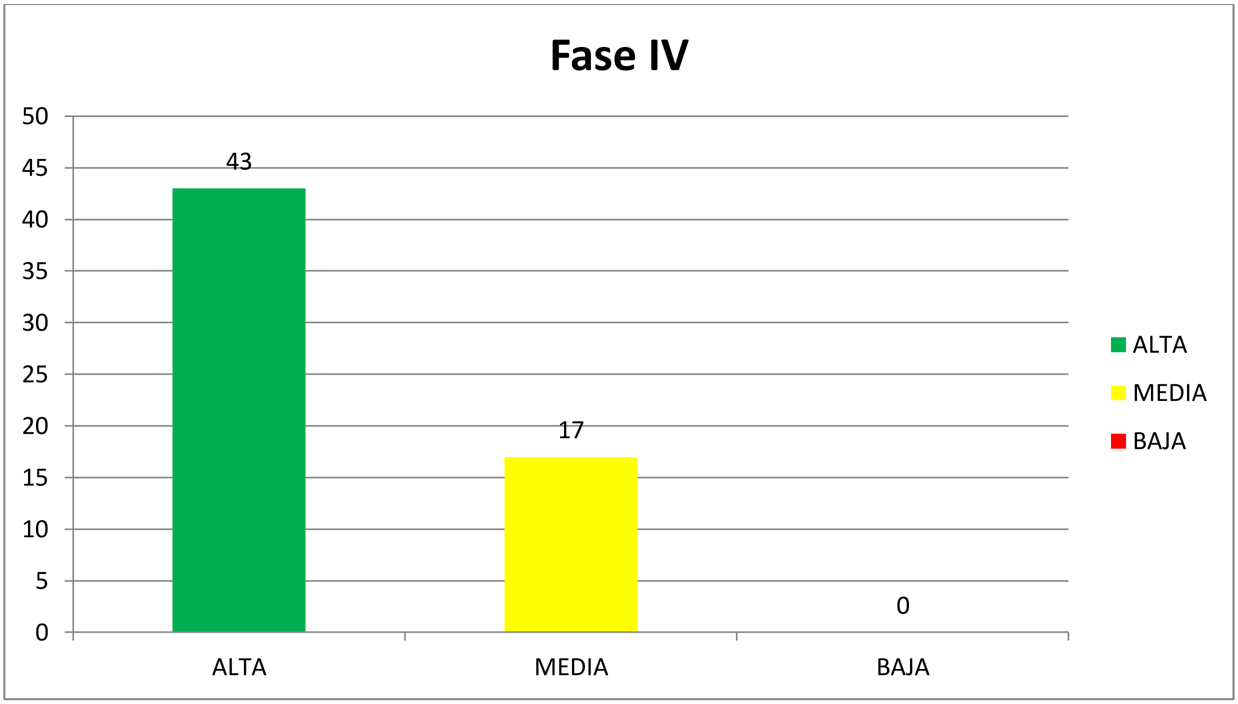


Fuente: Gabriela Silva

De los 60 estudiantes se puede determinar que en la fase III existen 45 estudiantes que mostraron una habilidad alta, 15 estudiantes en el nivel medio y ningún estudiante se encuentran en el nivel bajo.

Fase IV

FIGURA 38. Datos Situación Final Grupo A Fase IV

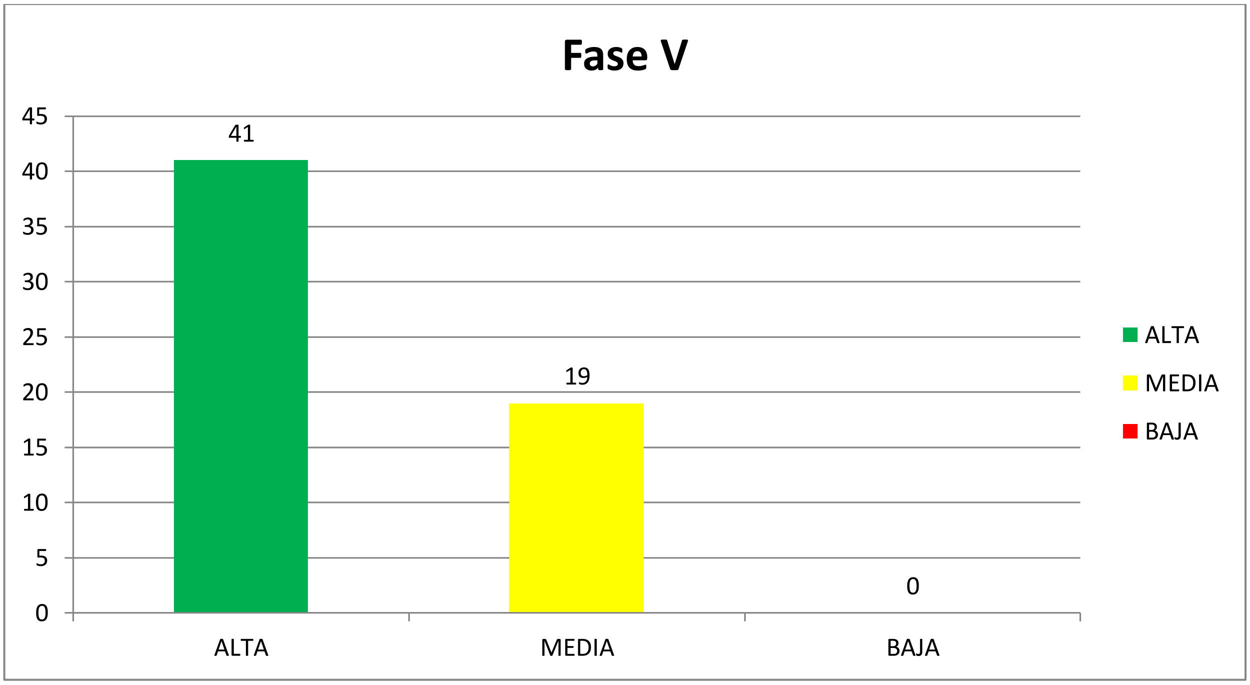


Fuente: Gabriela Silva

De los 60 estudiantes se puede determinar que en la fase IV existen 43 estudiantes que mostraron una habilidad alta, 17 estudiantes en el nivel medio y ningún estudiante se encuentran en el nivel bajo.

Fase V

FIGURA 39. Datos Situación Final Grupo A Fase V

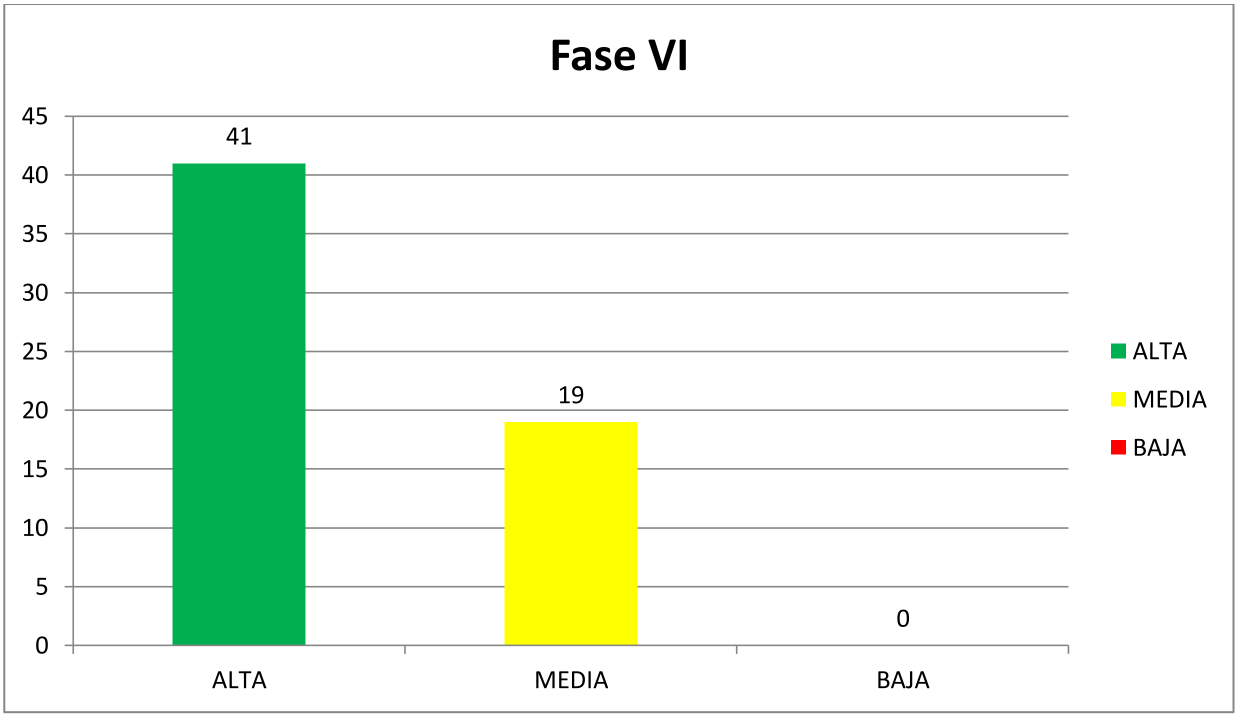


Fuente: Gabriela Silva

De los 60 estudiantes se puede determinar que en la fase V existen 41 estudiantes que mostraron una habilidad alta, 19 estudiantes en el nivel medio y ningún estudiante se encuentran en el nivel bajo.

Fase VI

FIGURA 40. Datos Situación Final Grupo A Fase VI



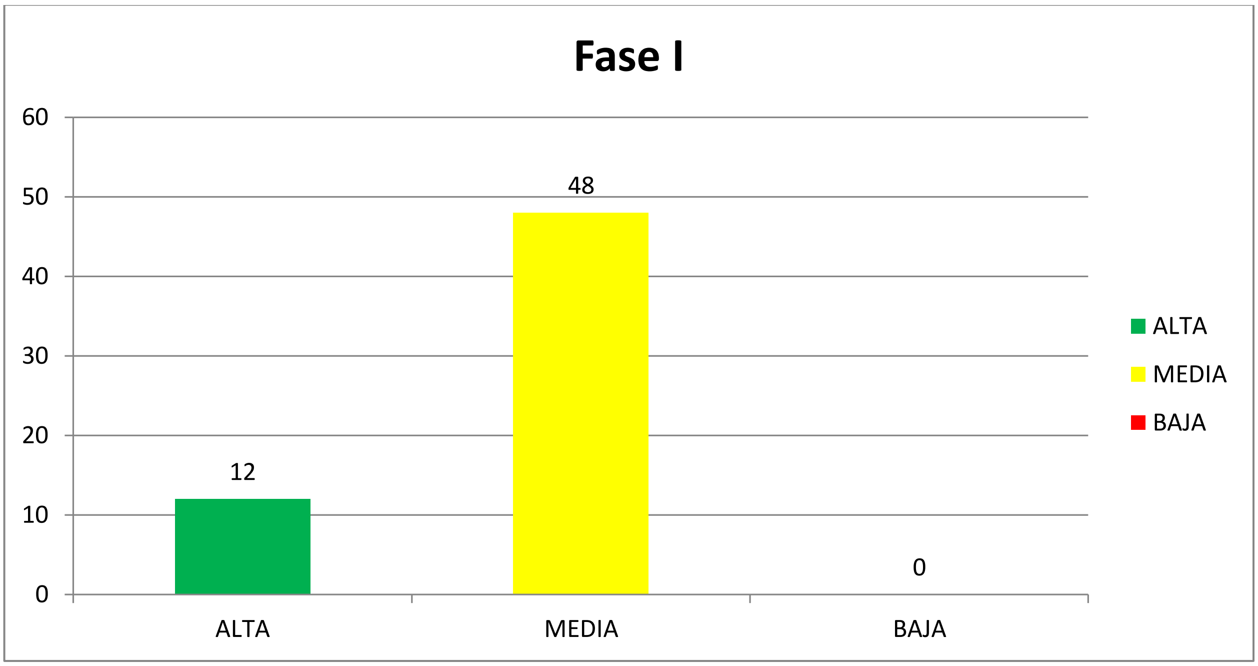
Fuente: Gabriela Silva

De los 60 estudiantes podemos ver que en la fase VI existen 41 estudiantes que mostraron una habilidad alta, 19 estudiantes en el nivel medio y ningún estudiantes se encuentran en el nivel bajo.

4.6.2. Resultados Grupo B

Fase I

FIGURA 41. Datos Situación Final Grupo B Fase I

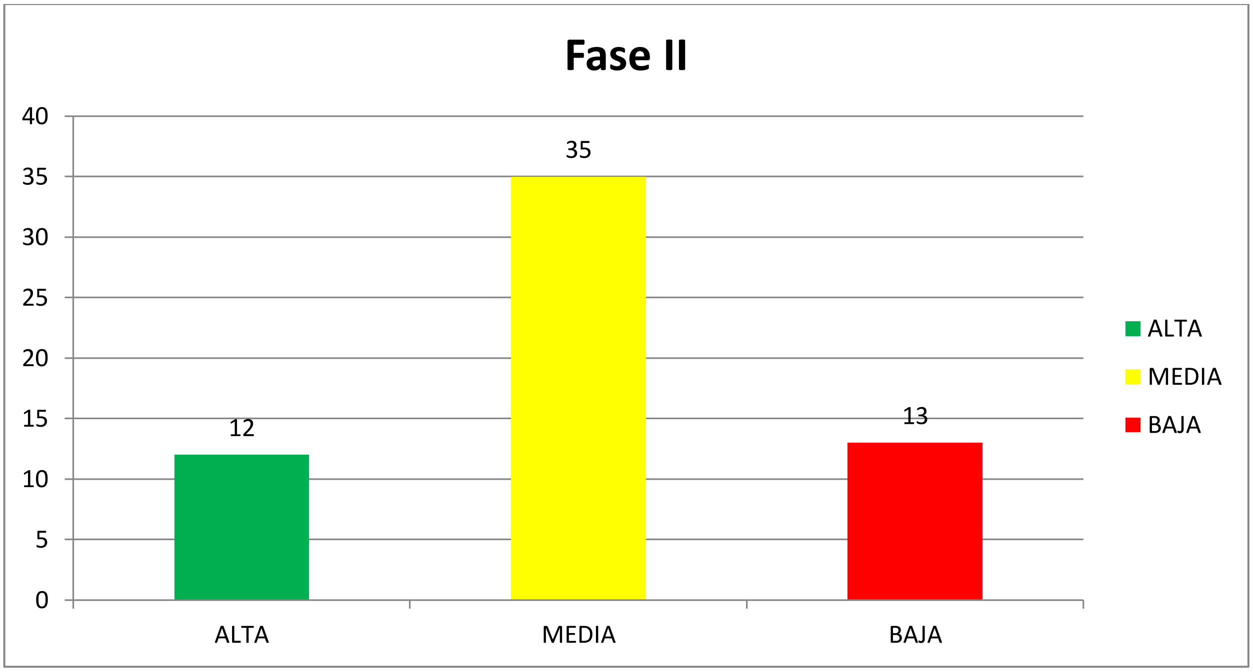


Fuente: Gabriela Silva

De los 60 estudiantes se puede determinar que en la fase I existen 12 estudiantes que mostraron una habilidad alta, 48 estudiantes en el nivel medio y ningún estudiante se encuentran en el nivel bajo.

Fase II

FIGURA 42. Datos Situación Final Grupo B Fase II

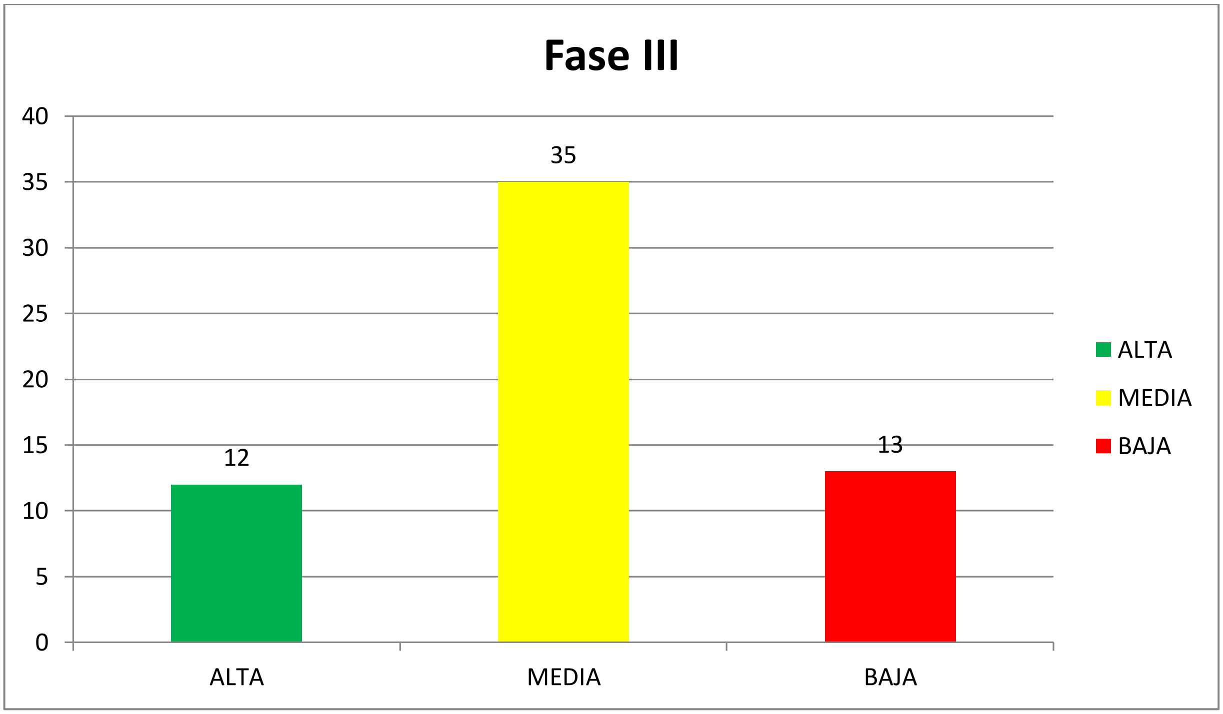


Fuente: Gabriela Silva

De los 60 estudiantes se puede determinar que en la fase II existen 12 estudiantes que mostraron una habilidad alta, 35 estudiantes en el nivel medio y 13 estudiantes se encuentran en el nivel bajo.

Fase III

FIGURA 43. Datos Situación Final Grupo B Fase III

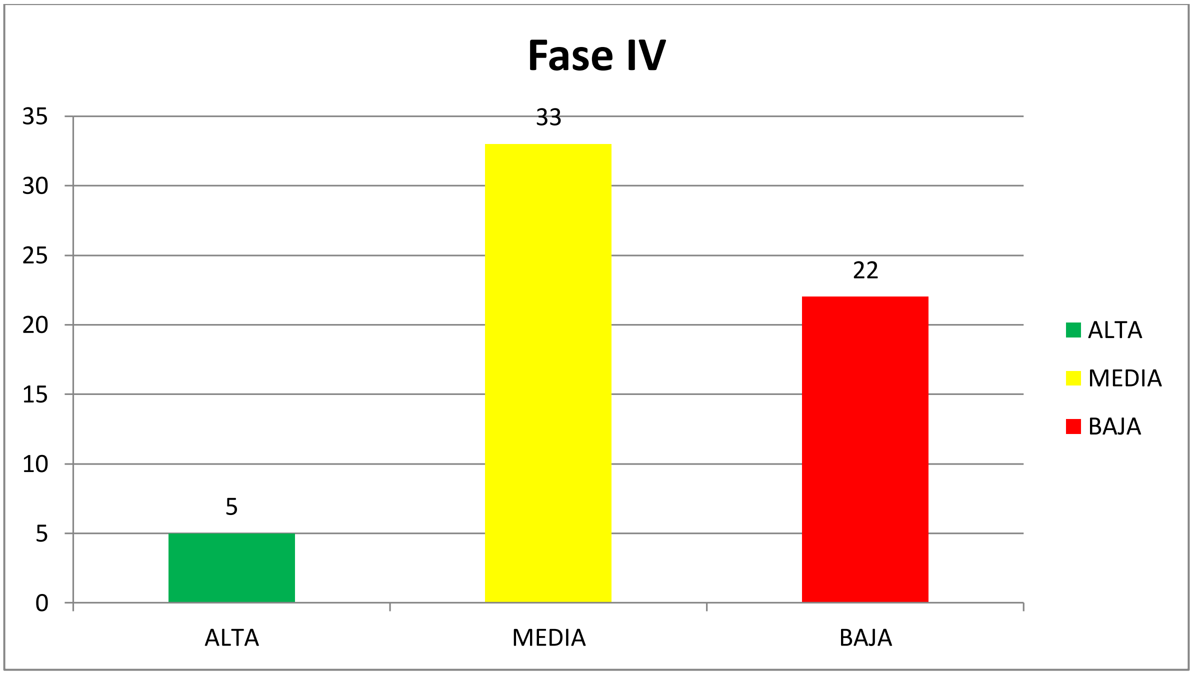


Fuente: Gabriela Silva

De los 60 estudiantes se puede determinar que en la fase III existen 12 estudiantes que mostraron una habilidad alta, 35 estudiantes en el nivel medio y 13 estudiantes se encuentran en el nivel bajo.

Fase IV

FIGURA 44. Datos Situación Final Grupo B Fase IV

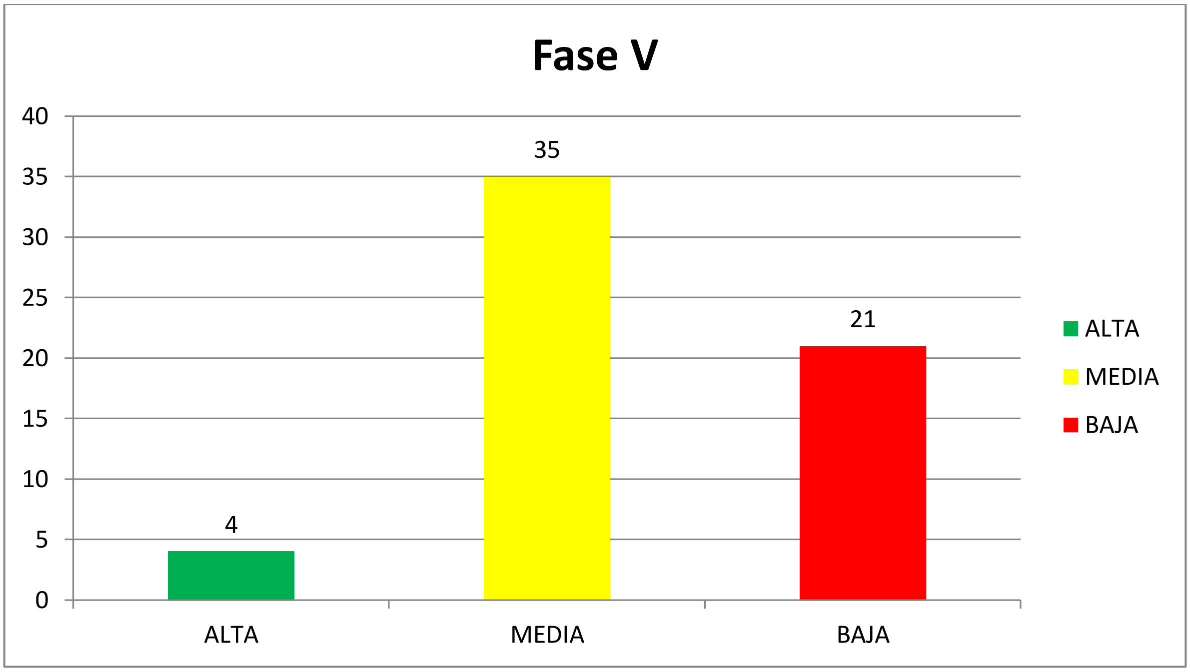


Fuente: Gabriela Silva

De los 60 estudiantes se puede determinar que en la fase IV existen 5 estudiantes que mostraron una habilidad alta, 33 estudiantes en el nivel medio y 22 estudiantes se encuentran en el nivel bajo.

Fase V

FIGURA 45. Datos Situación Final Grupo B Fase V

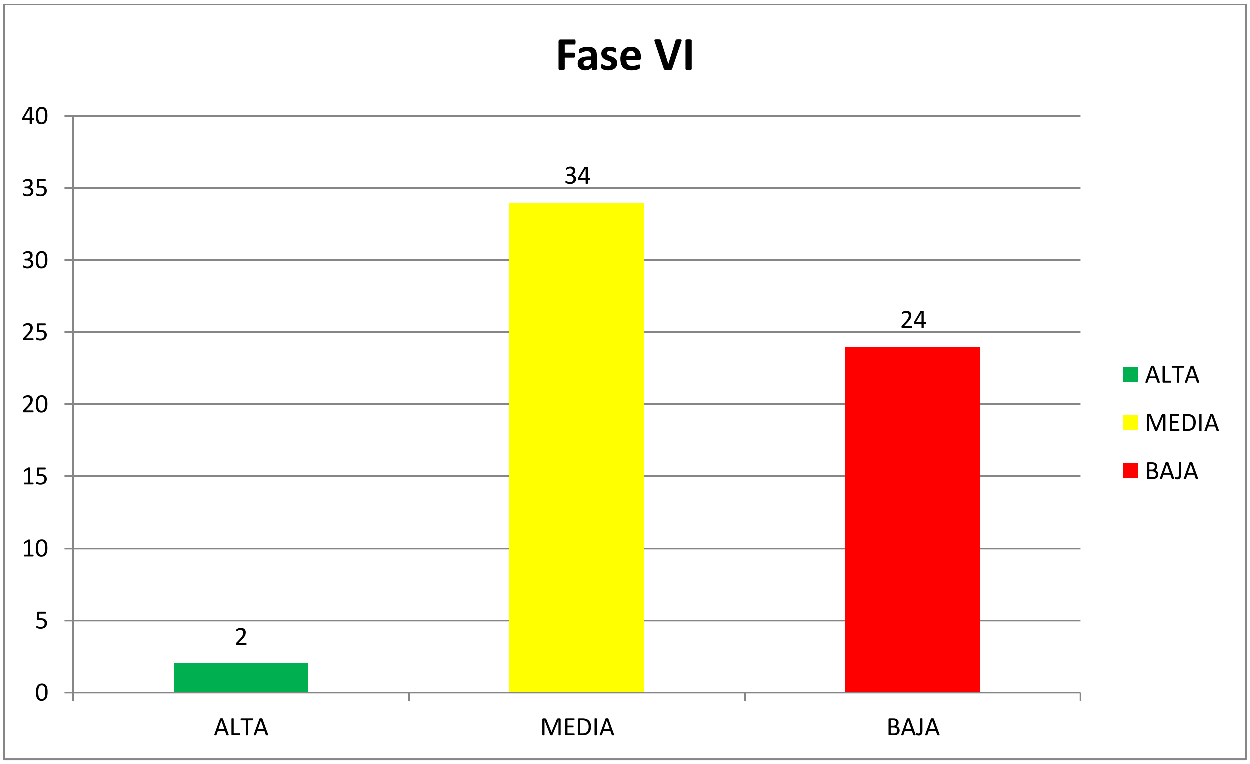


Fuente: Gabriela Silva

De los 60 estudiantes se puede determinar que en la fase V existen 4 estudiantes que mostraron una habilidad alta, 35 estudiantes en el nivel medio y 21 estudiantes se encuentran en el nivel bajo.

Fase VI

FIGURA 46. Datos Situación Final Grupo B Fase VI



Fuente: Gabriela Silva

De los 60 estudiantes se puede determinar que en la fase VI existen 2 estudiantes que mostraron una habilidad alta, 34 estudiantes en el nivel medio y 24 estudiantes se encuentran en el nivel bajo.

4.7. Planteamiento formal de la hipótesis

Hipótesis nula H_0:

El uso de una guía didáctica de programación lineal no mejora significativamente el nivel de aprendizaje y resolución de problemas por el método gráfico y analítico dirigido a los estudiantes de Primero de Bachillerato de la Unidad Educativa “Combatientes de Tapi”

Hipótesis alternativa H_a:

El uso de una guía didáctica de programación lineal mejora significativamente el nivel de aprendizaje y resolución de problemas por el método gráfico y analítico dirigido a los estudiantes de Primero de Bachillerato.

4.7.1. Elección del nivel de significación α

$$\alpha = 0.05 \text{ con un nivel de confianza del } 95\%$$

4.7.2. Criterio con el cual se rechaza la hipótesis nula

$$\text{Rechazar la } H_0 \text{ si } z_c > 1.64$$

donde 1.64 es el valor teórico de z en un ensayo a una cola con un nivel de significación de 0.50

4.7.3. Aplicación de la fórmula para calcular los valores y contrastarlos con los valores teóricos, de acuerdo a la técnica estadística elegida.

Una vez que se ha procesado la información procesando la información que se obtuvo mediante los instrumentos utilizados, se ha realizado un resumen de porcentajes de las destrezas que han adquirido los estudiantes teniendo los siguientes datos.

CUADRO 21. Resultados del nivel de destrezas de los estudiantes

ÍTEM	GRUPO A	GRUPO B
1	78,333	41,667
2	76,667	51,667
3	68,333	46,667
4	50	51,667
5	71,667	51,667
6	66,667	66,667
7	81,667	45
8	78,333	45
9	75	53,333
10	76,667	65
11	78,333	38,333
12	71,667	48,333
13	71,666	36,667
14	70	35
15	73,333	38,333
Promedio	72,555533	47,666733

Se aplica la fórmula de puntuación z para proporciones:

$$z_c = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}}$$

dónde:

p_1 es el porcentaje de rendimiento alto y n_1 es el número de estudiantes en el test final,

p_2 es el porcentaje de rendimiento alto y n_2 es el número de estudiantes en el test inicial:

Cálculos:

p_1= 0.725; q_1= 1- 0.725 = 0.274; n_1 =60; p_2 = 0.476; q_2 = 1 – 0.476 = 0.524; n_2 = 60 en la fórmula correspondiente, se obtiene:

Reemplazando los valores, resulta:

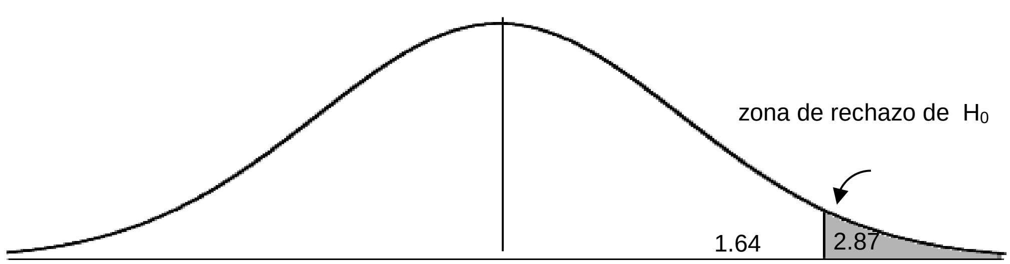
$$z_c = \frac{0{,}725 - 0{,}476}{\sqrt{\frac{0.725 \cdot 0.274}{60} + \frac{0.476 \cdot 0.523}{60}}} = 2{,}878$$

4.7.4. Decisión a tomar de acuerdo a los valores calculados y teóricos.

Como 2.878 > 1.64, se rechaza la H_0 y se acepta la Ha o sea la hipótesis de investigación, esto es, El uso de una guía didáctica de programación lineal mejora significativamente el nivel de aprendizaje y resolución de problemas por el método gráfico y analítico dirigido a los estudiantes de Primero de Bachillerato de la Unidad Educativa “Combatientes de Tapi”

Interpretación gráfica de la prueba de diferencia de proporciones

FIGURA 47. Resultados de la prueba de Hipótesis



Fuente: Gabriela Silva

Encuesta Final

Finalmente, se hizo una encuesta a los 60 estudiantes que habían utilizado la guía didáctica. En la encuesta constan las cinco preguntas siguientes:

1. Considera eficaz la utilización de una guía didáctica en la resolución de problemas de Programación Lineal.

   Respuestas:

SI	NO
60	0

2. ¿Considera que el manejo de la guía didáctica es compleja?

   Respuestas:

SI	NO
56	

3. ¿Considera que una guía didáctica es una herramienta argumentada y no memorística?

   Respuestas:

SÍ	NO
58	2

4. ¿Considera que el esfuerzo de analizar un problema de Programación Lineal mediante los métodos gráfico y analítico consolida sus habilidades matemáticas?

Respuestas:

SI	NO
60	0

5. ¿Considera usted que el tema de Programación Lineal es útil?

¿Por qué?

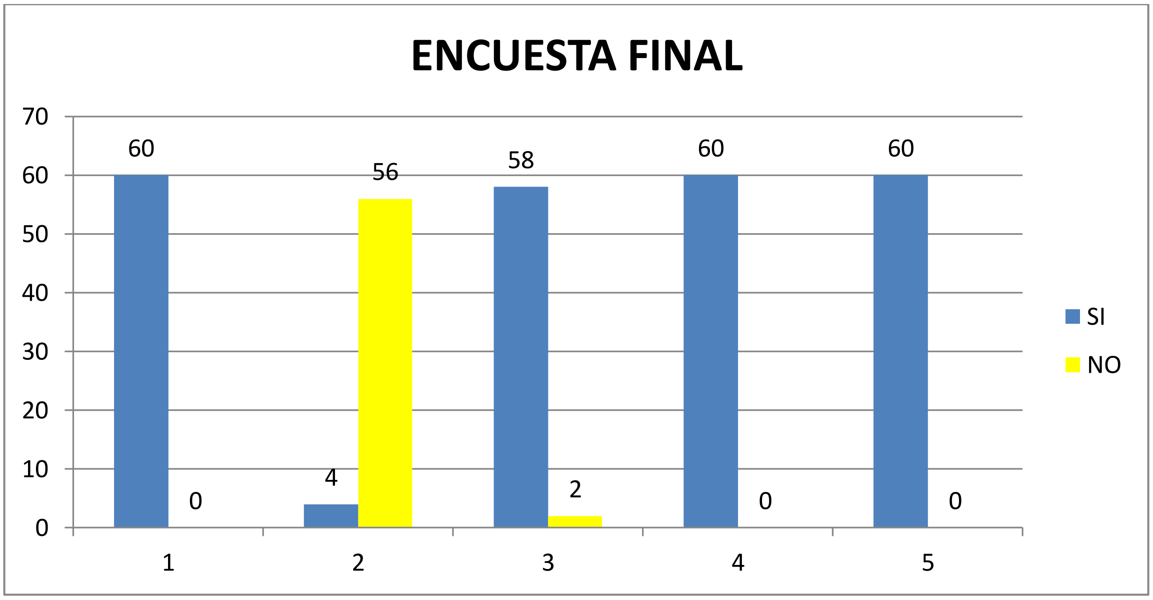
Respuestas:

SI	NO
60	0

Todas las respuestas positivas se motivaron porque así permite resolver problemas de la vida cotidiana y ayuda a desarrollar el razonamiento.

4.8. Distribución absoluta de los resultados de la encuesta final

FIGURA 48. Encuesta Final



Fuente: Gabriela Silva

Vemos que el 100% de los estudiantes considera que la guía didáctica es eficaz para la resolución de problemas de programación lineal. El 93,3% considera que la utilización de la guía didáctica no es compleja. El 96,6% pronuncia la guía didáctica es una herramienta argumentada y no memorística y finalmente el 100 % manifiesta que la utilización de la guía didáctica en Programación Lineal ayuda a desarrollar habilidades Matemáticas y es útil.

CONCLUSIONES

- Como la prueba de hipótesis corrobora largamente la hipótesis de investigación, esto es, el uso de una guía didáctica de programación lineal mejora significativamente el nivel de aprendizaje y resolución de problemas por el método gráfico y analítico dirigido a los estudiantes de Primero de Bachillerato, se concluye que se debería utilizar guías didácticas en temas de Matemática.

- La fortaleza de una Guía Didáctica es que permite al usuario tener una herramienta para optimizar la comprensión de la información que recibe el estudiante sin complejidades, mediante el planteamiento de objetivos, un lenguaje de fácil compresión que permite establecer algoritmos secuenciales de programación lineal.

- La ventaja de presentar la información en una guía didáctica, es para que el estudiante desarrolle su razonamiento y no sea memorístico y que se acople a los actuales y futuros métodos de aprendizaje, permitiendo determinar el nivel de desarrollo de conocimientos y destrezas logradas por los estudiantes al utilizar la guía didáctica mediante las pruebas sobre resolución de programación lineal.

- Para finalizar es importante señalar que los objetivos del trabajo se han cumplido en su totalidad, como se evidencia también en la propuesta.

RECOMENDACIONES

- Se recomienda la utilización de esta guía didáctica como material de estudio tanto en las aulas de clase, como bibliotecas, domicilios de los estudiantes como fuente de información.
- Las actividades que se plantee en la guía deben ser diseñadas de manera atractiva, sencilla y clara de acuerdo a las necesidades de los estudiantes, caso contrario puede resultar un efecto contrario.
- Se recomienda realizar cursos de capacitación sobre Programación Lineal, para que los docentes tengan una opción de solución para el progreso de la Educación, y que los maestros potencialicen y actualicen sus conocimientos sobre el tema.
- Encomendar a las autoridades de las instituciones de Educación Media del País el seguimiento a los docentes que tienen a su cargo, de que cumplan con el dictado del tema.

BIBLIOGRAFÍA

APOSTOL, T (1977). Calculus Tomo I, Editorial Reverté, S.A. Barcelona.Pp.742-743.

BELLO, J. (2013) Mediación del software geogebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria. Tesis para optar el grado de magíster en la enseñanza de las matemáticas. Pontificia Universidad Católica del Perú, Escuela de posgrado. Recuperado en http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/ Septiembre 10 de 2014.

BENÁLCAZAR Gómez, H. (2007). Matemática para el Bachillerato.1 edición: Serie de Matemática para el bachillerato Preparatoria Universitario y Politécnico.Quito - Ecuador. Pp.245-247

CONTRERAS, M. (1999). Materiales Didácticos. México D.F: Universidad Autónoma del Estado de México.Pp. 156-257

ECUADOR, MINISTERIO DE EDUCACION (2011). Lineamientos Curriculares Para el Nuevo Bachillerato Ecuatoriano. Quito- Ecuador. 16 p.

FIGUEROA, J. C. 2009. Portal para Investigadores y Profesionales. Disponible en: http://www.elprisma.com/apuntes/matematicas/analisisdesensibilidad/ (14/05/09)

GALINDO DE LA TORRE, E. (2011). Matemática I Conceptos y Aplicaciones, Primer Año de Bachillerato, Prciencia Editores Ecuatoriano, Quito - Ecuador Pp. 138-145

GALINDO DE LA TORRE, E. (2010) Matemática Superiores Teoría y Ejecicios, Parte 1 Pre Cálculo. Prociencia Editores S.A. Pp.137-140

GROSSMAN, S. (1992). Algebra Lineal. México, D.F: Impresora y Maquiladora de Libors MIG.S.A Pp.123-130

JURADO, P. (2012). 10 Claves para elaborar una Guía Didáctica. Dsiponible en: http://www.proveedordematerialdidactico.com/2012/11/las-10-claves-para-elaborar-una-guia-didactica/.

PRAWDA, J. 2005. Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones. Volumen 1. Editorial Limusa, Grupo Noriega Editores. 935 p

REAÑO, C. (2011). Sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas y problema de programación lineal. Una mirada desde la teoría de las situaciones didácticas. (Tesis de maestría). Universidad PUCP, Lima, Perú.

SÁNCHEZ, I. (1999) Didáctica de la programación lineal con ordenador para estudiantes de administración y dirección de empresas. Revista de Enseñanza Universitaria 1999, Pp. 14-15, 129-138.

STRANG, G. 2007. Algebra Lineal y sus Aplicaciones. Cuarta edición.Internacional Thompson Editores, S.A. de C.V. 487 p.

TABORDA, J. (2010). http://taboxriveraa.blogspot.com/2010/09/historia.html. Recuperado el Miécoles de Agosto de 2015, de http://taboxriveraa.blogspot.com/2010/09/historia.html:

TAMAYO V, V. G. (2013). Ministerio de Educación Matemática Texto del Estudiante. Quito: El Telégrafo.Pp.132-134

URQUIZO, A. (2005). Cómo realizar la tesis o una investigación.Ed. Gráfica Riobamba. Riobamba - Ecuador. Pp. 90

ANEXOS

ANEXO 1

Guía Didáctica

PROGRMAMACIÓN LINEAL

Gabriela Verónica Silva Cepeda

GUÍA DIDÁCTICA

PROGRMACIÓN LINEAL

Introducción:

Cada vez que se escucha la palabra Matemáticas o algo que se relaciona con ella causa “miedo” según los estudiantes e inclusive piensan que las Matemáticas no sirven para nada pues esto no es más que un mito entre muchos, que es totalmente falso.

Las Matemáticas son fundamentales para el desarrollo intelectual de las personas, les ayuda a ser lógicos, a razonar en forma sistemática a tener una mente preparada para el pensamiento, la criticidad y la abstracción.

A su vez las Matemáticas aportan a la formación actitudinal de una persona, pues da seguridad en los procedimientos y confianza en los resultados obtenidos. Todo esto hace que el estudiante emprenda acciones que le conducen a la soluciones de problemas a los que se enfrenta cada día.

Se podría decir un sin números de ejemplos sobre por qué las Matemáticas son importantes desde lo más sencillo como comprar cosas en el mercado hasta para construir un puente.

Solucionar problemas de la vida cotidiana es utilizar Matemática y dentro de ella se encuentra uno de los más interesantes y fáciles que es PROGRAMACIÓN LINEAL que consiste simplemente en modelar un problema es decir resolver problemas.

Esta guía didáctica pretende que los estudiantes de primero de bachillerato aprendan en forma clara y sencilla que es Programación Lineal y a resolver problemas utilizando el método gráfico y analítico

Es necesario que la actuación y concentración del estudiante sea 100% y verá lo fácil e increíble que es ¿Están decididos a aportar y ayudar? Si es así “Vamos adelante”

OBJETIVOS

General:

- ✓ Comprender y aplicar los conocimientos de Programación Lineal, estableciendo algoritmos secuenciales de pequeños problemas reales.

Específicos:

- Resolver inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales en el plano.
- Ejecutar y delinear los pasos para resolver una maximización o minimización para optimizar ciertos recursos de problemas de programación lineal.
- Utilizar la programación lineal como una herramienta básica de la matemática que le permita el planteo y solución de problemas que le conduzcan a procesos de maximización o minimización.
- Graficar la función lineal objetivo en el plano cartesiano.
- Identificar las restricciones del problema y escribir desigualdades lineales que las modelen.
- Graficar el conjunto solución de cada desigualdad.
- Determinar el conjunto factible a partir de la intersección de las soluciones de cada restricción.

RESUMEN DE CONTENIDOS

- Inecuaciones
- Sistemas de inecuaciones
- Programación lineal
- Elementos de un problema de programación lineal:
- Función Objetivo, condiciones.
- Método gráfico de resolución: Gráfica de inecuaciones, gráfica de la función objetivo, maximización y minimización.

- Método analítico de resolución: Gráfica del área de solución, determinación de puntos críticos, maximización y minimización.
- Región o conjunto factible de un sistema de inecuaciones lineales.
- Optimización de una función sujeta a restricciones.
- Problemas de optimización lineal.

METODOLOGÍA A UTILIZAR EN EL DESARROLLO DEL BOQUE

1. Se realizara un diagnóstico sobre el tema.
2. En el desarrollo de la guía didáctica se utilizará los siguientes métodos:
    - ✓ Científico
    - ✓ Problémicos
3. Además se utilizarán las técnicas expositiva e interrogativa donde los estudiantes podrán trabajar en forma grupal e individual.
4. Las actividades propuestas en la guía didáctica se podrán desarrollar en forma individual o grupal.
5. Se establecerá algoritmos secuenciales de pequeños problemas reales de programación lineal para la guía didáctica.
6. También se ejecutará y delineará los pasos para resolver una maximización o minimización para optimizar ciertos recursos de problemas de programación lineal.
7. Se utilizará las herramientas informáticas para las gráficas de los problemas planteados.
8. Al final se realizará una prueba sobre los conocimientos logrados por los estudiantes.

USO DE LA TECNOLOGÍA

También se dará el uso de las Tics para estudiantes y docente así tenemos:

- ✓ Archivos electromagnéticos
- ✓ Software Geogebra

PROGRAMACIÓN LINEAL

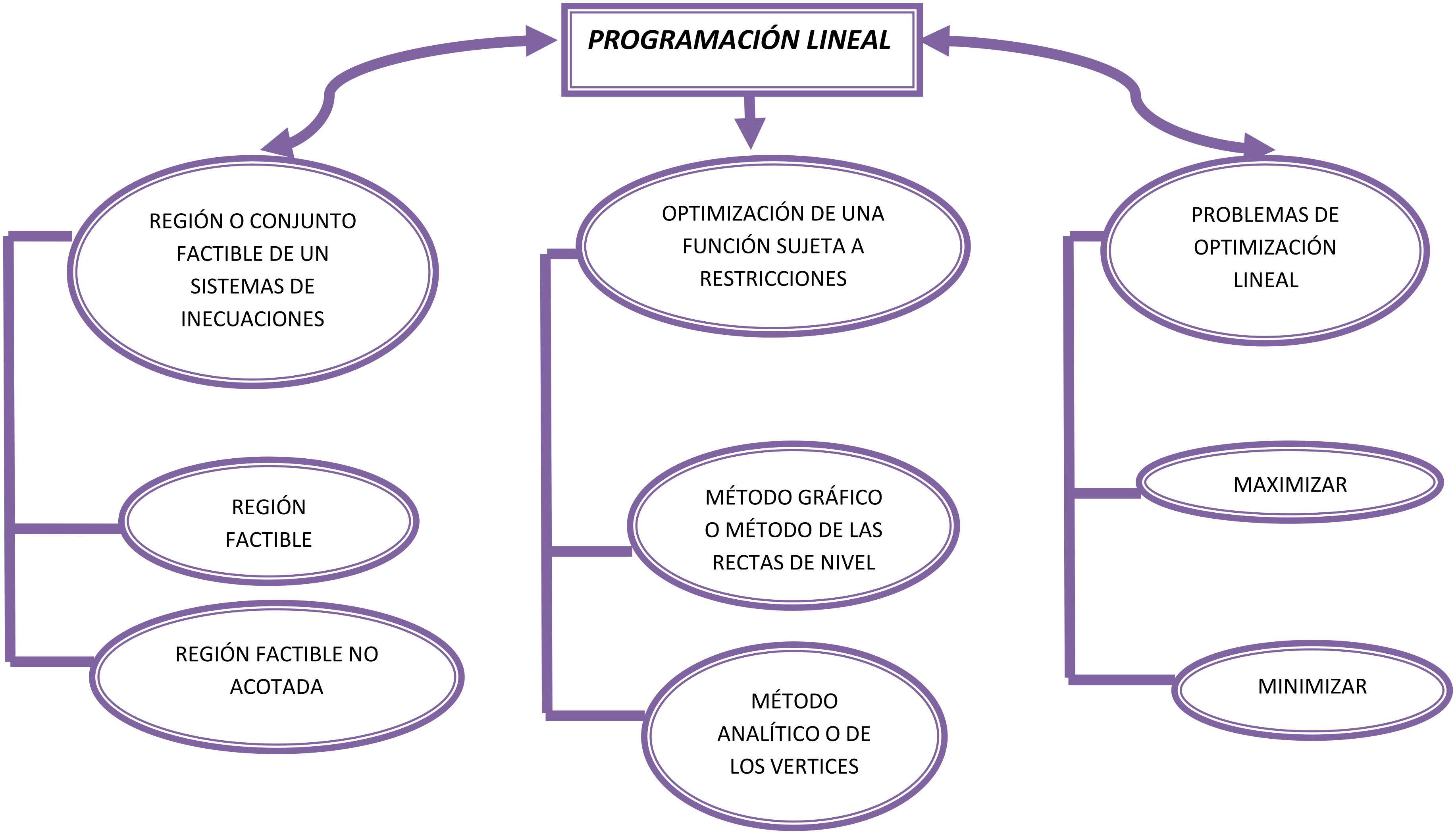
La Programación Lineal corresponde a un algoritmo por el medio el cual se resuelve situaciones reales, y puede mostrar toda su potencialidad en el momento de tomar decisiones y permite apoyar, no solo la realización de programaciones a nivel operativo, sino también la de interpretaciones económicas, análisis de empresas e industrias y en diferentes aspectos.

Uno de los objetivos de la Programación Lineal es **OPTIMIZAR** los recursos que estén a la disposición en definitiva

¿Qué es Progrmación Lineal?

Programación Lineal es una técnica de modelización matemática que apareció en la década de los 90.

Modelo Matemático: Se encuadra en contexto reales y se caracteriza por ser un proceso continuo de resolución de problemas y nos ayuda a desarrollar nuestro pensamiento.


PROGRAMACIÓN LINEAL
REGIÓN O CONJUNTO FACTIBLE DE UN SISTEMAS DE INECUACIONES
REGIÓN FACTIBLE
REGIÓN FACTIBLE NO ACOTADA
OPTIMIZACIÓN DE UNA FUNCIÓN SUJETA A RESTRICCIONES
MÉTODO GRÁFICO O MÉTODO DE LAS RECTAS DE NIVEL
MÉTODO ANALÍTICO O DE LOS VERTICES
PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN LINEAL
MAXIMIZAR
MINIMIZAR

Sistemas de Inecuaciones

Un sistema de inecuaciones es cuando se tiene varias inecuaciones y se debe satisfacer simultáneamente a todas.

La solución del sistema de inecuaciones es el conjunto de puntos que pertenecen a la intersección de los conjuntos soluciones de las inecuaciones, y se la representa por el área sombrada.

A continuación se muestra un sistema de dos inecuaciones lineales con dos incógnitas.

$$\begin{cases} ax + by < c \\ a_1 + b_1 y < c_1 \end{cases}, \begin{cases} ax + by > c \\ a_1 + b_1 y > c_1 \end{cases}$$

Donde $x, y \in \mathbb{R}$ y denotan las incógnitas, $a, a_1, b, b_1 \in \mathbb{R}$ se denominan coeficientes, $c, c_1 \in \mathbb{R}$ y son los términos independientes.

El conjunto solución de un sistema de inecuaciones también se le llama ***REGIÓN FACTIBLE o CONJUNTO FACTIBLE***

Para **RECORDAR:**

SIGNOS

- $\geq$ mayor igual que — VALORES INCLUIDOS
- $\leq$menor igual que
- $>$ mayor que — VALORES NO INCLUIDOS
- $<$ menor que

Ahora vamos a representar en el plano cartesiano la región factible de un sistema de inecuaciones lineales:

EJEMPLO N°1

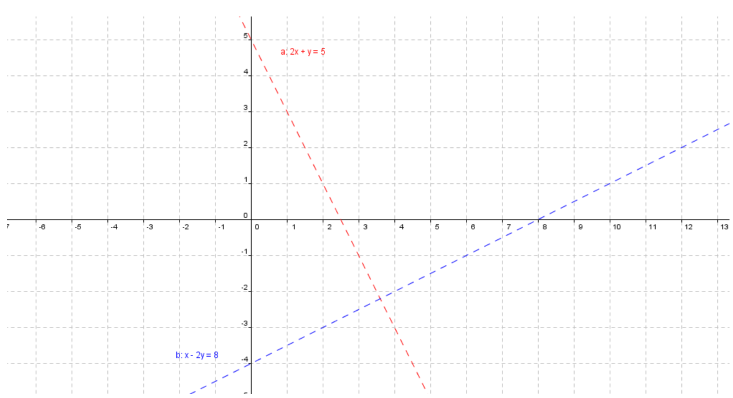
$$\begin{cases} 2x + y > 5 \\ x - 2y < 8 \end{cases}$$

PRIMERO: Debemos transformar las inecuaciones en ecuaciones.

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 2y = 8 \end{cases}$$

SEGUNDO: Graficamos las ecuaciones en un mismo plano y para ello determinamos los interceptos de cada recta con los ejes de coordenadas.

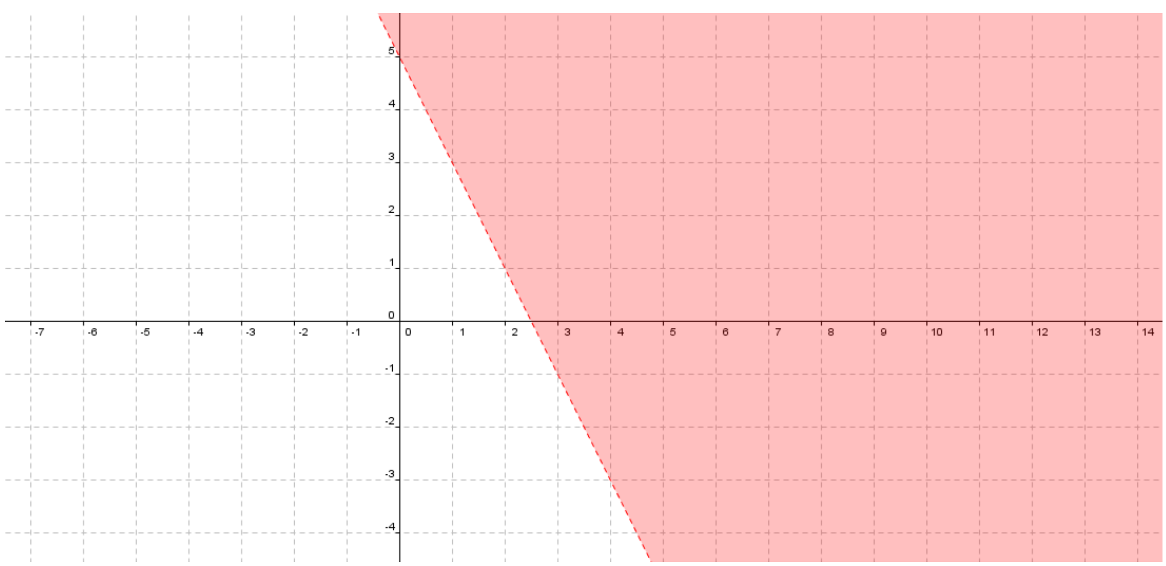
$2x + y = 5$	$x - 2y = 8$
$x = 0; y = 5$	$x = 0; y = -4$
$y = 0; x = 2{,}5$	$y = 0; y = 8$



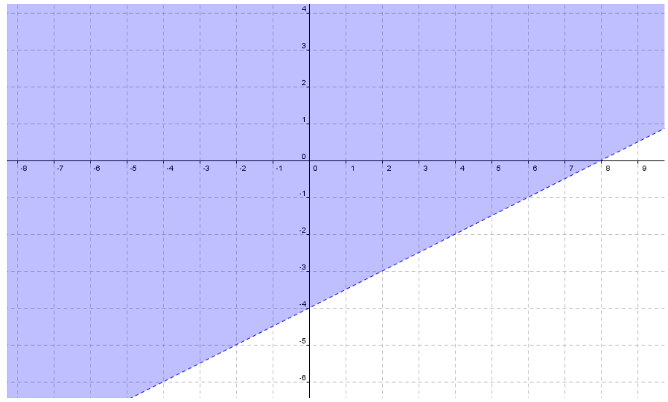
TERCERO: Tomamos un punto de prueba para determinar la región o conjunto factible, que será el conjunto de puntos que pertenezcan a la intersección de los conjuntos soluciones de las inecuaciones.

Escogemos el punto de prueba y lo reemplazamos en la inecuación si cumple la condición sombreamos el área y si no lo hace buscamos otro punto de prueba.

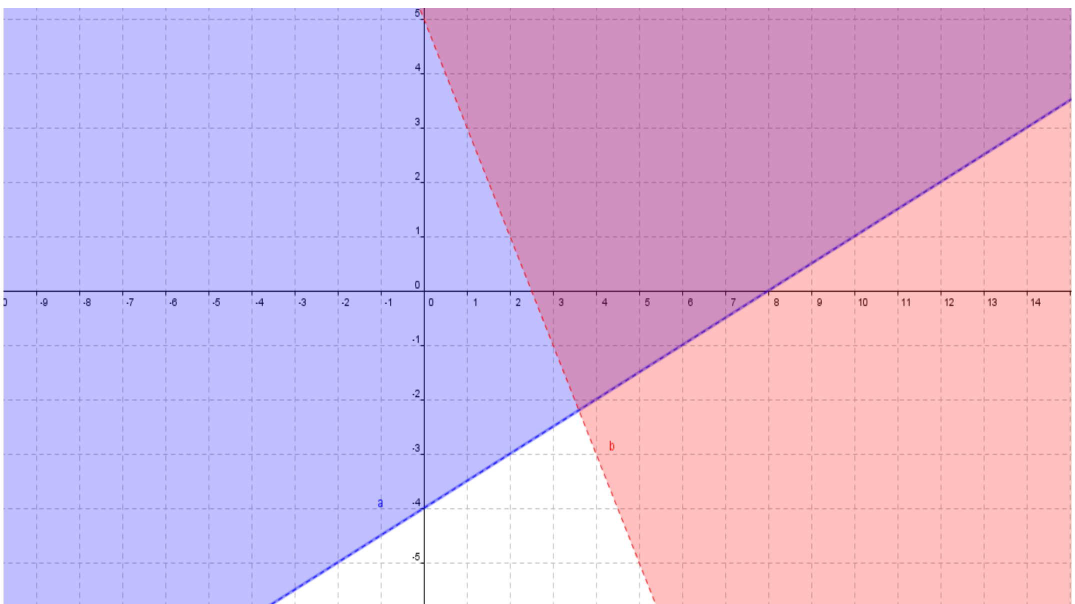
PUNTO (1,1)	**PUNTO (3,1)**
$2x + y > 5$	$2x + y > 5$
$2(1) + 1 > 5$	$2(3) + 1 > 5$
$2 + 1 > 5$	$6 + 1 > 5$
$3 > 5$	$7 > 5$
ES FALSO	ES VERDADERO
NO CUMPLE LA CONDICIÓN	CUMPLE LA CONDICIÓN



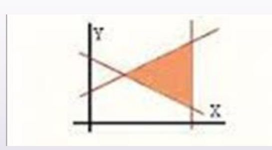
El mismo proceso hacemos con la otra inecuación.

PUNTO (1,1) $x - 2y < 8$ $1 + 1 < 5$ $2 < 5$ ES VERDADERO CUMPLE LA CONDICIÓN	

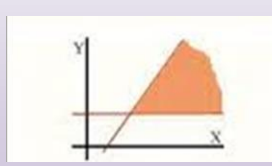
Los puntos de intersección son es la **Región Factible o Conjunto solución.**



La región o conjunto factible pueden ser:



ACOTADA



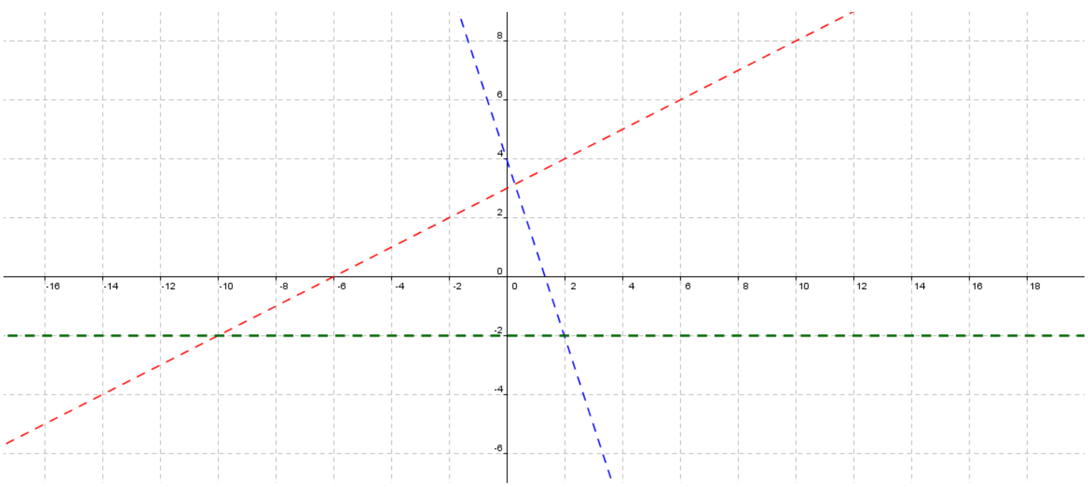
NO ACOTADA

EJEMPLO N°2

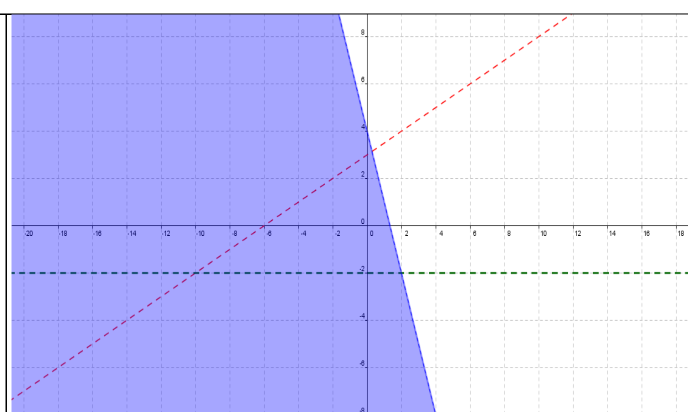
Determine la región factible del siguiente sistema de inecuaciones lineales.

$$\begin{cases} \mathbf{3x + y} < 4 \\ \mathbf{-x + 2y} > 6 \\ \mathbf{y} > -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{3x + y = 4} \\ \mathbf{-x + 2y = 6} \\ \mathbf{y = -2} \end{cases}$$



Procedemos a encontrar la solución para cada una de las inecuaciones.

PUNTO (0,0) $\mathbf{3x + y} < 4$ $\mathbf{3(0) + 0} < 4$ $\mathbf{0} < 4$ ES VERDADERO CUMPLE LA CONDICIÓN	

PUNTO (1,4)

$$-\boldsymbol{x}+\mathbf{2}\boldsymbol{y}>6$$

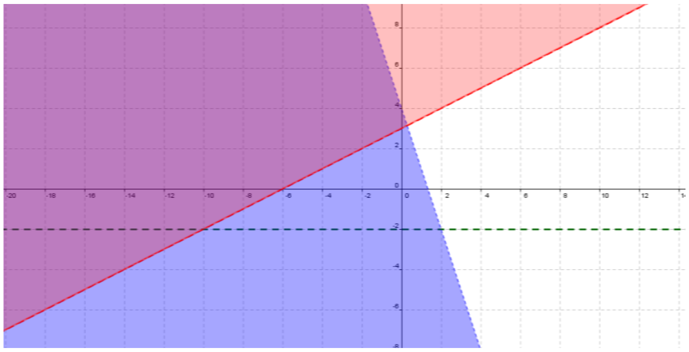
$-(\mathbf{1})+\mathbf{2}(\mathbf{4})>6$

$-(\mathbf{1})+\mathbf{8}>6$

$\mathbf{7}>6$

ES VERDADERO

CUMPLE LA CONDICIÓN



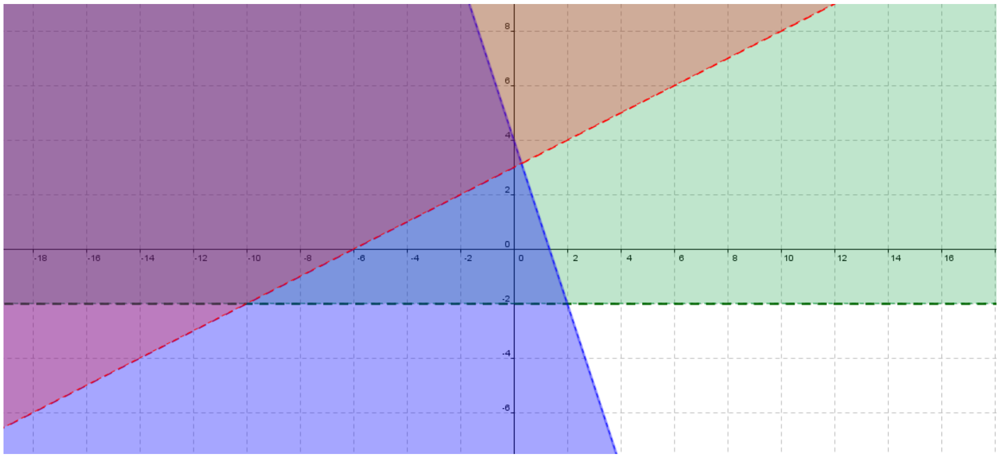
PUNTO (0,3)

$\boldsymbol{y}>-2$

$\mathbf{3}>-2$

ES VERDADERO

CUMPLE LA CONDICIÓN



REGIÓN FACTIBLE O CONJUNTO SOLUCIÓN ESTÁ REPRESENTADA POR EL ÁREA SOMBREADA

TALLER 1:

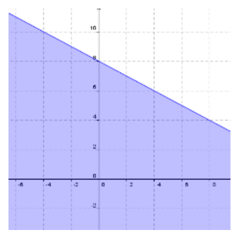
Lea el siguiente enunciado y encierre la respuesta correcta:

1. Los puntos de la región factible se denominan:

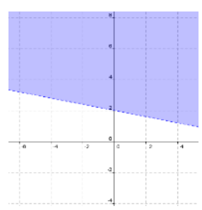
   A) Solución
   B) Regiones acotadas
   C) Regiones no acotadas
   D) Función objetivo

2. Relacione la gráfica con su respectiva inecuación:

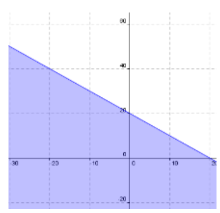
$x + 5y > 10$



$x + 2y \leq 16$

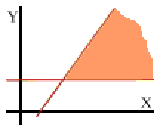
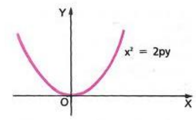
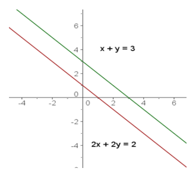
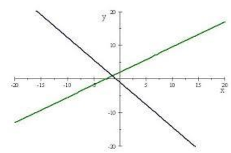
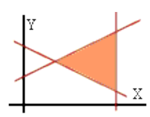


$x + y \leq 20$



A) 1a,2b,3c
B) 2b,2c,3a
C) 1b,2a,3c
D) 1c,2b, 3a

3. En cuál de los gráficos representa una región factible acotada.

II. 	III. 
IV. 	V. 
VI. 	

A) II y III

B) Solo I

C) Solo V

D) IV y V

4. Si la inecuación tiene los símbolos _______________ la línea _______________ va en forma continua.

A) $> o \; < \; -$ recta

B) $\geq o \; \leq \; -$ parabólica

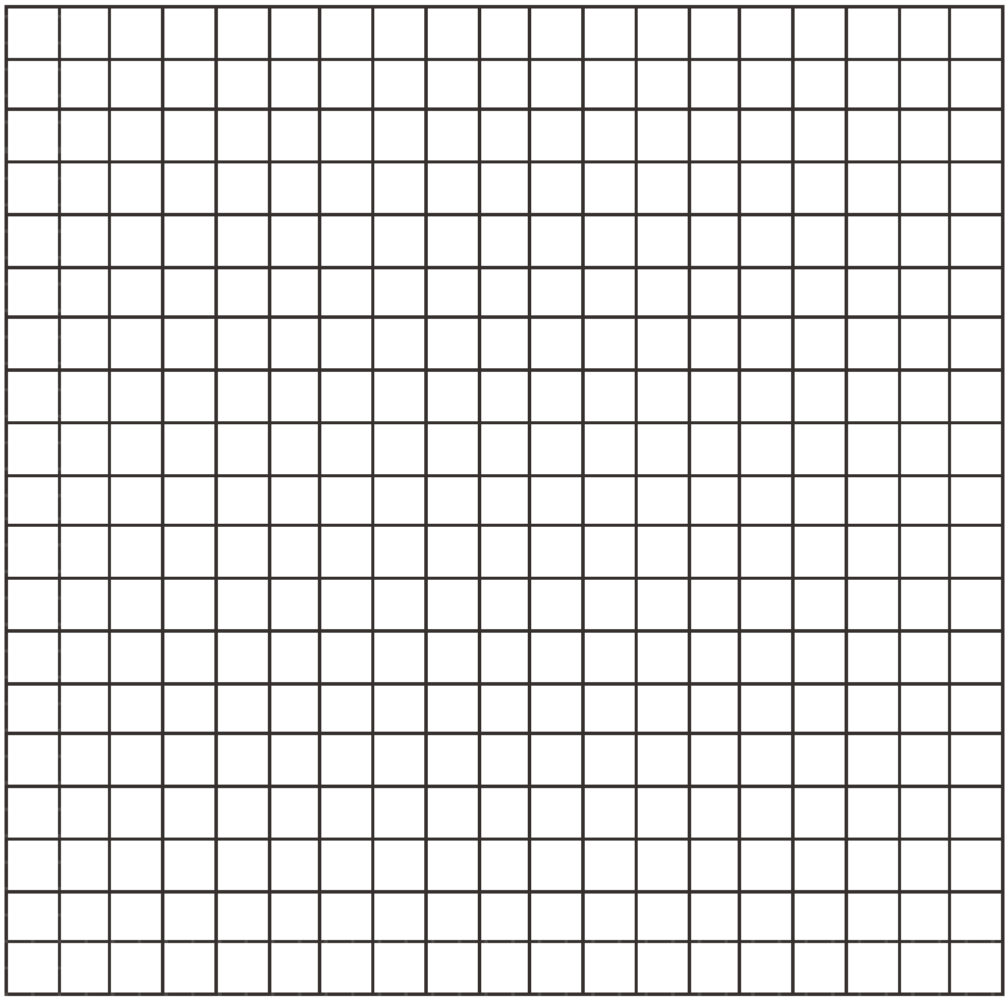
C) $\geq o < \; -$ punteada

D) $\geq o \; \leq \; -$ recta

5. Resuelva los siguientes sistemas de inecuaciones lineales y compruebe utilizando el geogebra.

$$\begin{cases} y \leq 3 \\ -x + y \geq 1 \\ -3x + y \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y \leq 15 \\ 5x + y \leq 20 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



PROGRAMACIÓN LINEAL

En un problema de **programación lineal** de dos variables, se trata de optimizar es decir hacer máxima o mínima, según los casos una **función objetivo** que tiene la forma $F(x, y) = Ax + By$, sujeta a una serie de **restricciones** dadas mediante un **sistema de inecuaciones lineales**.

Los puntos de la región factible se denominan soluciones. De todas las soluciones factibles, aquellas que hacen **óptimas**

(Máxima o mínima) la función objetivo, se denominan **soluciones óptimas.**

Función Objetivo: Es una función lineal que se desea maximizar o minimizar.

Los valores máximo y mínimo de la función objetivo ocurren en los vértices de la región factible.

Para resolver un problema de PROGRAMACIÓN LINEAL existen dos métodos:

Método Gráfico

A este método también se le conoce como el de las rectas de nivel.

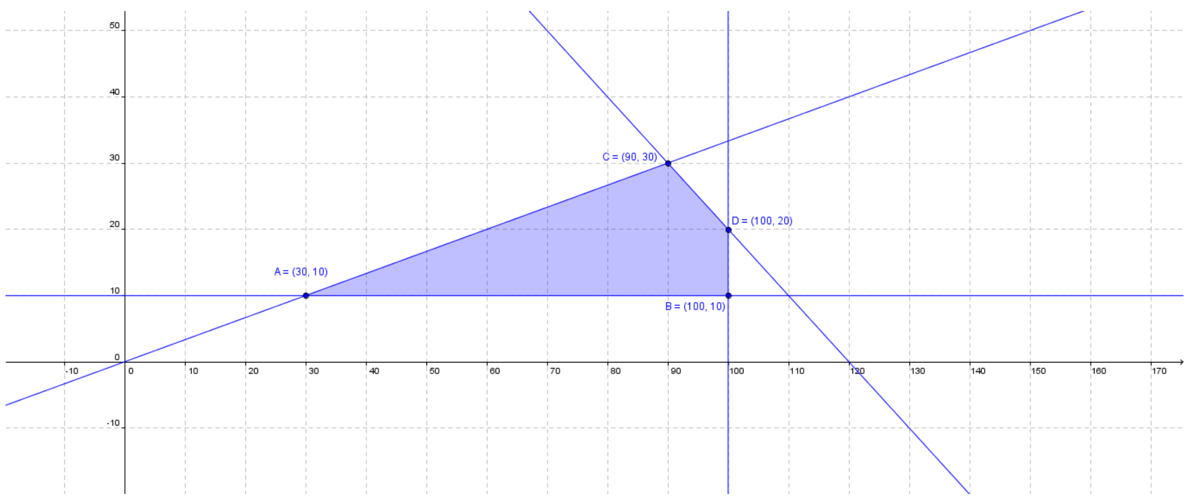
Para resolver problemas de programación lineal mediante este método procedemos de la siguiente forma:

EJEMPLO:

Maximizar la función $F(x, y) = 25x + 20y$ sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} x + y \leq 120 \\ -x + 3y \leq 0 \\ x \leq 100 \\ y \geq 10 \end{cases}$$

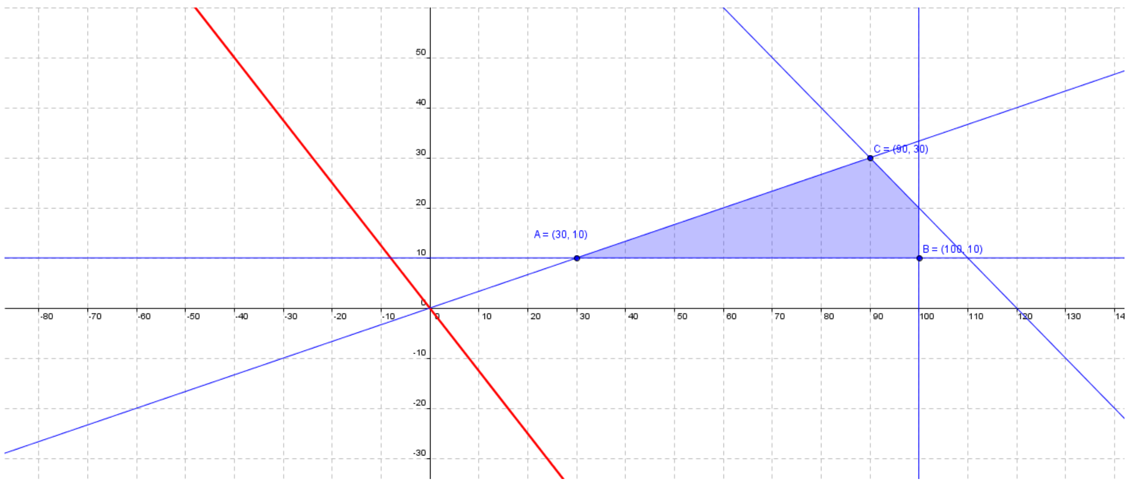
1. Graficamos las inecuaciones lineales y sombramos la región factible.



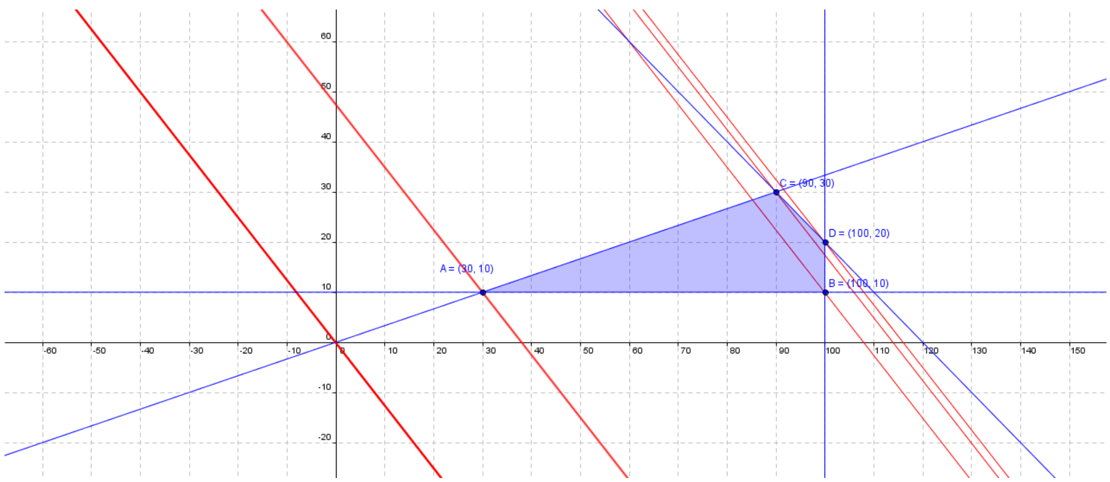
2. Determinamos los vértices de la región factible para ello resolvemos los cuatro sistemas de dos ecuaciones.

PUNTO A	PUNTO B	PUNTO C	PUNTO D
$\begin{cases} y = 10 \\ -x + 3y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 100 \\ y = 10 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y = 120 \\ -x + 3y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 100 \\ x + y = 120 \end{cases}$
(30,10)	(100,10)	(90,30)	(100,20)

VII. Graficamos la función objetivo $\boldsymbol{F(x,y) = 25x + 20y.}$



4. Trazamos rectas paralelas a esta función y que pase por los vértices del polígono de la región factible.



5. Observamos cuál de las rectas paralelas trazadas tiene mayor ordenada en el origen o la que está más alejada del origen da un valor máximo de la función objetivo.

- Si se desea encontrar el mínimo de la función objetivo se determina menor valor de las abscisas en el origen o la recta paralela que se encuentre más cercana al origen.

En este caso es la recta paralela que pasa por el punto (100,20)

$\boldsymbol{F(x,y) = 25x + 20y}$ $\boldsymbol{F(30,10) = 25(30) + 20(10)}$ $\boldsymbol{= 750 + 200}$ $\boldsymbol{= 950}$	$\boldsymbol{F(x,y) = 25x + 20y}$ $\boldsymbol{F(100,10) = 25(100) + 20(10)}$ $\boldsymbol{= 2500 + 200}$ $\boldsymbol{= 2700}$
$\boldsymbol{F(x,y) = 25x + 20y}$ $\boldsymbol{F(90,30) = 25(90) + 20(30)}$ $\boldsymbol{= 2250 + 600}$ $\boldsymbol{= 2850}$	$\boldsymbol{F(x,y) = 25x + 20y}$ $\boldsymbol{F(100,20) = 25(100) + 20(20)}$ $\boldsymbol{= 2500 + 400}$ $\boldsymbol{= 2900}$

La función objetivo $\boldsymbol{F(x,y) = 25x + 20y}$ tiene una solución óptima en el punto (100,20) donde toma el valor máximo de 2900.

Método Analítico

Al método analítico se lo conoce como método algebraico o método de los vértices.

A continuación vamos a resolver el mismo ejemplo anterior con el método analítico siguiendo los siguientes pasos:

Maximizar la función $\boldsymbol{F(x,y) = 25x + 20y}$ sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x + y \leq 120} \\ \boldsymbol{-x + 3y \leq 0} \\ \boldsymbol{x \leq 100} \\ \boldsymbol{y \geq 10} \end{cases}$$

3. Determinar los puntos de corte de las rectas asociadas restricciones, resolviendo los sistemas de inecuaciones.

PUNTO A	PUNTO B	PUNTO C	PUNTO D
$\begin{cases} \boldsymbol{y = 10} \\ \boldsymbol{-x + 3y = 0} \end{cases}$	$\begin{cases} \boldsymbol{x = 100} \\ \boldsymbol{y = 10} \end{cases}$	$\begin{cases} \boldsymbol{x + y = 120} \\ \boldsymbol{-x + 3y = 0} \end{cases}$	$\begin{cases} \boldsymbol{x = 100} \\ \boldsymbol{x + y = 120} \end{cases}$
(30,10)	(100,10)	(90,30)	(100,20)

4. Sustituimos cada valor de los vértices de la región en la función objetivo. La solución óptima será dada por aquel que tome el mayor(o menor) valor según sea el caso.

$F(x,y) = 25x + 20y$ $F(30,10) = 25(30) + 20(10)$ $= 750 + 200$ $= 950$	$F(x,y) = 25x + 20y$ $F(100,10) = 25(100) + 20(10)$ $= 2500 + 200$ $= 2700$
$F(x,y) = 25x + 20y$ $F(90,30) = 25(90) + 20(30)$ $= 2250 + 600$ $= 2850$	$F(x,y) = 25x + 20y$ $F(100,20) = 25(100) + 20(20)$ $= 2500 + 400$ $= 2900$

En este caso el valor máximo de la función objetivo es 290, y el valor mínimo se presenta en el punto (30,10), que corresponde a 950.

TIPOS DE SOLUCIONES DE UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL		
Solución única: Se localiza en un vértice o en un punto extremo de la región factible.	Infinitas Soluciones: Varias soluciones o múltiples soluciones.	Ausencia de solución: También se le conoce como solución no acotada, cuando la función objetivo no tiene valores extremos.
Solución no factible: Cuando no existe región factible por falta de puntos comunes en el sistema de inecuaciones.		Solución Degenerada: Sí en un solo punto coinciden tres o más de las rectas que limitan la región factible.

TALLER 2:

1. **Utilizando los pasos del método gráfico maximizar la función objetivo $\boldsymbol{F(x,y) = 2000x + 5000y}$ sujeta a las restricciones:**

$$\begin{cases} 2x + 3y \geq -3 \\ 2x - y - 9 \leq 0 \\ 2x - 5y - 5 \geq 0 \end{cases}$$

5.3. Graficar las inecuaciones lineales y sombrear la región factible y verifique utilizando el geogebra.

5.4. Hallar los vértices de la región factible.

5.5. Determina la recta de nivel y el punto donde la función objetivo alcanza su valor máximo.

2. **Resuelva el problema de optimización mediante el método analítico o de los vértices para maximizar y minimizar la función objetivo $\boldsymbol{F(x,y) = 12x + 10y}$**

$$\begin{cases} 3x + 2y \geq 12 \\ 4x - 5y \geq 29 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

   a. Determine los puntos de corte de las rectas asociadas a las restricciones.
   b. Determine los vértices de la región factible.
   c. Calcular los valores de la función objetivo en cada uno de los vértices de la región factible y halle la solución.

Aplicación a Problemas

El verdadero significado de las técnicas de la programación lineal consiste en poder aplicarlas a problemas reales.

Para resolver estos problemas se deben seguir los siguientes pasos:

PROBLEMA 1.

En una empresa que fabrica stickers, una caja de sticker con brillos deja una ganancia de $3,00 y una caja de sticker con relieve deja una ganacia de $ 4,50. Investigaciones del mercado señalan que la capacidad máxima es de 600 cajas por mes y la demanda mensual de los stickers con brillos es de al menos 150 cajas y la demanda mensual de los sticker con relieve es de al menos de 225 cajas.

¿Cuántas cajas de sticker de cada tipo se deben producir para maximizar las ganacias?

Solución:

7. Definir las variables del problema: Llamaremos **x** al número de cajas de sticker de brillos y **y** al número de cajas de sticker con relieve para mayor facilidad la información se colocará en un cuadro.

STICKER	CON BRILLOS	CON RELIEVE	VALOR LÍMITE
DEMANDA	X		≥150
DEMANDA		Y	≥225
CAPACIDAD	X	Y	≤600
GANACIA($/CAJA)	3.00	4.50	Maximizar

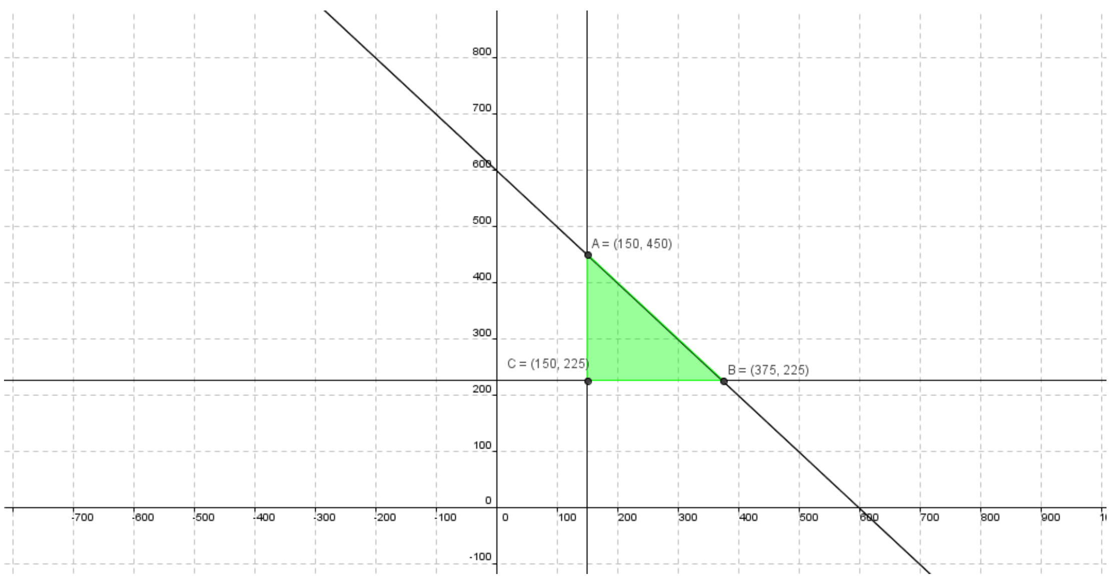
8. Escribir la ecuación de la función Objetivo: La función que expresa la ganancia, a ser maximizada es: $F(x, y) = 3x + 4{,}5y$

9. Determinar las restricciones como un sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x + y \leq 600, Capacidad\ de\ producción \\ x \geq 150, demanda\ de\ sticker\ con\ brillos \\ y \geq 225, demanda\ de\ sticker\ con\ relieve \end{cases}$$

10. Encontrar los vértices de la región factible: Para hallar los vértices podemos resolver los 3 sistemas de ecuaciones:

Vértice A	Vértice B	Vértice C
$\begin{cases} x + y = 600 \\ x = 150 \end{cases}$ $x = 150\ ,\ \ y = 450$	$\begin{cases} x + y = 600 \\ y = 225 \end{cases}$ $x = 375\ ,\ \ y = 225$	$\begin{cases} x = 150 \\ y = 225 \end{cases}$ $x = 150\ ,\ \ y = 225$



11. Sustituir los vértices en la función Objetivo:

Vértice	Función Objetivo $F(x,y) = 3x + 4{,}5y$	Ganancia
A (150,450)	$F(150{,}450) = 3(150) + 4{,}5(450) = 2475$	**Máxima**
B (375,225)	$F(375{,}225) = 3(375) + 4{,}5(225) = 2137{,}5$	
C (150,225)	$F(150{,}225) = 3(150) + 4{,}5(225) = 1462{,}5$	

12. En este caso como se está maximizando la función se escoge el punto máximo que es (150,450).

La producción que maximiza la ganancia es 150 cajas de sticker con brillos y 450 cajas de sticker con relieve.

PROBLEMA 2.

Un veterinario se dedica a la crianza de cachorros dando una dieta, para crecimiento, con una composición mínima de 15 unidades de una sustancia A y otras 15 de una sustancia B. En el mercado sólo se encuentra dos clases de compuestos: Canino baby con una composición de una unidad de A y 5 de B, y el otro tipo, Súper can, con una composición de cinco unidades de A y una de B. El precio del tipo Canino baby es de $10 y del tipo Súper can es de $30. ¿Qué cantidades se han de comprar de cada tipo para cubrir las necesidades con un costo mínimo?

Solución:

5.5.1. Definir las variables del problema:

	Canino baby	Súper can
A	1x	5x
B	5y	1y
	≥15	≥15

5.5.2. Escribir la ecuación de la función Objetivo: La función que expresa las cantidades que se necesita con un costo mínimo es: $F(x, y) = 10x + 30y$

5.5.3. Determinar las restricciones como un sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x + 5y \geq 15 \\ 5x + y \geq 15 \\ x \geq 0, sentido\ común \\ y \geq 0, sentido\ común \end{cases}$$

5.5.4. Encontrar los vértices de la región factible: Para hallar los vértices podemos resolver los sistemas de ecuaciones:

Vértice A	Vértice B	Vértice C	Vértice D	Vértice E
$\begin{cases} x + 5y = 15 \\ x = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x + 5y = 15 \\ 5x + y = 15 \end{cases}$	$\begin{cases} x + 5y = 15 \\ y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x + y = 15 \\ y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x + y = 15 \\ x = 0 \end{cases}$
$x = 0$, $y = 3$	$x = 2{,}5$, $y = 2{,}5$	$x = 15$, $y = 0$	$x = 3$, $y = 0$	$x = 0$, $y = 15$

5.5.5. Sustituir los vértices en la función Objetivo:

Vértice	**Función Objetivo** $F(x, y) = 10x + 30y$	Costo
B (2.5,2.5)	$F(2.5,2.5) = 10(2.5) + 30(2.5) = 100$	Mínimo
C (15,0)	$F(15,0) = 10(15) + 30(0) = 150$	
E (0,15)	$F(0,15) = 10(0) + 30(15) = 450$	

Ojo: Se escoge los puntos B,C, E porque son los vértices que forman la parte sombrada es decir de la región factible.

5.5.6. En este caso como se está minimizando la función se escoge el punto mínimo que es (2.5,2.5)

TALLER 3:

Refuerza en Equipo

Dado los siguientes problemas de optimización lineal determine:

a. **Identifique la función objetivo y escriba una expresión lineal que la modele:**
b. **Identifique las restricciones del problema y escríbalas.**
c. **Determine la región factible y verifique en el geogebra.**
d. **Interprete la solución del problema.**

1. En un restaurant se preparan dos tipos de postres un pastel de cerezas y un pastel de chocolate, en cada pastel de cerezas se requiere medio kg de azúcar y 8 huevos; y en el pastel de chocolate se necesita 1 kg de azúcar y 6 huevos, en el anaquel solo hay 10 kg de azúcar y 120 huevos. ¿Cuántos pasteles de cada tipo se deben preparar si deseamos que los ingresos sean máximos si sus precios son de 16 y 12 dólares respectivamente?
2. Un guía de turistas reúne a 400 personas para hacer un recorrido por la ruta del sol ubicado en Ecuador y dispone de 8 autobuses de 40 lugares y 10 de 50 lugares, pero se presentaron 9 conductores. El alquiler de un autobus grande cuesta$ 800 y el de uno pequeño $ 600. Calcular cuántos autobuses de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para los turistas.
3. Una textilera desean liquidar 200 camisas y 100 pantalones. Para ello lanzan, dos ofertas, A y B. La oferta A consiste en un lote de una camisa y un pantalón, que se venden a $30; la oferta B consiste en un lote de tres camisas y un pantalón, que se vende a $50. No se desea ofrecer menos de 20 lotes de la oferta A ni menos de 10 de la B. ¿Cuántos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar la ganancia?
4. En una fábrica de medicamentos de 600 g de un determinado fármaco para elaborar cápsulas grandes y pequeñas. Las grandes pesan 40 g y las

pequeñas 30 g. Se necesitan al menos tres cápsulas grandes, y al menos el doble de pequeñas que de las grandes. Cada cápsula grande proporciona un beneficio de \$2 y la pequeña de \$1. ¿Cuántas cápsulas se han de elaborar de cada clase para que el beneficio sea máximo?

ANEXO 2

CUESTIONARIO DIRIGIDO A LOS ESTUDIANTES DEL

PRIMER AÑO DE BACHILLERATO DE LA UNIDAD EDUCATIVA COLEGIO MILITAR N°6 "COMBATIENTES DE TAPI"

Con el fin de conocer la percepción que los estudiantes han tenido de la guía didáctica para el aprendizaje y resolución de problemas de programación lineal por el método gráfico y analítico de primero de bachillerato, les solicitamos comedidamente resolver siguiente encuesta.

1. CUESTIONARIO

1.1. Los puntos de la región factible se denominan:

A) Solución
B) Regiones acotadas
C) Regiones no acotadas
D) Función objetivo

1.2. Cuando se localiza en un vértice o en un punto extremo de la región factible la solución es de tipo.

A) Solución única
B) Infinitas soluciones
C) Ausencia de solución
D) Solución no factible

1.3. Complete el siguiente enunciado.

En programación lineal el conjunto solución de un ____________________de inecuaciones se llama región________________

A) sistema – probable
B) método – factible
C) sistema – factible
D) sistema – probable

1.4. Complete el siguiente enunciado.

La solución degenerada se da, sí en un solo punto ________________ tres o más rectas que ____________ la región factible.

A) concuerdan - localizan
B) coinciden - localizan
C) coinciden - limitan
D) combinan – restringen

1.5. Relacione los elementos de programación lineal con sus definiciones.

Elementos de programación lineal	**Definiciones**
1. Programación lineal	a. Este constituye el conjunto de puntos que pertenecen a la intersección de los conjuntos soluciones de las inecuaciones y se representa por las áreas sombreada
2. Región factible acotada	b. Cuando se forma un polígono.
3. Conjunto factible	c. Es una técnica de modelización matemática.

A) 1a, 2b, 3c
B) 1b, 2c, 3a
C) 1c, 2a, 3b
D) 1c, 2b, 3a

1.6. Complete el enunciado.

Si la inecuación tiene los símbolos _______________ la línea _______________ va en forma continua.

A) $>$ o $<$ – recta

B) $\geq$ o $\leq$ – parabólica

C) $\geq$ o $<$ – punteada

D) $\geq$ o $\leq$ – recta

1.7. Escoja los pasos para resolver un problema de programación lineal.

1) Leer el problema y determinar las variables.	2) Hallar las infinitas soluciones del sistema.
3) Escribir las restricciones del problema y la función objetivo.	4) Representar la región factible y calcular los vertices.
5) Graficar las parábolas de las funciones dadas.	6) Sustituir las cordenadas en la función objetivo y determinar la zona máxima o mínima.

A) 1, 2, 3, 5

B) 1, 3, 4, 6

C) 2, 3, 4, 5

D) 2, 4, 5, 6

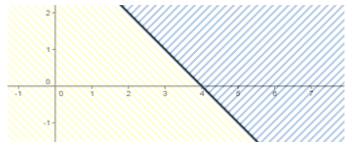
1.8. ¿Cuál es la inecuación que se representa en la imagen?

A) $x + y < 4$

B) $x > -2$

C) $y < 2$

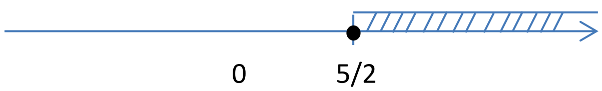
D) $x - y <$



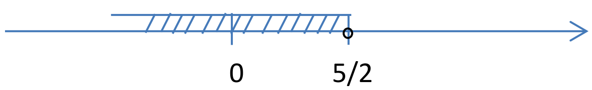
1.9. La solución de la inecuación $2x - 5 \geq 0$ es:

A)

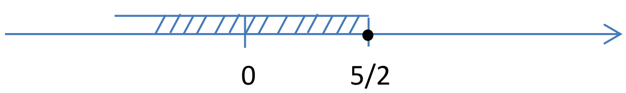
B)



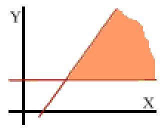
C)

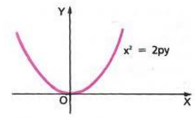


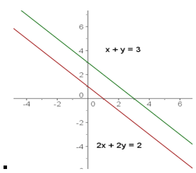
D)

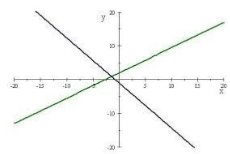


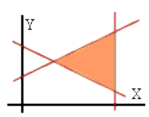
1.10. En cuál de los gráficos representa una región factible acotada.

I. 

II. 

III. 

IV. 

V. 

A) II y III

B) Solo I

C) Solo V

D) IV y V

1.11. Determine los vértices de la región factible teniendo la función F(x, y)= 2x+3y por el método de los vértices sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} 3x + 5y \geq 4 \\ -2x + y \geq -7 \\ x - 7y \geq -16 \end{cases}$$

A) A(0,-1) B(5,1) C(3,-3)
B) A(0,1) B(-5,1) C(3,-3)
C) A(0,-1) B(-5,1) C(3,3)
D) A(0,1) B(5,1) C(-3,-3)

1.12. Del ejercicio anterior maximice la función objetivo sujeta a las restricciones.

A) El valor máximo de la función es 19
B) El valor máximo de la función es 21
C) El valor máximo de la función es 31
D) El valor máximo de la función es 18

1.13. En una empresa que fabrica dulces, una caja de chocolates con crema deja una ganancia de \$3 y una caja de chocolates con fresas deja una ganancia de \$ 4,5. Investigaciones de mercado indican lo siguiente: La capacidad máxima de producción es de 600 cajas por mes y la demanda mensual de los chocolates con crema es de al menos 150 cajas y la demanda mensual de los chocolates con fresas es de al menos 225 cajas. ¿Cuáles son los vértices de este problema?

A) A(120,450) B(375,225) C(150,225)
B) A(150,450) B(375,230) C(150,235)
C) A(150,450) B(375,230) C(150,235)
D) A(150,450) B(375,225) C(150,225)

1.14. Del problema anterior determine ¿Cuántas cajas de chocolate de cada tipo se deben producir para maximizar las ganancias?

A) El máximo se alcanza en el punto (150,450)
B) El máximo se alcanza en el punto (450,150)
C) El máximo se alcanza en el punto (375,225)
D) El máximo se alcanza en el punto (150,225)

1.15. Maximizar la función F(x, y)= 2x+5y por el método gráfico sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y \geq -3 \\ 2x - y - 9 \leq 0 \\ 2x - 5y - 5 \geq 0 \end{cases}$$

A) El valor máximo de la función es 14

B) El valor máximo de la función es 15

C) El valor máximo de la función es 30

D) El valor máximo de la función es 12

ANEXO 3

FICHA DE OBSERVACIÓN

INSTITUCIÓN:.. CURSO:..

MATERIA:...

DOCENTE:...

INDICADORES / NÓMINA	Resuelve inecuaciones y sistemas de i necuaciones	Identifica la función objetivo y escribir una expresión lineal que la modele.	Grafica la función lineal objetivo en el plano cartesiano.	Identifica las restricciones del problema ,escribe desigualdades lineales que las modelen	Grafica el conjunto solución de cada desigualdad.	Determina el conjunto factible a partir de la intersección de las	**PUNTOS**	**LISTA DE COTEJOS ACTITUDINALES** Participa activamente en el desarrollo de la experiencia	Trabaja en tiempo previsto	Mantiene el orden y la disciplina en el aula	Cuida los materiales que manipula.	**PUNTAJE**
	1P	**1P**	**2P**	**2P**	**2P**	**2P**	**10P**	**SI/ NO**	**SI/ NO**	**SI/ NO**	**SI/ NO**	
AGUALSACA TACURI BRAYAN ADRIAN												
ARMAS ZAVALA STIVEN DANILO												
AUZAY VILLA JHON ALEXANDER												
BARAHONA MAZA ERICK ALEXANDER												
BARRETO LARA DENNYS GEOVANNY												
BERRONES MERCHAN ESTIV MICHAEL												
BUÑAY CHAVEZ RICHARD ANDERSON												
CALDERON GAVILANES JOHN												

CARRASCO COLCHA ALEXIS EDMUNDO												
CARRILLO COLCHA JOSELYN LIZETH												
CHARCO VARGAS JHEISON VINICIO												
ESCUDERO CASCO BORIS ALEXANDER												
ESTRADA MIÑO DILSON RONALDO												
FLORES CAZCO DANNY LEONARDO												
GUADALUPE RUIZ GUADALUPE												
GUARANGA CALDERON ALEXIS DANIEL												
GUEVARA QUINLLIN JHONNATAN												
LEMA CEPEDA DARWIN ALEXIS												
LLALAO INGHIGLEMA CARLOS												
LOPEZ TOAPANTA JUAN CARLOS												
MACHADO ASQUI DOMENICA NICOL												
MONTOYA GARCES FERNANDO DAVID												
MOPOSITA VALLEJO JUAN MARTIN												
MORALES GUALLI ROBERTH BRANDON												
MORALES LEMA ARIEL ALEXANDERS												
PALATE YANEZ GRACE KELY												
PEREZ PAREDES NICOLE BARBARA												
QUINTERO CEPADA FRANKLIN												
RAMOS CASTELO LISSETH KATHERINE												
SATAN CHUIZA LIZBETH ESTEFANIA												
VALDIVIEZO VALDIVIESO JOEL												
VELASCO SALGUERO PABLO ISRAEL												

ANEXO 4

UNIDAD EDUCATIVA
COLEGIO MILITAR N°6 "COMBATIENTES DE TAPI"
PLAN DE BLOQUES CURRICULARES

1. **DATOS INFORMATIVOS**

1.1. NIVEL DE EDUCACIÓN: Bachillerato **AREA:** Ciencias Exactas **AÑO LECTIVO:** 2014 - 2015

1.2. ASIGNATURA: Matemática **AÑO BGU:** Primero de Bachillerato **PARALELOS:** "A", "B", "C"

1.3. EJE TRANSVERSAL: **Formación Ciudadana para la Democracia:** Cumplimiento de las obligaciones ciudadanas
Cuidado de la Salud y los hábitos de Recreación de los estudiantes: Hábitos alimenticios saludables y de higiene
Educación Sexual en la niñez y la adolescencia: Desarrollo de la identidad sexual y sus consecuencias sicológicas y sociales.

1.4. EJE CURRICULAR INTEGRADOR: Adquirir conceptos e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico, matemático y crítico para resolver problemas mediante la elaboración de modelos

1.5. EJE DE APRENDIZAJE: Abstracción, generalización, conjetura y demostración; integración de conocimientos; comunicación de las ideas matemáticas; y el uso de las tecnologías en la solución de los problemas

1.6. BLOQUE CURRICULAR Nº 1: **FUNCIÓN - FUNCIÓN LINEAL**

1.7. OBJETIVO DEL BLOQUE:
Determinar el comportamiento local y global de la función real de variable real, a través del análisis de su dominio, recorrido, monotonía, simetrías, e intersecciones con los ejes y sus ceros.

1.8. TIEMPO DE DURACIÓN: Semanas: 7 **FECHA DE INICIO:** 01 de Septiembre del 2014 **FECHA DE FINALIZACIÓN:** 20 de Octubre del 2014

2. **RELACION DE LOS COMPONENTES CURRICULARES**

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONOCIMIENTOS ESPECIFICOS	PRESCISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE		EVALUACIÓN	
		ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS	INDICADORES ESENCIALES/	TÉCNICA / INSTRUMENTO

				INDICADORES DE LOGRO	
▪ Identificar las componentes de un par ordenado para saber en dónde ubicarlas en el plano cartesiano ▪ Definir en forma analítica y gráfica una relación y una función, estableciendo semejanzas y diferencias a través de ejemplos apropiados ▪ Reconocer el comportamiento de funciones elementales de una variable a través del análisis de su dominio, recorrido, monotonía y simetría (paridad). ▪ Hallar la inversa de una función tanto en forma analítica como gráfica. ▪ Aplicar la paridad y simetría de las funciones para su graficar funciones ▪ Analizar la monotonía de funciones para	**AMBIENTACIÓN DIAGNOSTICO Y NIVELACIÓN** **FUNCIÓN** ▪ Relación ▪ Definición ▪ Evaluación ▪ Representación ▪ Dominio y Recorrido ▪ Modelación mediante funciones ▪ Simetría ▪ Monotonía **ESTUDIO DE FUNCIONES REALES** ▪ Notación matemática. Dominio, Recorrido y Grafica de: FUNCIÓN CONSTANTE FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO FUNCIÓN RADICAL FUNCIÓN RACIONAL FUNCIÓN POLINOMIAL **FUNCIÓN LINEAL** ▪ Forma general de la ecuación de una recta. ▪ Raíces de la función lineal ▪ Gráfica: utilizando una tabla apropiada de valores ▪ Intersecciones de una recta con los ejes	**EXPERIENCIA** ▪ Reforzar la ubicación de puntos en el plano con delimitaciones y formas. ▪ Demostrar las propiedades de los pares ordenados y el plano cartesiano ▪ Representar gráficamente por tabla de valores la función afín, cuadrática, cubica y de cualquier grado. **REFLEXIÓN** ▪ Plantear Problemas reales que le permitan relacionar los contenidos vistos y su utilidad en la vida diaria. ▪ Elaborar y crear ejemplos de funciones con cierto grado de dificultad ▪ Resolver ejercicios razonados mediante la aplicación de funciones y relaciones acorde a nuestro entorno. **CONCEPTUALIZACIÓN** ▪ Estudiar las ecuaciones de primer grado asociadas a su función con su corte en los ejes con los ceros absolutos. ▪ Representar funciones lineales y cuadráticas, por medio de tablas, gráficas, intersección con los ejes,	▪ Texto del estudiante ▪ Texto guía del docente ▪ Pizarrón ▪ Marcadores ▪ Hojas de papel ministro ▪ Material concreto del entorno ▪ Láminas de cartulina ▪ Talleres aplicativos individuales elaborados por él docente ▪ Cuestionarios ▪ Talleres Grupales elaborados por el docente	▪ Identifica las componentes de un par ordenado para saber en dónde ubicarlas en el plano cartesiano ▪ Define en forma analítica y gráfica una relación y una función, estableciendo semejanzas y diferencias a través de ejemplos apropiados ▪ Reconoce el comportamiento de funciones elementales de una variable a través del análisis de su dominio, recorrido, monotonía y simetría (paridad). ▪ Halla la inversa de una función tanto en forma analítica como gráfica. ▪ Aplica la paridad y simetría de las funciones para su graficar funciones ▪ Analiza la monotonía de funciones para graficar funciones	**TÉCNICA:** ▪ PRUEBAS ORALES ▪ PRUEBAS ESCRITAS ▪ PRUEBAS DE ACTUACIÓN ▪ PORTAFOLIO **INSTRUMENTO:** ▪ GUÍA DE PREGUNTAS ESTRUCTURADAS Y NO ESTRUCTURADAS ▪ CUESTIONARIO DE BASE ESTRUCTURADA Y NO ESTRUCTURADA ▪ ESCALAS

graficar funciones ▪ Examinar las cotas y extremos para graficar funciones ▪ Reconocer la gráfica de una función lineal como una recta, a partir del significado geométrico de los parámetros que definen a la función lineal. ▪ Calcular la pendiente de una recta si se conocen dos puntos de dicha recta. ▪ Calcular la pendiente de una recta si se conoce su posición relativa respecto a otra recta y la pendiente de esta. ▪ Determinar la ecuación de una recta, dados dos parámetros (dos puntos, o un punto y la pendiente).	coordenados ▪ Gráfico de la función lineal empleando los puntos de intersección ▪ Pendiente de una recta: definición, estudio de sus valores e interpretación. ▪ Ecuación de una recta dados un punto y su pendiente ▪ Ecuación de la recta dados dos puntos ▪ Aplicaciones de los modelos lineales	una ley de asignación y ecuaciones algebraicas. ▪ Establecer las condiciones y leyes para que una función sea par, impar o simétrica con el origen. ▪ Determinar la notación, dominio, recorrido y grafica de las funciones reales. ▪ Definir en lo posible asíntotas horizontales, verticales y oblicuas al infinito ▪ Deducir todas las ecuaciones de una recta y poner las condiciones de la ecuación general de la misma. ▪ Determinar la pendiente, ángulo de inclinación y las diferentes formas de la ecuación de una recta **APLICACIÓN** ▪ Dibujar y ubicar punto a punto toda función polinomial con su campo de existencia y comportamiento de la curva, detectar puntos e intervalos críticos. ▪ Graficar la función lineal utilizando la raíz y una tabla de valores apropiada. ▪ Resolver problemas con ayuda de modelos lineales		▪ Examina las cotas y extremos para graficar funciones ▪ Calcula la pendiente de una recta si se conocen dos puntos de dicha recta. ▪ Reconoce la gráfica de una función lineal como una recta, a partir del significado geométrico de los parámetros que definen a la función lineal. ▪ Calcula la pendiente de una recta si se conoce su posición relativa respecto a otra recta y la pendiente de esta. ▪ Determina la ecuación de una recta, dados dos parámetros (dos puntos, o un punto y la pendiente).	

		▪ Representar funciones lineales por medio de tablas, gráficas, intersección con los ejes, una ley de asignación y ecuaciones algebraicas. ▪ Calcular la pendiente de una recta si se conocen dos puntos de dicha recta.			

UNIDAD EDUCATIVA
COLEGIO MILITAR N°6 "COMBATIENTES DE TAPI"
PLAN DE BLOQUES CURRICULARES

1. DATOS INFORMATIVOS

1.1. NIVEL DE EDUCACIÓN: Bachillerato **AREA:** Ciencias Exactas **AÑO LECTIVO:** 2014 - 2015

1.2. ASIGNATURA: Matemática **AÑO BGU:** Primero de Bachillerato **PARALELOS:** "A", "B", "C"

1.3. EJE TRANSVERSAL: **Formación Ciudadana para la Democracia:** El desarrollo de los valores humanos universales
Cuidado de la Salud y los hábitos de Recreación de los estudiantes: El empleo productivo del tiempo libre.

1.4. EJE CURRICULAR INTEGRADOR: Adquirir conceptos e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico, matemático y crítico para resolver problemas mediante la elaboración de modelos

1.5. EJE DE APRENDIZAJE: Abstracción, generalización, conjetura y demostración; integración de conocimientos; comunicación de las ideas matemáticas; y el uso de las tecnologías en la solución de los problemas

1.6. BLOQUE CURRICULAR Nº 2: **FUNCIÓN LINEAL**

1.7. OBJETIVO DEL BLOQUE:

Resolver problemas que pueden ser modelizados utilizando una función lineal o la función cuadrática mediante la aplicación de principios y algoritmos apropiados y la solución de problemas de su entorno.
Utilizar TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) como una herramienta que le permite optimizar procesos en la solución de problemas de su entorno.

1.8. TIEMPO DE DURACIÓN: **Semanas: 7** **FECHA DE INICIO**: 21 de Octubre del 2014 **FECHA DE FINALIZACIÓN:** 08 de Diciembre del 2014

2. RELACION DE LOS COMPONENTES CURRICULARES

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONOCIMIENTOS ESPECIFICOS	PRESCISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE		EVALUACIÓN	
		ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS	INDICADORES ESENCIALES/ INDICADORES DE LOGRO	TÉCNICA / INSTRUMENTO

▪ Resolver sistemas de dos ecuaciones con dos variables de forma gráfica y analítica. ▪ Resolver problemas prácticos de sistemas lineales de ecuaciones aplicando cualquiera de los métodos vistos. ▪ Identificar la intersección de dos rectas con la igualdad de las imágenes de dos números respecto de dos funciones lineales. ▪ Determinar la intersección de una recta con el eje horizontal a partir de la resolución de la ecuación f (x) = 0. ▪ Determinar la intersección de una recta con el eje vertical, a partir de la evaluación de la función en x = 0. ▪ Resolver	**SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS Y TRES INCÓGNITAS** ▪ Forma general de un Sistema lineal ▪ Tipos de Soluciones de un sistema lineal. ▪ Resoluciones Algebraicas: Método de Sustitución, Suma y Resta, Método de Igualación y Método Gráfico ▪ Solución de sistemas lineales de 3x3 por el método de suma y resta. ▪ Solución de problemas aplicativos ▪ Inecuaciones de primer grado. ▪ Determinación de conjunto solución ▪ **POLINOMIOS**	**EXPERIENCIA** ▪ Recordar las ecuaciones de primer grado asociadas a su función con su corte en los ejes con los ceros absolutos. ▪ Asociar diferentes tipos de funciones por su gráfica y su expresión. ▪ Determinar algoritmos de despeje, reemplazo, artificio sumar, restar, multiplicar, dividir y la propiedad uniforme de la igualdad. **REFLEXIÓN** ▪ Plantear problemas reales que permitan relacionar los contenidos vistos y su utilidad en la vida diaria. **CONCEPTUALIZACION** ▪ Determinar la solución analítica de un problema aplicativo de sistemas lineales. ▪ Identificar las diferentes expresiones de problemas que conducen a ecuaciones con valor absoluto ▪ Desarrollar ejercicios variados de ecuaciones con valor absoluto. ▪ Utilizar la tabla de los signos para determinar los intervalos de solución de una inecuación de segundo grado ▪ Desarrollar la ubicación	▪ Texto del estudiante ▪ Texto guía del docente ▪ Pizarrón ▪ Marcadores ▪ Hojas de papel ministro ▪ Material concreto del entorno ▪ Láminas de cartulina ▪ Talleres aplicativos individuales elaborados por él docente ▪ Cuestionarios ▪ Talleres Grupales elaborados por el docente	▪ Resuelve sistemas de dos ecuaciones con dos variables de forma gráfica y analítica. ▪ Resuelve problemas prácticos de sistemas lineales de ecuaciones aplicando cualquiera de los métodos vistos. ▪ Identifica la intersección de dos rectas con la igualdad de las imágenes de dos números respecto de dos funciones lineales. ▪ Determina la intersección de una recta con el eje horizontal a partir de la resolución de la ecuación f (x) = 0. ▪ Determina la intersección de una recta con el eje vertical, a partir de la evaluación de la función en x = 0. ▪ Resuelve ecuaciones e inecuaciones	**TÉCNICA:** ▪ PRUEBAS ORALES ▪ PRUEBAS ESCRITAS ▪ PRUEBAS DE ACTUACIÓN ▪ PORTAFOLIO **INSTRUMENTO:** ▪ GUÍA DE PREGUNTAS ESTRUCTURADAS Y NO ESTRUCTURADAS ▪ CUESTIONARIO DE BASE ESTRUCTURADA Y NO ESTRUCTURADA ▪ ESCALAS

ecuaciones e inecuaciones lineales con valor absoluto en forma analítica, utilizando las propiedades del valor absoluto. ▪ Reconocer problemas que pueden ser modelados mediante funciones lineales.		espacial como punto inicial, final, distancia entre ellos, su dirección y sentido. **APLICACIÓN** ▪ Plantear ejercicios y problemas que puedan ser resueltos mediante la aplicación de sistemas de ecuaciones. ▪ Resolver sistemas de dos ecuaciones con dos variables de forma gráfica y analítica. ▪ Resolver inecuaciones lineales gráficamente.		lineales con valor absoluto en forma analítica, utilizando las propiedades del valor absoluto. ▪ Reconoce problemas que pueden ser modelados mediante funciones lineales.	

UNIDAD EDUCATIVA
COLEGIO MILITAR N°6 "COMBATIENTES DE TAPI"
PLAN DE BLOQUES CURRICULARES

1. DATOS INFORMATIVOS

1.1. NIVEL DE EDUCACIÓN: Bachillerato **AREA:** Ciencias Exactas **AÑO LECTIVO:** 2014 - 2015
1.2. ASIGNATURA: Matemática **AÑO BGU:** Primero de Bachillerato **PARALELOS:** "A", "B", "C"

1.3. EJE TRANSVERSAL: **Formación Ciudadana para la Democracia:** Cumplimiento de las obligaciones ciudadanas
1.4. EJE CURRICULAR INTEGRADOR: Adquirir conceptos e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico, matemático y crítico para resolver problemas mediante la elaboración de modelos
1.5. EJE DE APRENDIZAJE: Abstracción, generalización, conjetura y demostración; integración de conocimientos; comunicación de las ideas matemáticas; y el uso de las tecnologías en la solución de los problemas

1.6. BLOQUE CURRICULAR Nº 3: ESTUDIO DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA
1.7. OBJETIVO DEL BLOQUE:
Resolver problemas reales de su entorno con la ayuda del modelo cuadrático, utilizando para ello procesos analíticos y gráficos
Utilizar TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) para graficar funciones cuadráticas

1.8. TIEMPO DE DURACIÓN: **Semanas: 8** **FECHA DE INICIO:** 09 de Diciembre del 2014 **FECHA DE FINALIZACIÓN:** 30 de Enero del 2015

2. RELACION DE LOS COMPONENTES CURRICULARES

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONOCIMIENTOS ESPECIFICOS	PRESCISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE		EVALUACIÓN	
		ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS	INDICADORES ESENCIALES/ INDICADORES DE LOGRO	TÉCNICA / INSTRUMENTO
▪ Reconocer la gráfica de una función cuadrática	**FUNCION CUADRÁTICA** ▪ Forma general de la	**EXPERIENCIA** ▪ Resolver ecuaciones de segundo grado utilizando una	▪ Texto del estudiante ▪ Texto guía del	▪ Reconoce la gráfica de una función cuadrática como una	**TÉCNICA:** ▪ PRUEBAS ORALES ▪ PRUEBAS ESCRITAS

como una parábola a través del significado geométrico de los parámetros que la definen. ▪ Resolver una ecuación cuadrática por factorización o usando la fórmula general de la ecuación de segundo grado o completando el cuadrado. ▪ Identificar la intersección gráfica de una parábola y una recta como solución de un sistema de dos ecuaciones: una cuadrática y otra lineal. ▪ Identificar la intersección de dos parábolas como la igualdad de las imágenes de dos números respecto de dos funciones cuadráticas. ▪ Determinar las intersecciones de una parábola con el eje horizontal a	ecuación de una parábola, dominio, recorrido ▪ Algoritmo para la graficación de una función cuadrática ▪ Identificación del eje de simetría ▪ Máximos y Mínimos ▪ Ecuaciones de segundo grado (Ceros de la función) ▪ Método de la Completación de cuadrados ▪ Factorización ▪ Fórmula general ▪ Aplicaciones a los modelos Cuadráticos ▪ Inecuaciones de segundo grado. ▪ Determinación de conjunto solución	variedad de ecuaciones. ▪ Establecer un algoritmo apropiado para la graficación de la función cuadrática. **REFLEXIÓN** ▪ Plantear problemas reales que permitan relacionar los contenidos vistos y su utilidad en la vida diaria. **CONCEPTUALIZACIÓN** ▪ Graficar una función cuadrática analizando paridad dominio, codominio, simetría e intersección con los ejes. ▪ Establecer un algoritmo apropiado para la graficación de la función cuadrática ▪ Determinar por la tabla de valores el punto máximo o mínimo y la simetría de una función cuadrática. ▪ Identificar, analizar y resolver ecuaciones cuadráticas aplicando cualquiera de los métodos vistos dos por tabla de valores. ▪ Asociar la inecuación cuadrática a la ecuación cuadrática para su resolución y determinar el campo de solución. **APLICACIÓN** ▪ Comprender que el vértice de una parábola es un máximo o un mínimo de la	docente ▪ Pizarrón ▪ Marcadores ▪ Hojas de papel ministro ▪ Material concreto del entorno ▪ Láminas de cartulina ▪ Talleres aplicativos individuales elaborados por él docente ▪ Cuestionarios ▪ Talleres Grupales elaborados por el docente	parábola a través del significado geométrico de los parámetros que la definen. ▪ Resuelve una ecuación cuadrática por factorización o usando la fórmula general de la ecuación de segundo grado o completando el cuadrado. ▪ Identifica la intersección gráfica de una parábola y una recta como solución de un sistema de dos ecuaciones: una cuadrática y otra lineal. ▪ Identifica la intersección de dos parábolas como la igualdad de las imágenes de dos números respecto de dos funciones cuadráticas. ▪ Determina las intersecciones de una parábola con el eje horizontal a través de la solución de la ecuación	▪ PRUEBAS DE ACTUACIÓN ▪ PORTAFOLIO **INSTRUMENTO:** ▪ GUÍA DE PREGUNTAS ESTRUCTURADAS Y NO ESTRUCTURADAS ▪ CUESTIONARIO DE BASE ESTRUCTURADA Y NO ESTRUCTURADA ▪ ESCALAS

través de la solución de la ecuación cuadrática f (x)=0, donde f es la función cuadrática cuya gráfica es la parábola.		función cuadrática cuya gráfica es la parábola. ▪ Resolver inecuaciones cuadráticas analíticamente, mediante el uso de las propiedades de las funciones cuadráticas asociadas a dichas inecuaciones ▪ Resolver sistemas de inecuaciones lineales y cuadráticas gráficamente. ▪ Resolver ecuaciones e inecuaciones cuadráticas con valor absoluto analíticamente, mediante el uso de las propiedades del valor absoluto y de las funciones cuadráticas.		cuadrática f (x)=0, donde f es la función cuadrática cuya gráfica es la parábola.	

UNIDAD EDUCATIVA
COLEGIO MILITAR N°6 "COMBATIENTES DE TAPI"
PLAN DE BLOQUES CURRICULARES

1. DATOS INFORMATIVOS

1.1. NIVEL DE EDUCACIÓN: Bachillerato | **AREA:** Ciencias Exactas | **AÑO LECTIVO:** 2014 - 2015

1.2. ASIGNATURA: Matemática | **AÑO BGU:** Primero de Bachillerato | **PARALELOS:** "A", "B", "C"

1.3. EJE TRANSVERSAL: **Formación Ciudadana para la Democracia:** Cumplimiento de las obligaciones ciudadanas

1.4. EJE CURRICULAR INTEGRADOR: Adquirir conceptos e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico, matemático y crítico para resolver problemas mediante la elaboración de modelos

1.5. EJE DE APRENDIZAJE: Abstracción, generalización, conjetura y demostración; integración de conocimientos; comunicación de las ideas matemáticas; y el uso de las tecnologías en la solución de los problemas

1.6. BLOQUE CURRICULAR Nº 4: ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

1.7. OBJETIVO DEL BLOQUE:

Utilizar el lenguaje algebraico en el planteamiento y solución de ecuaciones de primer orden en problemas aplicativos y prácticos.

1.8. TIEMPO DE DURACIÓN: **Semanas: 6** | **FECHA DE INICIO:** 23 de Febrero del 2015 | **FECHA DE FINALIZACIÓN:** 02 de Abril del 2015

2. RELACION DE LOS COMPONENTES CURRICULARES

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONOCIMIENTOS ESPECIFICOS	PRESCISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE		EVALUACIÓN	
		ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS	INDICADORES ESENCIALES/ INDICADORES DE LOGRO	TÉCNICA / INSTRUMENTO
▪ Representar un vector en el plano a partir del conocimiento de su dirección, sentido y longitud.	**VECTORES EN EL PLANO** ▪ Definición ▪ Representación ▪ Elementos de un vector ▪ Espacio R^2	**EXPERIENCIA** ▪ Repasar ubicación de puntos en el plano, teorema de Pitágoras y funciones trigonométricas para determinar los elementos de	▪ Texto del estudiante ▪ Texto guía del docente ▪ Pizarrón ▪ Marcadores	▪ Representa un vector en el plano a partir del conocimiento de su dirección, sentido y longitud. ▪ Reconoce los	**TÉCNICA:** ▪ PRUEBAS ORALES ▪ PRUEBAS ESCRITAS ▪ PRUEBAS DE ACTUACIÓN ▪ PORTAFOLIO

▪ Reconocer los elementos de un vector a partir de su representación gráfica. ▪ Operar con vectores en forma gráfica mediante la traslación de los orígenes a un solo punto. ▪ Representar puntos y vectores en R^2. ▪ Representar las operaciones entre elementos de R^2 en un sistema de coordenadas, a través de la identificación entre los resultados de las operaciones y vectores geométricos. ▪ Determinar la longitud de un vector utilizando las propiedades de las operaciones con vectores. ▪ Resolver problemas de la Física (principalmente relacionados con fuerza y velocidad) aplicando vectores.	▪ Distancia entre dos puntos **OPERACIONES CON VECTORES** ▪ Producto de un vector por un escalar, ejemplos. ▪ Vectores paralelos ▪ Suma de vectores, propiedades ▪ Métodos para sumar vectores: método del paralelogramo, polígono, analítico ▪ Diferencia de vectores ▪ Definición de combinación lineal de vectores ▪ Vectores unitarios: definición y ejemplos ▪ Aplicación de los vectores a la geometría ▪ Problemas de Física con la aplicación de vectores **DESIGUALDADES** ▪ Desigualdades en el plano ▪ Sistemas de Inecuaciones: definición, ejemplos, ejercicios y	un vector. ▪ Identificar las diferencias entre magnitudes escalares y vectoriales. **REFLEXIÓN** ▪ Plantear problemas reales que permitan relacionar los contenidos vistos y su utilidad en la vida diaria. ▪ Comprender situaciones de la vida cotidiana a través de la interpretación de vectores. ▪ Recoger información del entorno que contenga relación con la temática. **CONCEPTUALIZACIÓN** ▪ Definir y manipular vectores en el plano con sus operaciones elementales. ▪ Definir la poligonal y paralelogramo para sumar, restar y multiplicar por escalar todo tipo de vector en el plano. ▪ Clasificar los vectores por sus características y aplicación. ▪ Analizar los vectores unitarios base. ▪ Determinar las condiciones de paralelismo y perpendicularidad por su pendiente. ▪ Estimar y analizar las condiciones de un sistema de inecuaciones **APLICACIÓN**	▪ Hojas de papel ministro ▪ Material concreto del entorno ▪ Láminas de cartulina ▪ Talleres aplicativos individuales elaborados por él docente ▪ Cuestionarios ▪ Talleres Grupales elaborados por el docente	elementos de un vector a partir de su representación gráfica. ▪ Opera con vectores en forma gráfica mediante la traslación de los orígenes a un solo punto. ▪ Representa puntos y vectores en R2. ▪ Representa las operaciones entre elementos de R2 en un sistema de coordenadas, a través de la identificación entre los resultados de las operaciones y vectores geométricos. ▪ Determina la longitud de un vector utilizando las propiedades de las operaciones con vectores. ▪ Resuelve inecuaciones cuadráticas con valor absoluto analíticamente, mediante el uso de las propiedades del	**INSTRUMENTO:** ▪ GUÍA DE PREGUNTAS ESTRUCTURADAS Y NO ESTRUCTURADAS ▪ CUESTIONARIO DE BASE ESTRUCTURADA Y NO ESTRUCTURADA ▪ ESCALAS

▪ Resolver ecuaciones e inecuaciones cuadráticas con valor absoluto analíticamente, mediante el uso de las propiedades del valor absoluto y de las funciones cuadráticas.	problemas prácticos. ▪ Modelación mediante inecuaciones	▪ Representar puntos y vectores en R^2. ▪ Representar las operaciones entre elementos de $\mathbb{R}^2$ en un sistema de coordenadas, a través de la identificación entre los resultados de las operaciones y vectores geométricos. ▪ Determinar la longitud de un vector utilizando las propiedades de las operaciones con vectores. ▪ Determinar la longitud de un vector. ▪ Calcular el perímetro y el área de una figura geométrica. ▪ Resolver problemas de la Física aplicando vectores. ▪ Resolver sistemas de inecuaciones lineales y cuadráticas gráficamente. ▪ Resolver inecuaciones cuadráticas con valor absoluto analíticamente, mediante el uso de las propiedades del valor absoluto y de las funciones cuadráticas.		valor absoluto y de las funciones cuadráticas.	

UNIDAD EDUCATIVA
COLEGIO MILITAR N°6 "COMBATIENTES DE TAPI"
PLAN DE BLOQUES CURRICULARES

1. DATOS INFORMATIVOS

1.1. NIVEL DE EDUCACIÓN: Bachillerato | **AREA:** Ciencias Exactas | **AÑO LECTIVO:** 2014 - 2015

1.2. ASIGNATURA: Matemática | **AÑO BGU:** Primero de Bachillerato | **PARALELOS:** "A", "B", "C"

1.3. EJE TRANSVERSAL: **Formación Ciudadana para la Democracia:** Cumplimiento de las obligaciones ciudadanas

1.4. EJE CURRICULAR INTEGRADOR: Adquirir conceptos e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico, matemático y crítico para resolver problemas mediante la elaboración de modelos

1.5. EJE DE APRENDIZAJE: Abstracción, generalización, conjetura y demostración; integración de conocimientos; comunicación de las ideas matemáticas; y el uso de las tecnologías en la solución de los problemas

1.6. BLOQUE CURRICULAR Nº 5: MATEMÁTICA DISCRETA

1.7. OBJETIVO DEL BLOQUE:

Utilizar la programación lineal como una herramienta básica de la matemática que le permita el planteo y solución de problemas que le conduzcan a procesos de maximización o minimización.

1.8. TIEMPO DE DURACIÓN: **Semanas: 6** **FECHA DE INICIO:** 06 de Abril del 2015 **FECHA DE FINALIZACIÓN:** 18 de Mayo del 2015

2. RELACION DE LOS COMPONENTES CURRICULARES

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONOCIMIENTOS ESPECIFICOS	PRESCISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE		EVALUACIÓN	
		ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS	INDICADORES ESENCIALES/ INDICADORES DE LOGRO	TÉCNICA / INSTRUMENTO
▪ Identificar la función objetivo y escribir una expresión lineal que la modele. ▪ Graficar la función	**PROGRAMACIÓN LINEAL** ▪ Elementos de un problema de programación	**EXPERIENCIA** ▪ Graficar en el plano cartesiano y marcar la región que cumple la inecuación. ▪ Determinar intervalos en los	▪ Texto del estudiante ▪ Texto guía del docente ▪ Pizarrón	▪ Identifica la función objetivo y escribir una expresión lineal que la modele. ▪ Grafica la función	**TÉCNICA:** ▪ PRUEBAS ORALES ▪ PRUEBAS ESCRITAS ▪ PRUEBAS DE ACTUACIÓN

lineal objetivo en el plano cartesiano. ▪ Identificar las restricciones del problema y escribir desigualdades lineales que las modelen. ▪ Graficar el conjunto solución de cada desigualdad. ▪ Determinar el conjunto factible a partir de la intersección de las soluciones de cada restricción. ▪ Resolver un problema de optimización mediante la evaluación de la función objetivo en los vértices del conjunto factible. ▪ Interpretar la solución de un problema de programación lineal.	lineal: Función Objetivo, condiciones. ▪ Método analítico de resolución: Gráfica del área de solución, determinación de puntos críticos, maximización y minimización. ▪ Método gráfico de resolución: Gráfica de inecuaciones, gráfica de la función objetivo, maximización y minimización. ▪ Problemas de Optimización Lineal ▪ Problemas de Mezclas ▪ Ejercicios de aplicación.	ejes del plano cartesiano con sus límites y contornos. ▪ Dibujar y analizar regiones en el plano como sistemas de inecuaciones. ▪ Visualizar y colorear regiones, cotas y extremos. **REFLEXIÓN** ▪ Establecer algoritmos secuenciales de pequeños problemas reales. ▪ Plantear problemas reales que permitan relacionar los contenidos vistos y su utilidad en la vida diaria. **CONCEPTUALIZACIÓN** ▪ Ejecutar y delinear los pasos para resolver una maximización o minimización para optimizar ciertos recursos. ▪ Elaborar ejemplos de oferta y demanda y compararlos. ▪ Identificar y analizar todos los elementos básicos de un problema de programación lineal, oferta demanda, maximización, minimización y toma de decisiones. ▪ Identificar, graficar y analizar la función objetivo y escribir una expresión lineal que la modele. ▪ Analizar las restricciones y establecer el sistema de desigualdades lineales que	▪ Marcadores ▪ Hojas de papel ministro ▪ Material concreto del entorno ▪ Láminas de cartulina ▪ Talleres aplicativos individuales elaborados por él docente ▪ Cuestionarios ▪ Talleres Grupales elaborados por el docente	lineal objetivo en el plano cartesiano. ▪ Identifica las restricciones del problema y escribir desigualdades lineales que las modelen. ▪ Grafica el conjunto solución de cada desigualdad. ▪ Determina el conjunto factible a partir de la intersección de las soluciones de cada restricción. ▪ Resuelve un problema de optimización mediante la evaluación de la función objetivo en los vértices del conjunto factible. ▪ Interpreta la solución de un problema de programación lineal.	▪ PORTAFOLIO **INSTRUMENTO:** ▪ GUÍA DE PREGUNTAS ESTRUCTURADAS Y NO ESTRUCTURADAS ▪ CUESTIONARIO DE BASE ESTRUCTURADA Y NO ESTRUCTURADA ▪ ESCALAS

		las modelen. **APLICACIÓN** ▪ Graficar el conjunto solución de cada desigualdad. ▪ Determinar el conjunto factible a partir de la intersección de las soluciones de cada restricción. ▪ Resolver un problema de optimización mediante la evaluación de la función objetivo en los vértices del conjunto factible.			

ANEXO 5