



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS**  
**CARRERA ESTADÍSTICA**

**ANÁLISIS DE LA REFLECTANCIA DEL CULTIVO DE QUINUA**  
**EN FUNCIÓN DE LA EDAD DE LA PLANTA, MEDIANTE**  
**ESTADÍSTICA FUNCIONAL**

**Trabajo de Titulación**

**Tipo:** Proyecto de Investigación

Presentado para optar al grado académico de:

**INGENIERO EN ESTADÍSTICA INFORMÁTICA**

**AUTOR:** HARRY CRISTÓBAL BASTIDAS MIGUEZ

**DIRECTORA:** Ing. AMALIA ISABEL ESCUDERO VILLA MSc.

Riobamba – Ecuador

2022

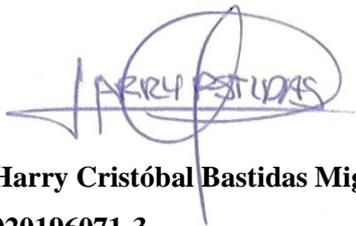
© 2022, Harry Cristóbal Bastidas Miguez

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento, siempre y cuando se reconozca el Derecho de Autor.

Yo, HARRY CRISTÓBAL BASTIDAS MIGUEZ, declaro que el presente Trabajo de Titulación es de mi autoría y los resultados del mismo son auténticos. Los textos en el documento que provienen de otras fuentes están debidamente citados y referenciados.

Como autor asumo la responsabilidad académica y legal de los contenidos de este Trabajo de Titulación; el patrimonio intelectual pertenece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Riobamba, 13 de junio de 2022

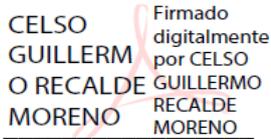


**Harry Cristóbal Bastidas Miguez**

**020196071-3**

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS**  
**CARRERA ESTADÍSTICA**

El Tribunal del Trabajo de Titulación certifica que: El Trabajo de Titulación; Tipo: Proyecto de Investigación, **ANÁLISIS DE LA REFLECTANCIA DEL CULTIVO DE QUINUA EN FUNCIÓN DE LA EDAD DE LA PLANTA, MEDIANTE ESTADÍSTICA FUNCIONAL**, realizado por el señor: **HARRY CRISTÓBAL BASTIDAS MIGUEZ**, ha sido minuciosamente revisado por los Miembros del Tribunal del Trabajo de Titulación, el mismo que cumple con los requisitos científicos, técnicos, legales, en tal virtud el Tribunal autoriza su presentación.

	<b>FIRMA</b>	<b>FECHA</b>
Ing. Johanna Enith Aguilar Reyes MSc. <b>PRESIDENTE DEL TRIBUNAL</b>	 Firmado electrónicamente por: <b>JOHANNA ENITH AGUILAR REYES</b>	2022-06-13
Ing. Amalia Isabel Escudero Villa MSc. <b>DIRECTOR DE TRABAJO DE TITULACIÓN</b>	 Firmado digitalmente por AMALIA ISABEL ESCUDERO VILLA DN: CN=AMALIA ISABEL ESCUDERO VILLA SERIALNUMBER=1810210102802, OU=ENTIDAD DE CERTIFICACION DE INFORMACION, C=SECURITY DATA S.A. 2, C=EC Fecha: He revisado este documento. Font Reader Verión: 10.1.1	2022-06-13
Dr. Celso Guillermo Recalde Moreno PhD. <b>MIEMBRO DEL TRIBUNAL</b>	 Firmado digitalmente por CELSO GUILLERMO RECALDE MORENO	2022-06-13

## **DEDICATORIA**

A mis padres que día tras día forjaron mi carácter y disciplina que me permitió cumplir esta meta, gracias por el apoyo incondicional y creer en mí, este logro es para ustedes.

*Harry*

## **AGRADECIMIENTO**

A la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, por darme la oportunidad de obtener esta profesión. A mis maestros por compartir sus conocimientos con tanto ahínco y dedicación, en especial al Dr. Celso Recalde y a la Ing. Isabel Escudero por permitirme trabajar en este proyecto. Al GEAA, quienes en conjunto con el CEFA y la UNACH realizaron la toma de datos y me facilitaron trabajar con la información recaudada. Y por último a mis padres quienes confiaron en mí y me brindaron su apoyo a lo largo de mi desarrollo académico.

*Harry*

## TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE TABLAS.....	x
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xi
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	xii
ÍNDICE DE ANEXOS.....	xiv
ÍNDICE DE ABREVIATURAS.....	xv
RESUMEN.....	xvi
ABSTRACT.....	xvii
INTRODUCCIÓN.....	1

## CAPÍTULO I

<b>1. MARCO TEÓRICO REFERENCIAL.....</b>	<b>6</b>
<b>1.1. Bases conceptuales.....</b>	<b>6</b>
<b>1.1.1. <i>Estadística descriptiva funcional</i>.....</b>	<b>6</b>
<b>1.1.1.1. <i>Media funcional</i>.....</b>	<b>6</b>
<b>1.1.1.2. <i>Varianza funcional</i>.....</b>	<b>6</b>
<b>1.1.1.3. <i>Covarianza funcional</i>.....</b>	<b>6</b>
<b>1.1.1.4. <i>Correlación funcional</i>.....</b>	<b>7</b>
<b>1.1.2. <i>Validación cruzada</i>.....</b>	<b>7</b>
<b>1.1.2.1. <i>Validación cruzada</i>.....</b>	<b>7</b>
<b>1.1.2.2. <i>Validación cruzada generalizada</i>.....</b>	<b>7</b>
<b>1.1.3. <i>Suavizado de B-Spline</i>.....</b>	<b>8</b>
<b>1.1.4. <i>Remuestreo de bootstrap</i>.....</b>	<b>9</b>
<b>1.1.5. <i>Análisis de componentes principales funcionales</i>.....</b>	<b>9</b>
<b>1.1.6. <i>ANOVA funcional</i>.....</b>	<b>9</b>
<b>1.2. Bases teóricas.....</b>	<b>10</b>
<b>1.2.1. <i>Quinoa</i>.....</b>	<b>10</b>
<b>1.2.2. <i>Hojas</i>.....</b>	<b>10</b>
<b>1.2.3. <i>Flores</i>.....</b>	<b>10</b>
<b>1.2.4. <i>Crecimiento</i>.....</b>	<b>10</b>
<b>1.2.5. <i>Etapas fenológicas</i>.....</b>	<b>11</b>
<b>1.2.6. <i>Espectroradiómetro</i>.....</b>	<b>11</b>
<b>1.2.7. <i>Firmas espectrales</i>.....</b>	<b>11</b>

1.2.8.	<i>Funciones</i> .....	11
1.2.9.	<i>Dato funcional</i> .....	12
1.2.10.	<i>Variable funcional</i> .....	12
1.2.11.	<i>Análisis de datos funcionales</i> .....	12

## CAPÍTULO II

2.	<b>MARCO METODOLÓGICO</b> .....	13
2.1.	<b>Tipo de investigación</b> .....	13
2.2.	<b>Diseño de la investigación</b> .....	13
2.3.	<b>Localización del Estudio</b> .....	13
2.4.	<b>Población de estudio</b> .....	14
2.5.	<b>Tamaño de la muestra</b> .....	15
2.6.	<b>Método de muestreo</b> .....	15
2.7.	<b>Técnicas de recolección de datos</b> .....	15
2.8.	<b>Modelo estadístico</b> .....	16
2.9.	<b>Operacionalización de las variables</b> .....	16

## CAPÍTULO III

3.	<b>RESULTADOS Y DISCUSION</b> .....	17
3.1.	<b>Suavizado B-spline</b> .....	17
3.2.	<b>Estadísticas descriptivas funcionales</b> .....	21
3.3.	<b>Remuestreo de bootstrap</b> .....	28
3.4.	<b>Detección de curvas atípicas</b> .....	29
3.5.	<b>Análisis de componentes principales funcionales</b> .....	32
3.5.1.	<i>Muestra 1 (LQ101)</i> .....	33
3.5.2.	<i>Muestra 2 (LQ102)</i> .....	33
3.5.3.	<i>Muestra 3 (LQ103)</i> .....	34
3.5.4.	<i>Muestra 4 (LQ104)</i> .....	35
3.5.5.	<i>Muestra 5 (LQ105)</i> .....	35
3.5.6.	<i>Muestra 6 (LQ106)</i> .....	36
3.5.7.	<i>Muestra 7 (LQ107)</i> .....	37
3.5.8.	<i>Muestra 8 (LQ108)</i> .....	38
3.5.9.	<i>Muestra 9 (MQ101)</i> .....	39
3.5.10.	<i>Muestra 10 (MQ102)</i> .....	40

3.5.11.	<i>Muestra 11 (MQ103)</i> .....	41
3.5.12.	<i>Muestra 12 (MQ104)</i> .....	42
3.5.13.	<i>Muestra 13 (MQ105)</i> .....	43
3.5.14.	<i>Muestra 14 (MQ301)</i> .....	44
3.5.15.	<i>Muestra 15 (MQ306)</i> .....	45
3.5.16.	<i>Muestra 16 (MQ307)</i> .....	46
3.5.17.	<i>Muestra 17 (LQ106)</i> .....	47
3.5.18.	<i>Muestra 18 (LQ108)</i> .....	48
3.5.19.	<i>Muestra 19 (MQ102)</i> .....	49
3.5.20.	<i>Muestra 20 (MQ103)</i> .....	50
3.5.21.	<i>Muestra 21 (MQ104)</i> .....	51
3.5.22.	<i>Muestra 22 (MQ101)</i> .....	52
3.5.23.	<i>Muestra 23 (LQ102)</i> .....	53
3.5.24.	<i>Muestra 24 (LQ103)</i> .....	54
3.5.25.	<i>Muestra 25 (LQ104)</i> .....	55
3.5.26.	<i>Muestra 26 (LQ105)</i> .....	56
3.5.27.	<i>Muestra 27 (LQ106)</i> .....	57
3.5.28.	<i>Muestra 28 (LQ107)</i> .....	58
3.5.29.	<i>Muestra 29 (LQ108)</i> .....	59
3.5.30.	<i>Muestra 30 (LQ109)</i> .....	60
3.5.31.	<i>Muestra 31 (LQ110)</i> .....	61
3.5.32.	<i>Muestra 32 (MQ101)</i> .....	62
3.5.33.	<i>Muestra 33 (MQ102)</i> .....	63
3.6.	<b>ANOVA funcional</b> .....	64
3.6.1.	<i>ANOVA funcional entre hojas y flores</i> .....	64
3.6.2.	<i>ANOVA funcional entre cultivos en hojas</i> .....	65
3.6.3.	<i>ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en hojas de Colta 1</i> .....	65
3.6.4.	<i>ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en hojas de INIAP Quito</i> ...	66
3.6.5.	<i>ANOVA funcional entre cultivos en Flores</i> .....	66
3.6.6.	<i>ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en flores de Colta 1</i> .....	67
3.6.7.	<i>ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en flores de Colta 2</i> .....	68
3.6.8.	<i>ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en flores de INIAP Quito</i> ...	68

<b>CONCLUSIONES</b> .....	70
<b>RECOMENDACIONES</b> .....	72
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	
<b>ANEXOS</b>	

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1-2:</b> Operacionalización de las variables tomadas por el espectroradiómetro .....	16
<b>Tabla 2-2:</b> Operacionalización de variables respecto a la edad de la planta .....	16

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1-2.</b>	Ubicación del cantón Colta de la Provincia de Chimborazo .....	14
<b>Figura 2-2.</b>	Ubicación de INIAP en el cantón Quito Provincia de Pichincha. ....	14
<b>Figura 3-2.</b>	Esquema del muestreo general .....	15

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1-1.</b>	Suavizado de B-Splines ( $p=1,2$ y $3$ ) .....	8
<b>Gráfico 1-3.</b>	Suavizado de las hojas de Colta 1 .....	17
<b>Gráfico 2-3.</b>	Suavizado de las hojas de Colta 2 .....	18
<b>Gráfico 3-3.</b>	Suavizado de las hojas de INIAP Quito .....	19
<b>Gráfico 4-3.</b>	Suavizado de las flores de Colta 1 .....	19
<b>Gráfico 5-3.</b>	Suavizado de las flores de Colta 2 .....	20
<b>Gráfico 6-3.</b>	Suavizado de las flores de INIAP Quito .....	21
<b>Gráfico 7-3.</b>	Media funcional de hojas y flores en las líneas de Colta 1 .....	21
<b>Gráfico 8-3.</b>	Media funcional de hojas y flores en maizales de Colta 1 .....	22
<b>Gráfico 9-3.</b>	Desviación funcional de hojas y flores en las líneas de Colta 1 .....	23
<b>Gráfico 10-3.</b>	Desviación funcional de hojas y flores en maizales de Colta 1 .....	24
<b>Gráfico 11-3.</b>	Media funcional de hojas y flores en las líneas de Colta 2 .....	24
<b>Gráfico 12-3.</b>	Desviación funcional de hojas y flores en las líneas de Colta 2 .....	25
<b>Gráfico 13-3.</b>	Media funcional de flores en maizales de Colta 2 .....	25
<b>Gráfico 14-3.</b>	Desviación funcional de flores en maizales de Colta 2 .....	25
<b>Gráfico 15-3.</b>	Media funcional de hojas y flores en las líneas de INIAP Quito .....	26
<b>Gráfico 16-3.</b>	Desviación funcional de hojas y flores en las líneas de INIAP Quito .....	27
<b>Gráfico 17-3.</b>	Media funcional de hojas y flores en maizales de INIAP Quito .....	28
<b>Gráfico 18-3.</b>	Desviación funcional de hojas y flores en maizales de INIAP Quito .....	28
<b>Gráfico 19-3.</b>	Bandas de Confianza más relevantes de hojas y flores .....	29
<b>Gráfico 20-3.</b>	Curvas atípicas de hojas .....	31
<b>Gráfico 21-3.</b>	Curvas atípicas de flores .....	32
<b>Gráfico 22-3.</b>	ACPF de la muestra 1 .....	33
<b>Gráfico 23-3.</b>	ACPF de la muestra 2 .....	33
<b>Gráfico 24-3.</b>	ACPF de la muestra 3 .....	34
<b>Gráfico 25-3.</b>	ACPF de la muestra 4 .....	35
<b>Gráfico 26-3.</b>	ACPF de la muestra 5 .....	35
<b>Gráfico 27-3.</b>	ACPF de la muestra 6 .....	36
<b>Gráfico 28-3.</b>	ACPF de la muestra 7 .....	37
<b>Gráfico 29-3.</b>	ACPF de la muestra 8 .....	38
<b>Gráfico 30-3.</b>	ACPF de la muestra 9 .....	39
<b>Gráfico 31-3.</b>	ACPF de la muestra 10 .....	40
<b>Gráfico 32-3.</b>	ACPF de la muestra 11 .....	41

<b>Gráfico 33-3.</b>	ACPF de la muestra 12 .....	42
<b>Gráfico 34-3.</b>	ACPF de la muestra 13 .....	43
<b>Gráfico 35-3.</b>	ACPF de la muestra 14 .....	44
<b>Gráfico 36-3.</b>	ACPF de la muestra 15 .....	45
<b>Gráfico 37-3.</b>	ACPF de la muestra 16 .....	46
<b>Gráfico 38-3.</b>	ACPF de la muestra 17 .....	47
<b>Gráfico 39-3.</b>	ACPF de la muestra 18 .....	48
<b>Gráfico 40-3.</b>	ACPF de la muestra 19 .....	49
<b>Gráfico 41-3.</b>	ACPF de la muestra 20 .....	50
<b>Gráfico 42-3.</b>	ACPF de la muestra 21 .....	51
<b>Gráfico 43-3.</b>	ACPF de la muestra 22 .....	52
<b>Gráfico 44-3.</b>	ACPF de la muestra 23 .....	53
<b>Gráfico 45-3.</b>	ACPF de la muestra 24 .....	54
<b>Gráfico 46-3.</b>	ACPF de la muestra 25 .....	55
<b>Gráfico 47-3.</b>	ACPF de la muestra 26 .....	56
<b>Gráfico 48-3.</b>	ACPF de la muestra 27 .....	57
<b>Gráfico 49-3.</b>	ACPF de la muestra 28 .....	58
<b>Gráfico 50-3.</b>	ACPF de la muestra 29 .....	59
<b>Gráfico 51-3.</b>	ACPF de la muestra 30 .....	60
<b>Gráfico 52-3.</b>	ACPF de la muestra 31 .....	61
<b>Gráfico 53-3.</b>	ACPF de la muestra 32 .....	62
<b>Gráfico 54-3.</b>	ACPF de la muestra 33 .....	63
<b>Gráfico 55-3.</b>	ANOVA funcional entre hojas y flores .....	64
<b>Gráfico 56-3.</b>	ANOVA funcional entre cultivos en hojas .....	65
<b>Gráfico 57-3.</b>	ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en hojas de Colta 1 ...	65
<b>Gráfico 58-3.</b>	ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en hojas de INIAP Quito .....	66
<b>Gráfico 59-3.</b>	ANOVA funcional entre cultivos en flores.....	66
<b>Gráfico 60-3.</b>	ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en flores de Colta 1 ...	67
<b>Gráfico 61-3.</b>	ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en flores de Colta 2. ..	68
<b>Gráfico 62-3.</b>	ANOVA funcional entre líneas y maizales en flores de INIAP Quito .....	68

## **ÍNDICE DE ANEXOS**

- ANEXO A.** LIBRERÍAS UTILIZADAS
- ANEXO B.** PREPARAR Y CARGAR LA BASE DE DATOS A RSTUDIO
- ANEXO C.** SUAVIZADO DE B-SPLINES
- ANEXO D.** MEDIA Y DESVIACIÓN FUNCIONAL
- ANEXO E.** REMUESTREO DE BOOTSTRAP
- ANEXO F.** CURVAS ATÍPICAS
- ANEXO G.** COMPONENTES PRINCIPALES FUNCIONALES
- ANEXO H.** ANOVA FUNCIONAL

## ÍNDICE DE ABREVIATURAS

- ACP:** Análisis de componentes principales.
- ACPF:** Análisis de componentes principales funcionales.
- ADF/FDA:** Análisis de datos funcionales. / Funtional Data Analysis.
- ANOVA:** Analysis Of Variance (Análisis de Varianza).
- CEFA:** Comité Europeo para la Formación y la Agricultura.
- ESPOCH:** Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.
- FANOVA:** Análisis de varianza funcional.
- GEAA:** Grupo de Energías Alternativas y Ambiente.
- INIAP:** Instituto Nacional de Investigaciones Agropecuarias.
- LQ:** Líneas de Quinoa.
- MQ:** Maizales de Quinoa.
- NASA:** Administración Nacional de Aeronáutica y el Espacio.
- PH:** Medida del grado de acidez o alcalinidad de una sustancia o solución.
- RSG:** Radiación Solar Global.
- UNACH:** Universidad Nacional de Chimborazo.

## RESUMEN

Esta investigación tuvo como objetivo identificar el comportamiento de la reflectancia de la planta de quinua (*Chenopodium quinoa*) tomada con un espectroradiómetro y asociarla a su edad. Se efectuó un muestreo aleatorio simple, realizado por el Grupo de Energías Alternativas y Ambiente (GEAA) en conjunto con el Comité Europeo para la Formación y la Agricultura (CEFA) y la Universidad Nacional de Chimborazo (UNACH). Para el análisis se utilizó estadística de datos funcionales, ya que, es una excelente herramienta para el estudio de variables continuas, se llevó a cabo un suavizado de *B-splines* para convertir las observaciones puntuales en curvas, con la finalidad de reducir el ruido y el sesgo, mediante la validación cruzada se identificó el número de bases óptimas. Para identificar la forma en la que se comportan los datos se realizó un análisis descriptivo y exploratorio, se distinguió curvas atípicas que fueron separadas del análisis; mediante un análisis de componentes principales se representó la reflectancia en el plano, con un porcentaje de variabilidad explicada superior al 90% para las 33 muestras, se visualizó patrones en cada una de estas mismos que fueron respaldados mediante un contraste de varianza funcional (FANOVA) tanto en hojas y flores. Se concluyó que existe diferencias significativas entre cada una de las edades de la planta, de igual manera en las flores debido a la variedad de colores que presentan causado por sus combinaciones genéticas las cuales fluctúan aún más debido a su madurez fisiológica; por otro lado, las hojas presentaron un comportamiento similar, es decir son estadísticamente iguales. Se sugiere realizar un seguimiento a una muestra desde su primera etapa fenológica hasta el momento de su cosecha y comparar los resultados con esta investigación.

**Palabras clave:** <ESTADÍSTICA FUNCIONAL>, <REFLECTANCIA>, <QUINUA (*Chenopodium Quinoa*)>, <FANOVA>, <EDAD>.



1586-DBRA-UTP-2022

## ABSTRACT

This research aimed to identify the reflectance behavior of the quinoa plant (*Chenopodium quinoa*) taken with a spectroradiometer and associate it with its age. A simple random sampling was done by the Alternative Energies and Environment Group (GEAA) in conjunction with the European Committee for Training and Agriculture (CEFA) and the National University of Chimborazo (UNACH). For the analysis, functional data statistics were used, since it is an excellent tool for the study of continuous variables, a smoothing of B-splines was performed to convert the specific observations into curves, in order to reduce noise and bias, through cross-validation the number of optimal bases was identified. To recognize the way in which the data behave, a descriptive and exploratory analysis was carried out, atypical curves were distinguished that were separated from the analysis; Through a principal components analysis, the reflectance in the plane was represented, with a percentage of explained variability greater than 90% for the 33 samples, patterns were visualized in each of these, which were supported by a functional variance contrast (FANOVA). both in leaves and flowers. It was concluded that there are significant differences between each of the ages of the plant, in the same way in the flowers due to the variety of colors they present caused by their genetic combinations which fluctuate even more due to their physiological maturity; on the other hand, the leaves presented a similar behavior, that is, they are statistically the same. It is suggested to monitor a sample from its first phenological stage to the time of harvest and compare the results with this research.

**Keywords:** <FUNCTIONAL STATISTICS>, <REFLECTANCE>, <QUINOA (*Chenopodium Quinoa*)>, <FANOVA>, <AGE>.



.....  
Lic. Edgar Mesías Jaramillo Moyano MSc.

C.I: 060349739-7

## **INTRODUCCIÓN**

Esta investigación está enfocada en el estudio del comportamiento de la reflectancia en la planta de quinua. La información fue tomada por el Grupo de Energías Alternativas y Ambiente (GEAA) en conjunto con el Comité Europeo para la Formación y la Agricultura (CEFA) y la Universidad Nacional de Chimborazo (UNACH), la herramienta utilizada para captar esta información tanto de hojas como de flores fue un espectroradiómetro, el cual permite medir la intensidad cuantitativa o absoluta de diferentes longitudes de onda del espectro electromagnético.

Se realizó un muestreo aleatorio simple mismo que fue llevado a cabo por miembros de las instituciones antes mencionadas, las ubicaciones donde se hizo la toma de datos fueron las ciudades de Colta y Quito, en tres diferentes etapas fenológicas de la planta que son: inicio de floración (Colta 1), madurez fisiológica y comercial (Colta 2) y grano lechoso (Quito), en dichos lugares se encontraba una gran variedad de combinaciones genéticas realizadas por el Instituto Nacional de Investigaciones Agropecuarias (INIAP), en donde los objetos de estudio se encontraban dentro de un grupo de cultivos denominados Líneas (LQ) y Maizales (MQ), en el cual se eligió 3 especímenes en cada una de las edades de la quinua.

El análisis de datos funcionales en sus siglas del inglés (FDA) es una de las grandes ramas de la estadística, que analiza datos que brindan información de curvas, superficies o cualquier variable que este en un continuo, esta suele ser definida mediante el tiempo, pero también puede ser la ubicación espacial, longitud de onda, probabilidad, entre otras. Existen características en las observaciones que se aprecian mejor mediante un gráfico en el que se comparan las variables de interés y que permiten comparar que sucede con cada una de estas a lo largo del tiempo.

Debido a que el FDA es una excelente herramienta como se detalló, se utilizó para realizar un análisis exploratorio de los datos obtenidos, estos fueron suavizados mediante *B-splines* para reducir el sesgo obteniendo así curvas limpias para su posterior análisis exploratorio y descriptivo, mismo que permitió conocer el comportamiento de la reflectancia de quinua en cada una de sus etapas fenológicas realizando también comparaciones entre cada una de estas para así conocer si el factor edad de la planta influye en el porcentaje observado del espectro electromagnético estudiado.

## **ANTECEDENTES**

El análisis de datos funcionales es muy utilizado en varios campos de la ciencia, entre ellos el estudio de diferentes vegetaciones y plantas, ya que la FDA permite un excelente manejo de señales digitales, como es el caso de Madurapperuma et al. (2014, p.526) quien considero que es necesario comprender las propiedades espectrales de las hojas de las plantas es útil en la detección de variación de especies dentro de un género, entre géneros y entre familias, por lo cual, comparo

la reflectancia en muestras de 20 árboles y sus resultados mostraron que los espectros para las especies de hojas de agujas eran claramente distinguibles.

La estadística funcional y su análisis permite manejar las señales digitales tomadas mediante herramientas de teledetección, otro estudio que es importante conocer es el de cómo afectan las plagas en los vegetales según Zhan et al. (2009, p.100) la detección del estado sanitario de las plantas es un paso importante para controlar las enfermedades y el estrés causado por los insectos en los cultivos agrícolas. Por lo que realizo un estudio aplicando técnicas de análisis de redes neuronales y componentes principales para discriminar y clasificar diferentes niveles de infección fúngica en panículas de arroz, para ello se utilizó la reflectancia de 4 niveles de infección en donde se destaca que tanto la forma y el color de las panículas del arroz reflejaban diferentes niveles de infección y de clorofila, así como también su nivel de estrés traducéndose como su estado sanitario.

El análisis de señales digitales tales como la reflectancia espectral son muy utilizados para determinar el nivel de concentración de una vegetación específica, como los bosques en cierta área geográfica también el nivel de vegetación existente en el mar, ríos o lagunas como las algas, las cuales según Fairouz et al. (2013, p.14) estas presentan una singularidad y especialidad de su propia respuesta del espectro electromagnético en verde y rojo. Por lo que se asume que esta vegetación es más abundante debido a la exposición del sol.

La calidad del tratamiento estadístico de datos es muy importante dentro de la sociedad y por esto se busca mejorar los métodos ya conocidos por tal motivo Escudero Villa (2016) implemento modelos funciones para el tratamiento de datos de RSG en la provincia de Chimborazo con la finalidad de encontrar patrones dentro de su comportamiento por medio del estudio exploratorio funcional, ACPF para conocer sus fuentes de variación, y el ANOVA funcional que permitió conocer características comunes significativas en intervalos mensuales en las diferentes estaciones y entre estaciones.

En un estudio sobre el crecimiento del lino cultivado realizado por Bazzaz y Harper (2001, p.2) sugirieron que las plantas enteras se tratan como poblaciones de módulos y argumentan que el crecimiento de las plantas puede examinarse utilizando métodos análogos a los empleados en los estudios sobre el crecimiento de poblaciones de organismos, de esta forma es posible la descomposición del fenómeno crudo del "crecimiento" en los componentes necesarios para una interpretación de las respuestas ambientales a un nivel más sofisticado utilizando tablas de vida y otras técnicas demográficas que utilizando el análisis de crecimiento clásico.

Los autores Galarza Morales y Vera Alcívar (2013, p.8) realizaron un estudio sobre el efecto de recubrimientos revestibles de almidón en características físico-químicas de papayas durante las dos primeras semanas del período de maduración postcosecha en donde lograron determinar mediante un análisis de varianza funcional (FANOVA) la efectividad de dichos recubrimientos al reducir significativamente la pérdida de peso, retardo en la maduración, aumento de pH manteniendo su dureza y conservando su tono natural del fruto.

Con la finalidad de facilitar la comprensión de las curvas diarias de radiación solar global (RSG) en ocho estaciones meteorológicas (Aloa, Cumandá, EsPOCH, Multitud, Quimiag, San Juan, Tunshi y Urbina) ubicadas en el Ecuador provincia de Chimborazo, Escudero y Haro (2017, p.42) realizaron un suavizado de curvas mediante B-spline de 334 días definidas por siete nodos con espacios iguales; logrando reducir la variabilidad de su comportamiento, así como también se determinó su comportamiento.

El problema más frecuente que presentan las estaciones meteorológicas ubicadas en el Ecuador provincia de Chimborazo es la pérdida de información causado por la falta de mantenimiento permanente debido a su ubicación, es por esto Haro Rivera y Escudero Villa (2017, p.63) con la finalidad de determinar el método con mayor ajuste a la información recopilada de velocidad de viento analizaron la interpolación de datos faltantes mediante B-spline cúbico y mínimos cuadrados en donde se encontró diferencias significativas en la interpolación por *splines* cuando el número de faltantes se incrementa al inicio y final de la base de datos, mientras que en el segundo método solo cuando los datos faltantes se encuentran dispersos.

La metodología funcional se puede complementar por otras ciencias o herramientas es así como Checa Gamarra y Escudero Villa (2020, p.17) realizó un análisis geoestadístico de datos funcionales de la temperatura del aire tomados en cuatro zonas de cultivo de quinua mediante las 11 estaciones meteorológicas monitoreadas por el GEAA en el Ecuador provincia de Chimborazo durante el periodo 2014-2017, con el objetivo de estimar la variable objeto de estudio en los sitios no muestreados, los resultados obtenidos se compararon con la información descargada de la NASA dando la suma de cuadrados del error de 355.13, 1878.12, 1465.88 y 765.05 para cada zona respectivamente.

La radiación infrarroja, fue descubierta por Friedric Wilhelm Herschel en 1800, en un comienzo se utilizó sensores cercanos en 1964 en donde se estudió la cantidad de humedad en los cereales, a partir de ahí sus aplicaciones son para determinar humedad, gras, proteínas, materia seca y cantidad de solidos solubles. Esta también se utilizó para la aplicación de nitrógeno en los cereales, debido a que este es muy importante en la producción además también por la alta correlación con su precio y producción. (Botero Herrera, 2009, p.12)

El análisis de datos funcionales por sus siglas ADF se ha convertido en una herramienta muy útil para el análisis de datos dentro de la Estadística misma que se ha impulsado y desarrollado día tras día, Giraldo (2016, p.132) tomó firmas espectrales de palma de aceite en las cuales se realizó un proceso de suavizado por *B-Splines* para convertir la información puntual en curvas funcionales de reflectancia, luego realizó un análisis descriptivo y exploratorio funcional con la finalidad de identificar tendencias y variabilidad en las firmas espectrales, por lo cual, presento un modelo funcional para la predicción espacial adaptado a curvas correlacionadas

En la Universidad Nacional de Colombia-Bogotá, Giraldo y Delicado (2010, p.66) logró determinar mediante un estudio como el ADF se encuentra presente en una extensa gama de ciencias

ambientales, de las cuales se destacan la ecología, agricultura, meteorología, así como también el estudio de la contaminación, por lo cual, presentó un modelo funcional para la predicción espacial adaptado a curvas correlacionadas.

En el año 2008 para determinar el comportamiento y patrones de datos de monitoreo ambiental durante la mañana de las tasas de cambio y los ciclos de Ozono/ *NOx* Gao y Niemeier (2008, p.237) utilizaron metodología funcional debido a que esta es muy útil para analizar el comportamiento de este tipo de datos.

Con la ayuda de las estaciones meteorológicas del Grupo de Energías Alternativas y Ambiente (GEAA) ubicadas en la provincia de Chimborazo los autores Taguacundo Orta y Escudero Villa, (2019, p.7) realizaron un estudio de la radiación de 11 de estas estaciones con el objetivo de establecer directrices en el uso del ACPF y caracterizar esta variable.

En el año 2013 el Instituto Nacional de Investigaciones Agropecuarias (INIAP, 2013) afirmó la existencia de dos variedades de quinua mejoradas, llamadas Tunkahuan resultante del cruce de razas con bajo contenido de saponina permitiéndole adaptarse en cualquier lugar de la región sierra del Ecuador y Pata de venado misma que entra en etapa de cosecha a los 5 o 6 meses presentando un rendimiento medio por hectárea de 12000kg con un 17,45% de proteína.

La cobertura vegetal de una superficie está fuertemente relacionada con el estado nutricional de un cultivo y la captación de radiación, convirtiendo así a el análisis de la reflectancia como un indicador de esta. Por esto los autores De la Cruz, et al. (2011, p.259) realizaron experimentos analizando el crecimiento del pimiento, tomando muestras considerando dos bandas del infrarrojo cercano y tres bandas del espectro visible, para determinar el índice de área foliar se realizó tomas de imágenes digitales, mientras que para conocer la concentración de nitrógeno se tomó muestras vegetales de la planta en crecimiento, esto con el objetivo de poder ligar las firmas espectrales con los estudios realizados en el pimiento, obteniendo como resultado una correlación alta de 80% para las hojas con un déficit de nitrógeno total que está por debajo de tres.

A pesar de la variedad de cultivos existentes estos presentan una firma espectral típica, la cual se encuentra directamente relacionada con las características de la planta, como son la forma o estructura de esta, su fisiología o el tipo de tratamiento que se le da al cultivo. Por lo que se afirma que la huella espectral del cultivo está relacionada con la estructura de la hoja, porcentaje de humedad y a la presencia de pigmentos (Chuvieco Salinero, 2010, p.58).

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

### **Enunciado del problema**

La estadística funcional aplicada para la reflectancia se ha desarrollado muy poco en el monitoreo de cultivos andinos. A pesar de que la quinua es el único producto de exportación en la provincia

de Chimborazo el potencial que tiene el uso de estas herramientas como un paquete tecnológico en agricultura de precisión es inexistente.

### **Formulación (Incógnita)**

¿La estadística con datos funcionales permitirá caracterizar el comportamiento de la reflectancia de los cultivos de quinua en función de la edad de la planta?

### **JUSTIFICACIÓN**

La presente investigación tiene un impacto directo en el estudio de la quinua, ya que, esta al ser uno de los productos que su centro de producción ha persistido entre los campesinos a lo largo del Ecuador no cuenta con muchos recursos, por lo cual el Instituto Nacional de Investigaciones Agropecuarias (INIAP) trabaja en la creación de variedades mejoradas de la planta, por esto es importante conocer el comportamiento de estas y una forma de hacerlo es el análisis del porcentaje de reflectancia con la ayuda de la estadística funcional, ya que permite conocer varios aspectos de una vegetación con solo observar su gráfica como el tiempo de vida de la misma, un aspecto fundamental ya que se conocen 12 estados fenológicos y se desconoce si la variabilidad de la longitud de onda del espectro electromagnético es lo suficientemente grande como para realizar un muestreo que considere a la edad como variable.

### **OBJETIVOS**

#### **Objetivo General**

- Analizar el comportamiento de la reflectancia del cultivo de quinua mediante métodos estadísticos con datos funcionales en función de la edad.

#### **Objetivos Específicos**

- Identificar las zonas de cultivos de quinua y preparar la base de datos según los requerimientos del análisis.
- Identificar el comportamiento de la reflectancia de la quinua obtenido mediante el proceso experimental.
- Asociar el comportamiento de la reflectancia de la quinua a diferentes edades de la planta.

## CAPÍTULO I

### 1. MARCO TEÓRICO REFERENCIAL

#### 1.1. Bases conceptuales

##### 1.1.1. Estadística descriptiva funcional

El análisis descriptivo con datos funcionales está definido con los mismos criterios de medición que los del análisis descriptivo clásico, por lo tanto, se aplica por igual a los datos funcionales (Morales y Moral, 2009, p.22).

##### 1.1.1.1. Media funcional

Es el promedio puntual de las funciones por medio de repeticiones:

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i(t)$$

##### 1.1.1.2. Varianza funcional

Sea las funciones  $x_1(t), x_2(t), x_3, \dots, x_n(t)$  una muestra de la función aleatoria  $x(t)$ , en el intervalo  $[0, T]$ . La función de la varianza muestral de  $(t)$  se define como:

$$Var(x(t)) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [x_i(t) - \tilde{x}(t)]^2$$

##### 1.1.1.3. Covarianza funcional

La función de covarianza muestral de una función aleatoria  $x(t)$  que está dada entre  $t_1$  y  $t_2$  viene definida de la siguiente manera:

$$Var(x(t_1), x(t_2)) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i(t_1) - \tilde{x}(t_1)) (x_i(t_2) - \tilde{x}(t_2))$$

#### 1.1.1.4. Correlación funcional

La función de correlación muestral de una función aleatoria  $x(t)$  que está dada entre  $t_1$  y  $t_2$  viene definida de la siguiente manera:

$$Cor(x(t_1), x(t_2)) = \frac{cov_x(t_1, t_2)}{\sqrt{var_x(t_1)var_x(t_2)}}$$

#### 1.1.2. Validación cruzada

La validación cruzada es una técnica principalmente usada en la predicción para estimar la precisión de un modelo. Consiste en dividir la muestra en  $k$  grupos complementarios de datos, analizar un subgrupo (*training set*) y validar el análisis en el otro subgrupo (*test set*), por lo cual la función de aproximación solo se ajusta con el grupo *training set* y calcula los valores de salida para el grupo *test set*.

Para elegir el número de funciones base  $k$ , es necesario considerar que cuán mayor sea  $k$  mejor será el ajuste, sin embargo, corre el riesgo de ajustar el ruido, en cambio, en el caso de  $k$  demasiado bajo se puede estimar una función muy suave y que pierda características importantes. Existen varios métodos como la Validación Cruzada (VC) y Validación Cruzada Generalizada (VCG) (Checa Gamarra y Escudero Villa, 2020, p.35).

##### 1.1.2.1. Validación cruzada

$$VC(v) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{-i}^v)^2 w_i$$

##### 1.1.2.2. Validación cruzada generalizada

$$VCG(v) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{-i}^v)^2 w_i \Xi(v) \quad (15.1)$$

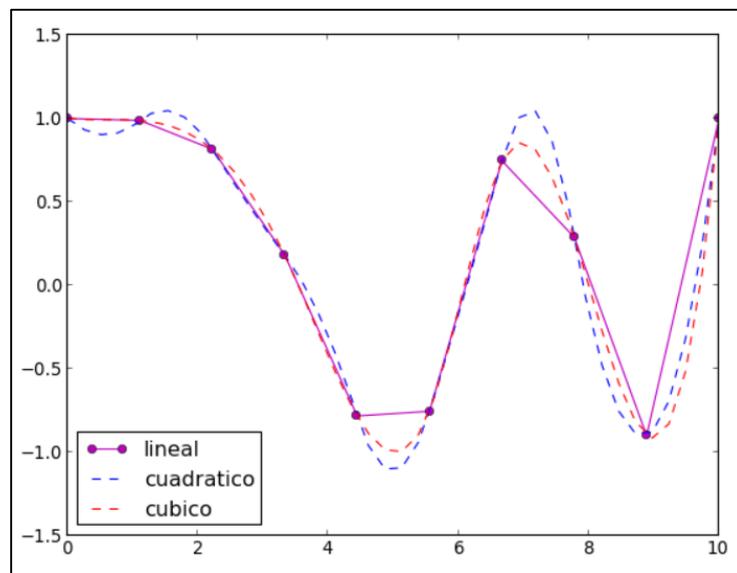
$$VCG(v) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{-i}^v)^2 w_i \Xi(v)$$

Donde  $\Xi(v)$  indica el tipo de función penalizadora (Febrero Bande y Oviedo de la Fuente, 2012, p.6).

### 1.1.3. Suavizado de B-Spline

Un B-spline son trozos de polinomios de grado  $p$  conectados entre sí para formar una curva continua, caracterizándose por no padecer de los efectos frontera a diferencia de otros métodos. Sus características son:

- Consiste en  $p + 1$  trozos de polinomios de orden  $p$  que se unen en  $p$  nodos internos.
- Las derivadas hasta el orden  $p - 1$  son continuos en los puntos de unión.
- *B-Splines* es positivo en el dominio expandido por  $p + 2$  nodos y cero en el resto.
- Salvo los extremos, se solapa con  $2p$  trozos nodos y cero en el resto.
- Para cada  $x$ , son no nulos  $p + 1$  *B-Splines*.



**Gráfico 1-1.** Suavizado de B-Splines ( $p=1,2$  y  $3$ )

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

La función que denota el valor del  $j$ -ésimo B-Spline de grado  $p$  en el punto  $t$  está dado por  $x(t) = \sum_{j=1}^n c_j B_j(t, p)$ . Estas bases se pueden ser calcular fácilmente y de forma numéricamente estable con el algoritmo de Boor, cuya fórmula recursiva se define de la siguiente manera:

$$B_{j,1} = \begin{cases} 1 & t_{j-2} \leq t \leq t_{j-1} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$R_{j,p+1}(t) = \frac{t - t_{j-2}}{t_{j+p-2} - t_{j-2}} R_{j,p}(t) + \frac{t_{j+p-1} - t}{t_{j+p-1} - t_{j-1}} R_{j+1,p}(t)$$

Con  $q=1,2, \dots$  ;  $j=-1,0, \dots$  ,  $s-p+4$  (Aguilera Morillo, 2009, pp.11-12).

#### 1.1.4. Remuestreo de bootstrap

El *bootstrap* como método fue conceptualizado y descrito sistemáticamente por Efron (1979); Efron y Tibshirani (1993), es un método general que permite cubrir diferentes objetivos de análisis de datos como la estimación de intervalos de confianza (IC) o el *Test* de significación estadística. En esencia, permite aproximar la distribución de muestreo de un estadístico y de sus propiedades creando un gran número de muestras con reposición de los datos observados (Ledesma, 2008, p.52).

#### 1.1.5. Análisis de componentes principales funcionales

El análisis de componentes principales con datos funcionales no es más que una extensión del clásico, mientras que las componentes principales se encontraban representadas por vectores en el ACP clásico, en este caso estas vienen representadas por funciones (Chavez, et al., 2015, p.16). La filosofía principal del análisis estadístico funcional es la creencia de que la mejor fuente de información es la función observada y no un arreglo de números. Se supone que detrás de los datos existe una relación funcional que los gobierna.

#### 1.1.6. ANOVA funcional

El Análisis de Varianza Funcional, más conocido como ANOVA funcional o FANOVA, consiste en el aprovechamiento de toda la información de la curva en lugar de recurrir a indicadores puntuales. Si cada dato funcional se puede representar como  $X_{ij}(t)$  con  $t \in [a, b]$ , siendo  $i$  el subíndice que indica el nivel del factor ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) y  $j$  el número de réplica ( $j = 1, 2, \dots, k$ ) (Escudero Villa, 2016, p.98).

$$K_i(s, t) = Cov(X_i(s), X_i(t))$$

$$K_i(s, t) = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{(X_{ij}(s) - \bar{X}_i(s))(X_{ij}(t) - \bar{X}_i(t))}{n_i - 1}$$

**Donde:**

$$\bar{X}_i(t) = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{X_{ij}(t)}{n_i}$$

## **1.2. Bases teóricas**

### **1.2.1. Quinoa**

La quinoa fue considerada por los incas como un alimento sagrado, mismos que la nombraron “semilla madre o fuente de vida” (Bernal B, 2015, p.1). Es una planta anual de tamaño variable, suele medir desde 1 metro hasta alrededor de 3,5 metros de altura, esto según los eco tipos y el medio donde se cultiven (Tapia, 2000, p.15), la coloración que presenta la semilla suele ser blanca, amarillenta a tonos rojos y negra. Este cultivo es afectado por plagas y enfermedades, ya sea en tallos, hojas, y granos almacenados, por tal motivo se midió el porcentaje de reflectancia puntual con el espectroradiómetro en las hojas y flores de cada planta.

### **1.2.2. Hojas**

Las hojas son de tipo lanceoladas, formadas por peciolo y lámina, en la parte inferior de la planta son grandes mientras que en la parte superior son pequeñas, dentadas y se encuentran cubierta de un polvo fino farináceo (Leiva et al., 2017, p.16). Las dimensiones van de 1 a 5 centímetros de ancho y de 3 a 11 centímetros de largo (Bernal B, 2015, p.2).

### **1.2.3. Flores**

Las flores llegan a ser hermafroditas (perfectas), pistiladas (femeninas) o androestériles (imperfectas), carecen de pétalos de dimensiones pequeñas y están agrupadas en glomérulos por lo que son sésiles o pediceladas (Mujica et al., 1992, p.33).

### **1.2.4. Crecimiento**

Hunt (1977, p.1); Radosevich y Holt (p.263) entre otros autores, definen el crecimiento como un incremento irreversible en el tamaño de las plantas el cual a menudo es acompañado por cambios en la forma. Mhor y Schopfer (1995, p.6) define que el crecimiento de los diferentes órganos de las plantas es un proceso fisiológico complejo, que depende directamente de la fotosíntesis, la respiración, elongación, división celular, diferenciación, entre otros, y está influenciada por factores como temperatura, intensidad de luz, densidad de población, calidad de la semilla, disponibilidad de agua y de nutrientes.

### ***1.2.5. Etapas fenológicas***

Como resultado de las condiciones ambientales de la planta de quinua presenta fases fenológicas bien marcadas debido a los cambios externos y visibles del proceso de desarrollo de la planta durante su crecimiento (Leiva et al., 2017, p.17).

Existe una fase vegetativa, una posterior reproductiva y una final de maduración. Dentro de estas se han descrito 12 estados fenológicos para la planta de quinua: emergencia, dos, tres, cuatro y seis hojas verdaderas, ramificación, inicio de panojamiento, panojamiento, inicio de floración, floración, grano lechoso, grano pastoso y madurez fisiológica (Veas et al., 2015, p.26).

### ***1.2.6. Espectroradiómetro***

Con la finalidad de crear un instrumento que brinde mejores características para la medición nace la fusión entre el radiómetro y espectrómetro, este permite medir la radiación de luz entrante, la reflectancia y su transmitancia en un rango espectral, es por esto que es posible medir la intensidad cuantitativa o absoluta de varias longitudes de onda de un espectro electromagnético, gracias a esto y a su portabilidad el espectroradiómetro es una excelente herramienta para la toma de datos funcionales en campo (Correa y Guanoluisa, 2010, p.3).

### ***1.2.7. Firmas espectrales***

Es la radiación que emana de una superficie, cada tipo de superficie interactúa de una forma diferente, por lo que, el estudio de la longitud de onda permite conocer el comportamiento espectral de cada una de estas superficies con la ayuda de las bandas espectrales, al contar con varias firmas espectrales y al ser analizadas en conjunto permite conocer en que bandas existe una mayor separabilidad (Carrillo, 2016, p.10).

### ***1.2.8. Funciones***

La utilización de funciones de variable real (por ejemplo, el tiempo) es cada vez más habitual en diferentes campos de las ciencias experimentales y sociales, desde la medicina, con electrocardiogramas o electroencefalogramas, a la economía, donde recogen la evolución de índices o activos, pasando por otros muchos como la meteorología o el tratamiento de imágenes (Noguerales, 2010, p.5).

### ***1.2.9. Dato funcional***

Los datos funcionales también conocidos como curvas comúnmente están compuestos por una muestra aleatoria de funciones independientes que toman valores reales,  $\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$  con  $t \in T$  (Wang et al., 2015, p.2).

### ***1.2.10. Variable funcional***

Cualquier objeto de estudio que sus observaciones varíe sobre un continuo se le conoce como dato funcional. En la práctica estas son tomadas mediante máquinas que recogen muestras de un determinado objeto de estudio en diferentes momentos de tiempo limitado por un intervalo definido (Noguerales, 2010, p.6).

### ***1.2.11. Análisis de datos funcionales***

Es el estudio estadístico de información que se encuentra en cualquier objeto de estudio que varía sobre un continuo, normalmente estas vienen en forma de curvas en las cuales se han reconocido bandas para poder explicar de una mejor manera el comportamiento de la variable funcional de interés (Noguerales, 2010, p.5).

## **CAPÍTULO II**

### **2. MARCO METODOLÓGICO**

#### **2.1. Tipo de investigación**

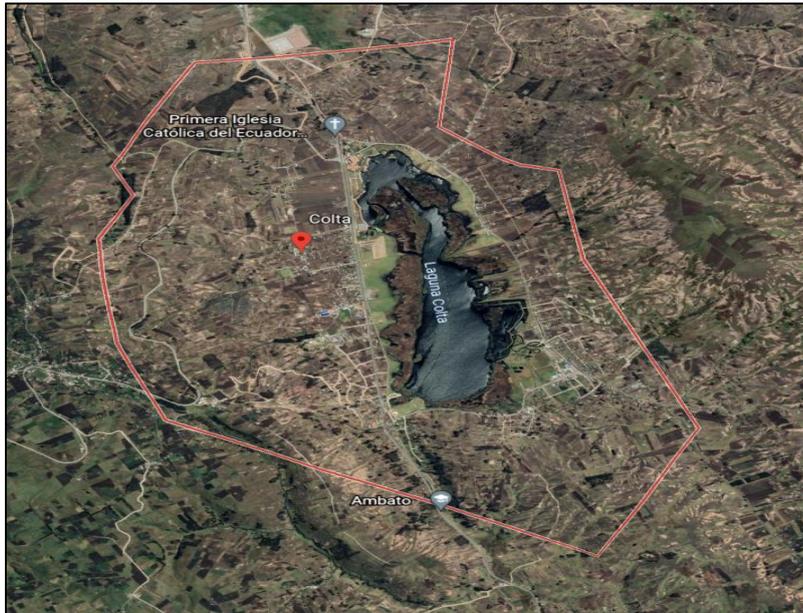
Por el método de investigación cuantitativa ya que se buscó conocer el comportamiento del valor de la reflectancia en el cultivo de quinua respecto a su edad, según el objetivo aplicada debido a que se buscó dar solución a un problema en la agricultura, según el nivel de profundización en el objeto de estudio explicativa, porque se quiso dar a conocer el su comportamiento en el cultivo de acuerdo a su edad, según la manipulación de variables es no experimental debido a que la matriz de información fue brindada por el GEAA, según el tipo de inferencia es inductiva ya que se buscó conocer cómo influye la variable en estudio en las plantas de quinua, según el periodo temporal es transversal ya que los datos fueron brindados por el GEAA en conjunto con el CEFA y la UNACH.

#### **2.2. Diseño de la investigación**

El trabajo de campo para la recolección de datos en los diferentes lugares fue realizado por el Grupo de Energías Alternativas y Ambiente (GEAA) en conjunto con el Comité Europeo para la Formación y la Agricultura (CEFA) y la Universidad Nacional de Chimborazo (UNACH), mismos que facilitaron toda esta información para poder realizar el estudio y análisis de esta investigación.

#### **2.3. Localización del Estudio**

Los datos de esta investigación provienen del cantón Colta de la provincia de Chimborazo y en el Instituto Nacional de Investigaciones Agropecuarias de Ecuador (INIAP) en el cantón Quito de la provincia de Pichincha en Ecuador.



**Figura 1-2.** Ubicación del cantón Colta de la Provincia de Chimborazo

Fuente: (Google Earth, 2021).



**Figura 2-2.** Ubicación de INIAP en el cantón Quito Provincia de Pichincha.

Fuente: (Google Earth, 2021).

#### 2.4. Población de estudio

Las plantas quinua y sus valores de reflectancia tomadas con el espectroradiómetro en cada uno de los cultivos en sus diferentes etapas fenológicas, las cuales se ubican en el cantón Colta de la Provincia de Chimborazo y en el cantón Quito de la Provincia de Pichincha.

## 2.5. Tamaño de la muestra

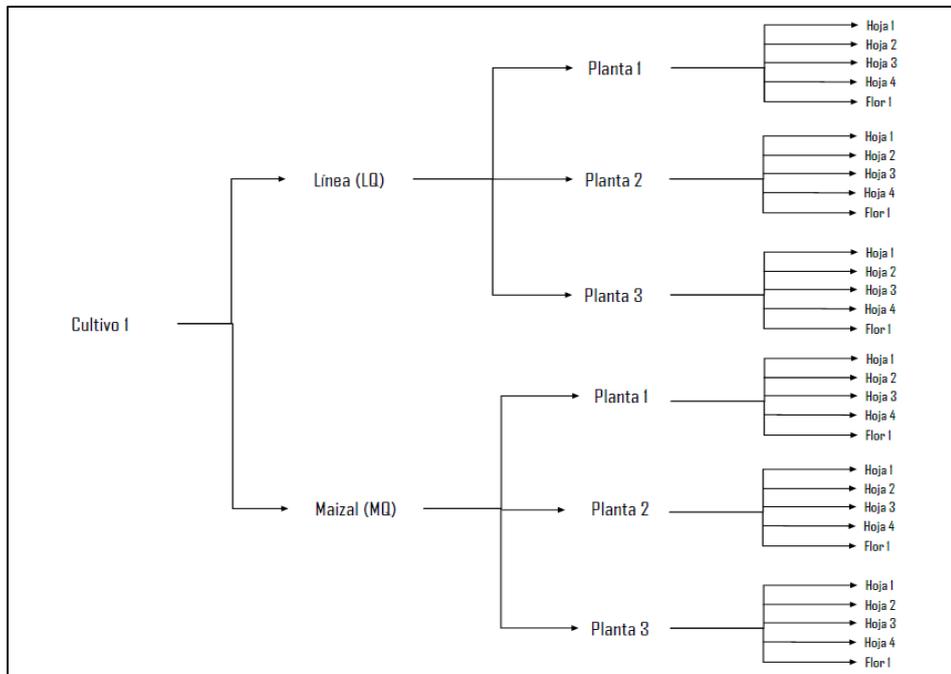
Se obtuvo la reflectancia de 33 muestras mismas que cuentan con diferentes características conseguidas mediante modificaciones genéticas o tratamientos de la planta, para esto se consideró los valores de cuatro hojas y una flor para cada una de las plantas estudiadas, para cada muestra se consideró 3 plantas pertenecientes a las líneas o maizales en cada uno de los lugares donde se encontraron los cultivos en sus diferentes etapas fenológicas.

## 2.6. Método de muestreo

Se realizó un muestreo aleatorio simple debido a la necesidad de obtener datos reflejen el comportamiento de la población.

## 2.7. Técnicas de recolección de datos

La técnica de recolección de información utilizada para esta investigación fue de una fuente secundaria, ya que los datos fueron proporcionados por el Grupo de investigación de Energías Alternativas y Ambientales (GEAA) de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH) en conjunto con el Comité Europeo para la formación y la Agricultura (CEFA) y la Universidad Nacional de Chimborazo (UNACH).



**Figura 3-2.** Esquema del muestreo general

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

Como se observa en la Figura 3-2 para la toma de datos se llevó dicho esquema para cada uno de los cultivos, considerando así en las Líneas (LQ) y Maizales(MQ) tres plantas de las cuales se tomó con la ayuda del espectroradiómetro el porcentaje de reflectancia que presentaron tres hojas y una flor. Este procedimiento se llevó a cabo en cada uno de los cultivos salvo ciertas excepciones en donde por causas externas no se pudo seguir dicho muestreo.

## 2.8. Modelo estadístico

La metodología estadística para datos funcionales y el software Rstudio fue la herramienta mediante la cual se realizó el análisis y comparación de la información, algunas de las técnicas utilizadas fueron las siguientes: Suavizado por *B-splines*, remuestreo de Bootstrap, media funcional, desviación funcional, limpieza de curvas atípicas, componentes principales y contrastes de hipótesis.

## 2.9. Operacionalización de las variables

A continuación, se muestra las variables que considera el espectroradiómetro.

**Tabla 1-2:** Operacionalización de las variables tomadas por el espectroradiómetro

Nombre de la variable	Descripción	Tipo de variable	Unidad de medida	Escala
Reflectancia	Es la fracción de radiación de un incidente reflejada por una superficie (hoja o flor) en función de la longitud de onda.	Cuantitativa	%	Razón

**Fuente:** (GEAA, 2021).

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

A continuación, se muestra las variables que considera el crecimiento de la planta.

**Tabla 2-2:** Operacionalización de variables respecto a la edad de la planta

Nombre de la variable	Descripción	Tipo de variable	Unidad de medida	Escala
Edad	Tiempo de vida de la planta de quinua considerando sus etapas fenológicas	Cuantitativa	Días	Razón

**Fuente:** (Weed Ecology, 2020).

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

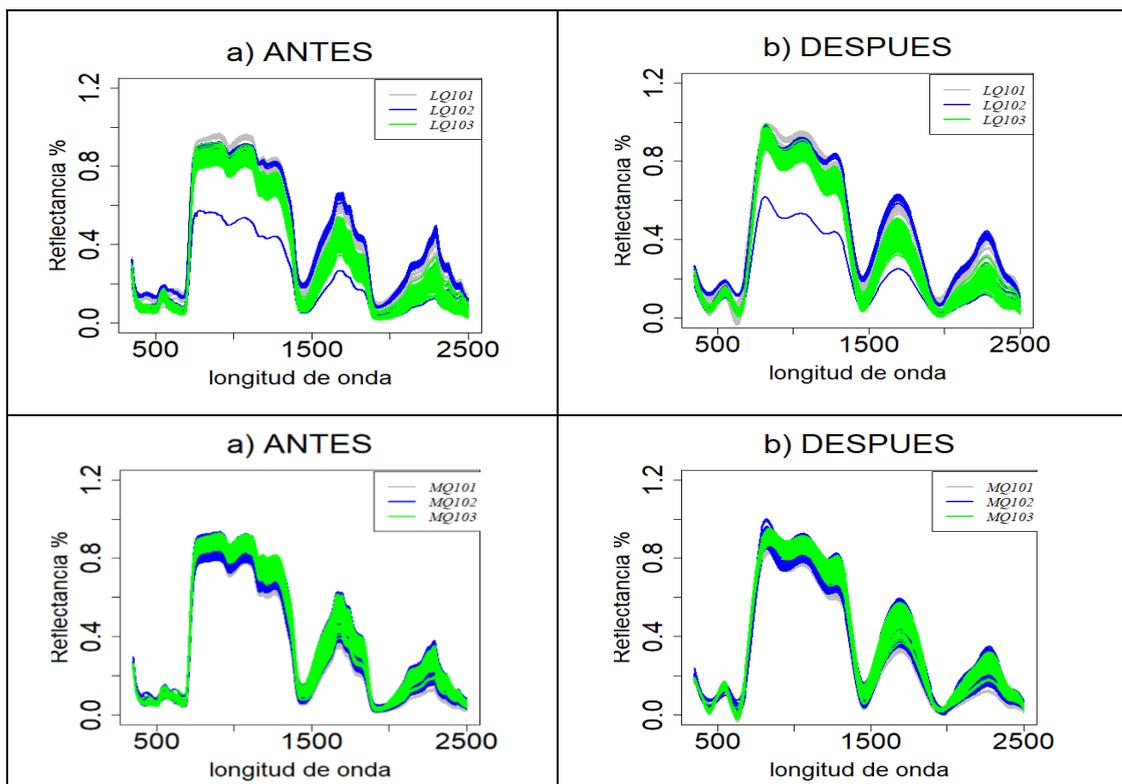
## CAPÍTULO III

### 3. RESULTADOS Y DISCUSION

Se utilizó la librería de R llamada “fda.usc” para transformar los valores discretos tomados con el espectroradiómetro de varias plantas en datos funcionales.

#### 3.1. Suavizado B-spline

Con la finalidad de reducir el ruido en los datos, así como también su sesgo en cada una de las muestras o tratamientos de la planta de quinua y representar de una mejor manera el porcentaje de reflectancia, se realizó un suavizado de B-spline utilizando el paquete antes mencionado de Rstudio mediante la función `optim.basis`, con el criterio de la validación cruzada como resultado se obtuvo un número de bases optimas funcionales de 23 a 25, al ser un valor impar en ambos casos potencia la optimización de las bases.

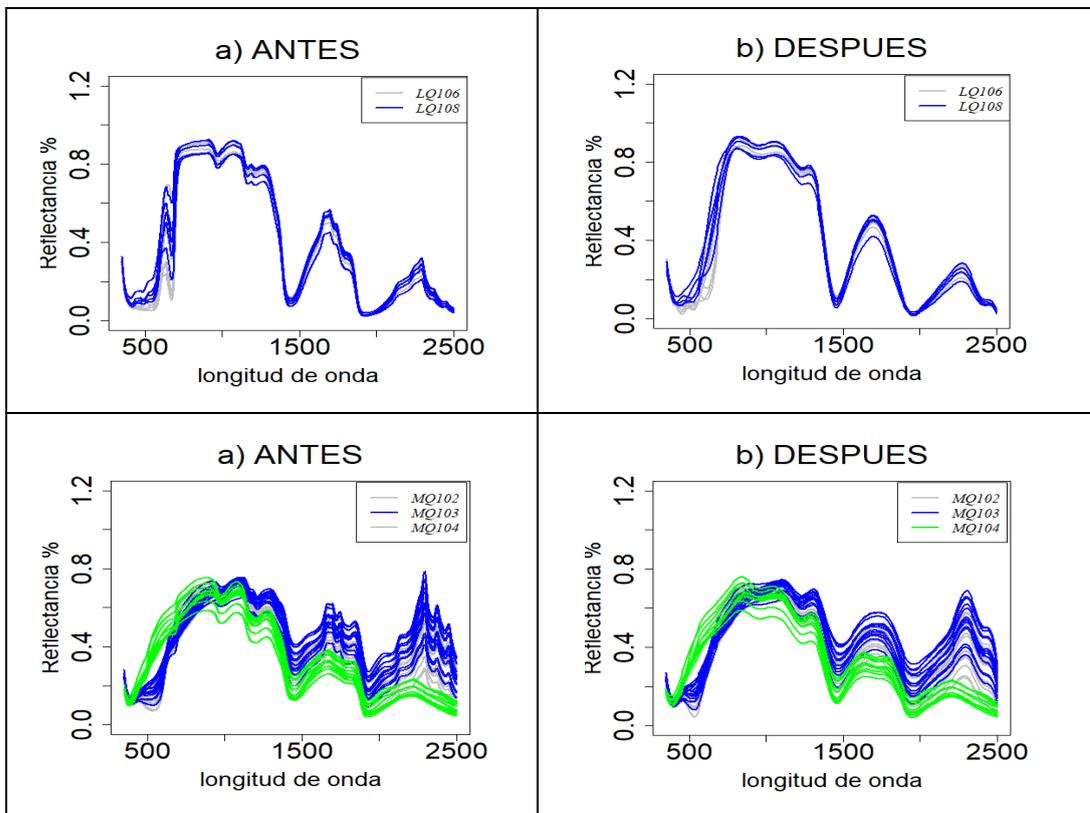


**Gráfico 1-3.** Suavizado de las hojas de Colta 1

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 1-3 se muestra el suavizado realizado en las hojas de Colta 1, en a se observa el comportamiento de la reflectancia con los datos en crudo mientras que, en b se visualiza cómo se

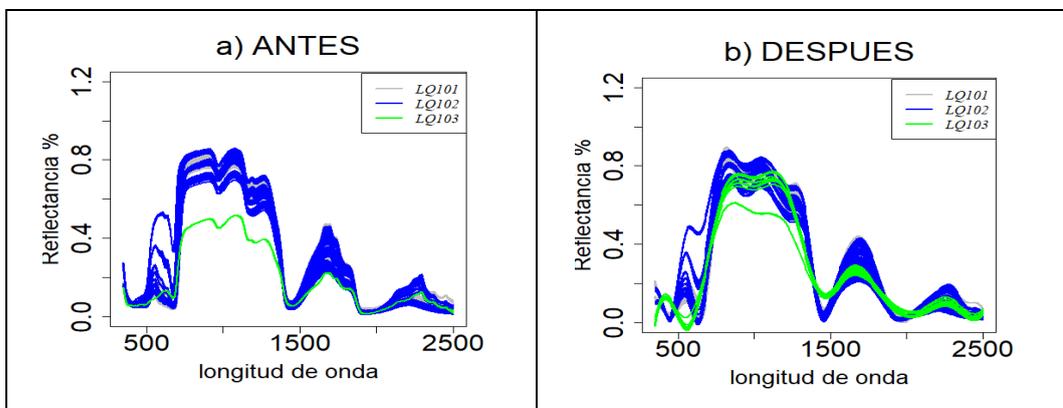
comporta una vez suavizados. En la parte superior para las líneas (LQ) y debajo los maizales (MQ) (se observa solo las tres primeras muestras en cada caso).

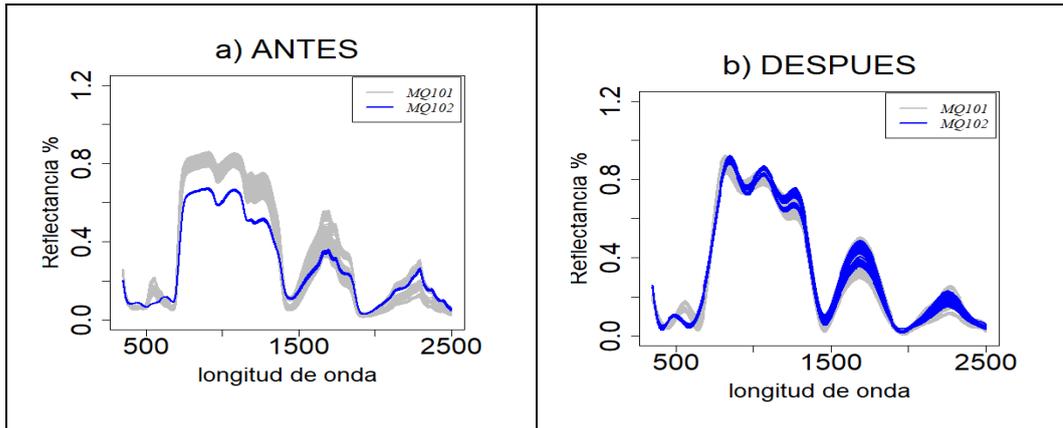


**Gráfico 2-3.** Suavizado de las hojas de Colta 2

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 2-3 se muestra el suavizado realizado en las hojas de Colta 2, en a se observa el comportamiento de la reflectancia con los datos en crudo mientras que, en b se visualiza cómo se comporta una vez suavizado. En la parte superior para las líneas (LQ) y debajo los maizales (MQ).

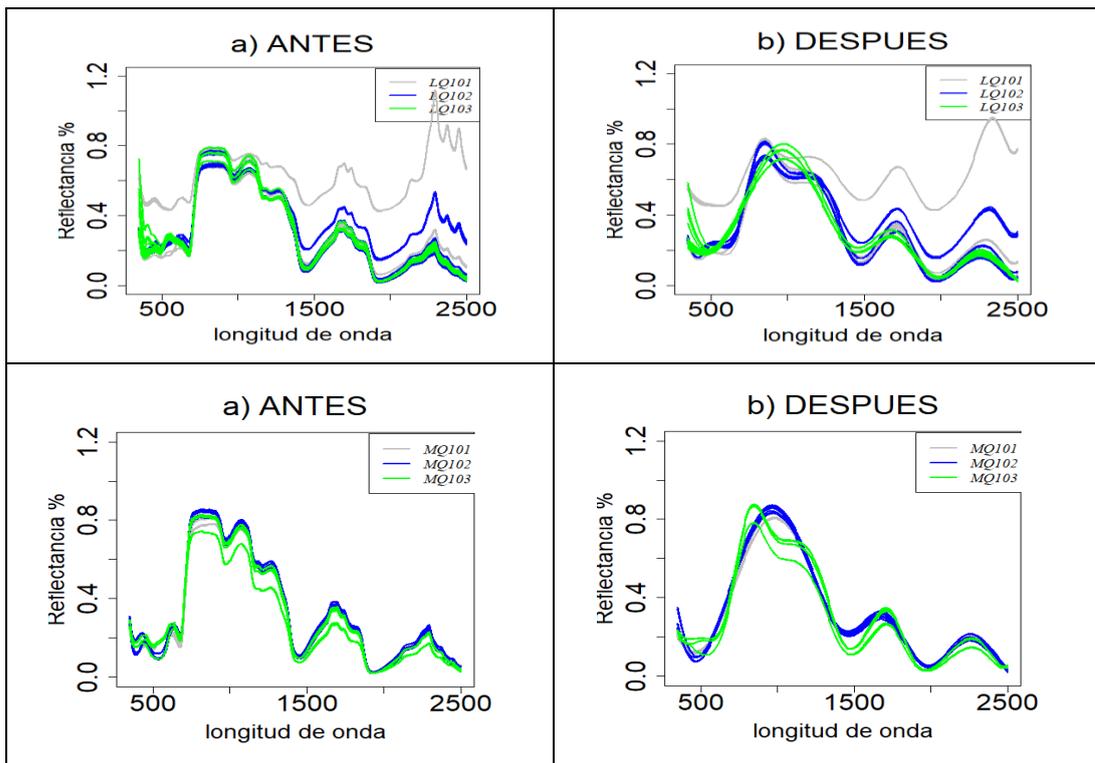




**Gráfico 3-3.** Suavizado de las hojas de INIAP Quito

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 3-3 se muestra el suavizado realizado en las hojas de INIAP Quito, en **a** se observa el comportamiento de la reflectancia con los datos en crudo mientras que, en **b** se visualiza cómo se comporta una vez suavizados. En la parte superior para las líneas (LQ) (se observa solo las tres primeras muestras) y debajo los maizales (MQ).

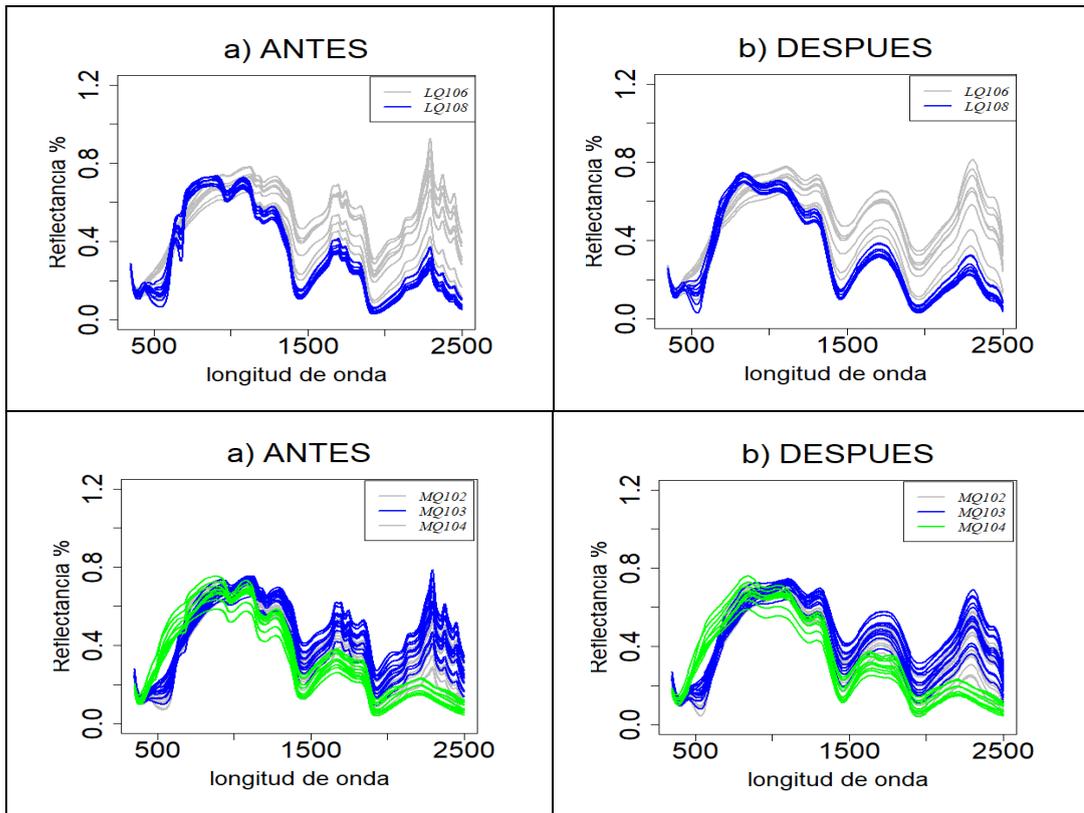


**Gráfico 4-3.** Suavizado de las flores de Colta 1

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 4-3 se muestra el suavizado realizado en las Flores de Colta 1, en **a** se observa el comportamiento de la reflectancia con los datos en crudo mientras que, en **b** se visualiza cómo se comporta una vez suavizados. En la parte superior para las líneas (LQ) y debajo los maizales

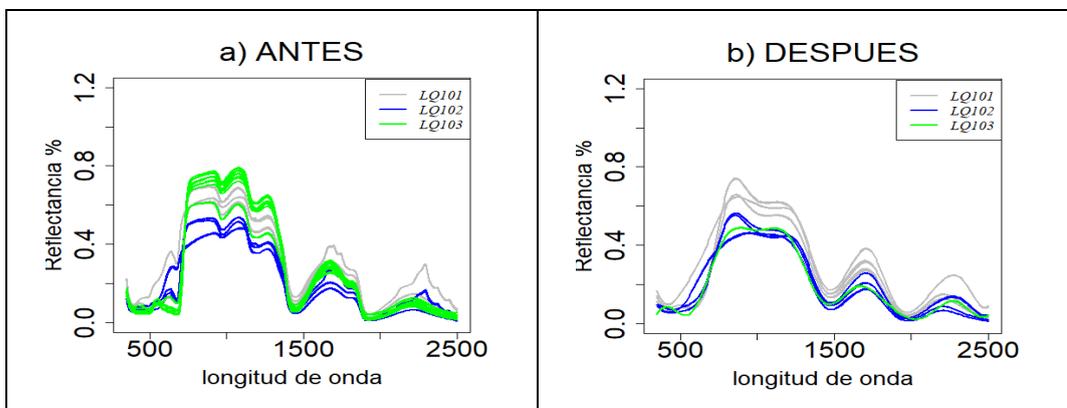
(MQ) (se observa solo las tres primeras muestras en cada caso).

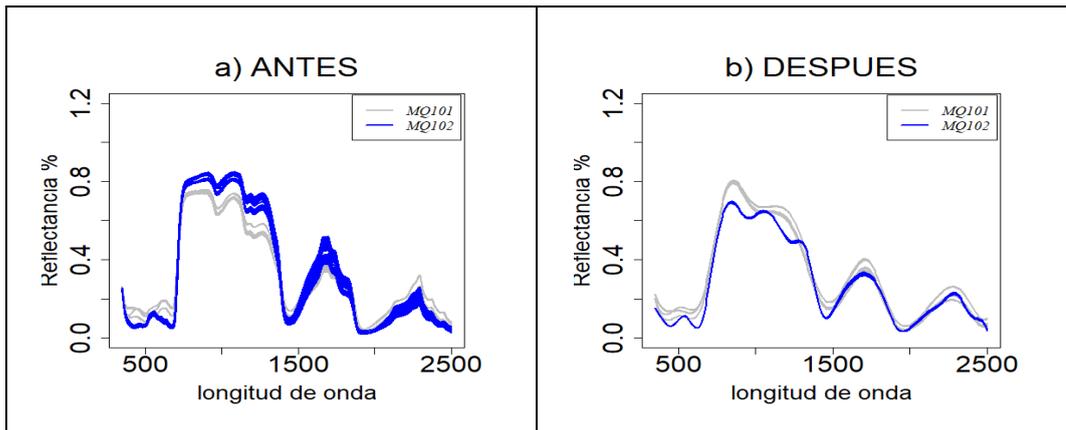


**Gráfico 5-3.** Suavizado de las flores de Colta 2

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 5-3 se muestra el suavizado realizado en las Flores de Colta 2, en a se observa el comportamiento de la reflectancia con los datos en crudo mientras que, en b se visualiza cómo se comporta una vez suavizados. En la parte superior para las líneas (LQ) y debajo los maizales (MQ).



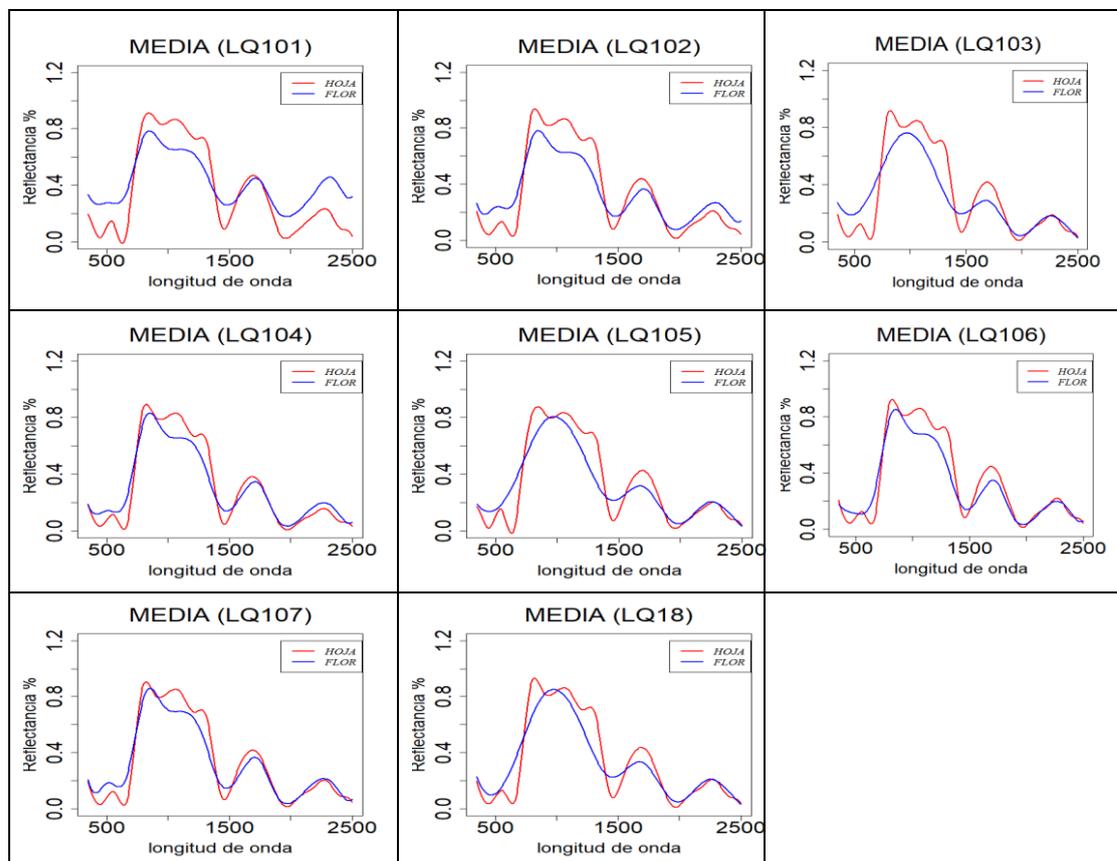


**Gráfico 6-3.** Suavizado de las flores de INIAP Quito

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 6-3 se muestra el suavizado realizado en las Flores de INIAP Quito, en a se observa el comportamiento de la reflectancia con los datos en crudo mientras que, en b se visualiza cómo se comporta una vez suavizados. En la parte superior para las líneas (LQ) (se observa solo las tres primeras muestras) y debajo los maizales (MQ).

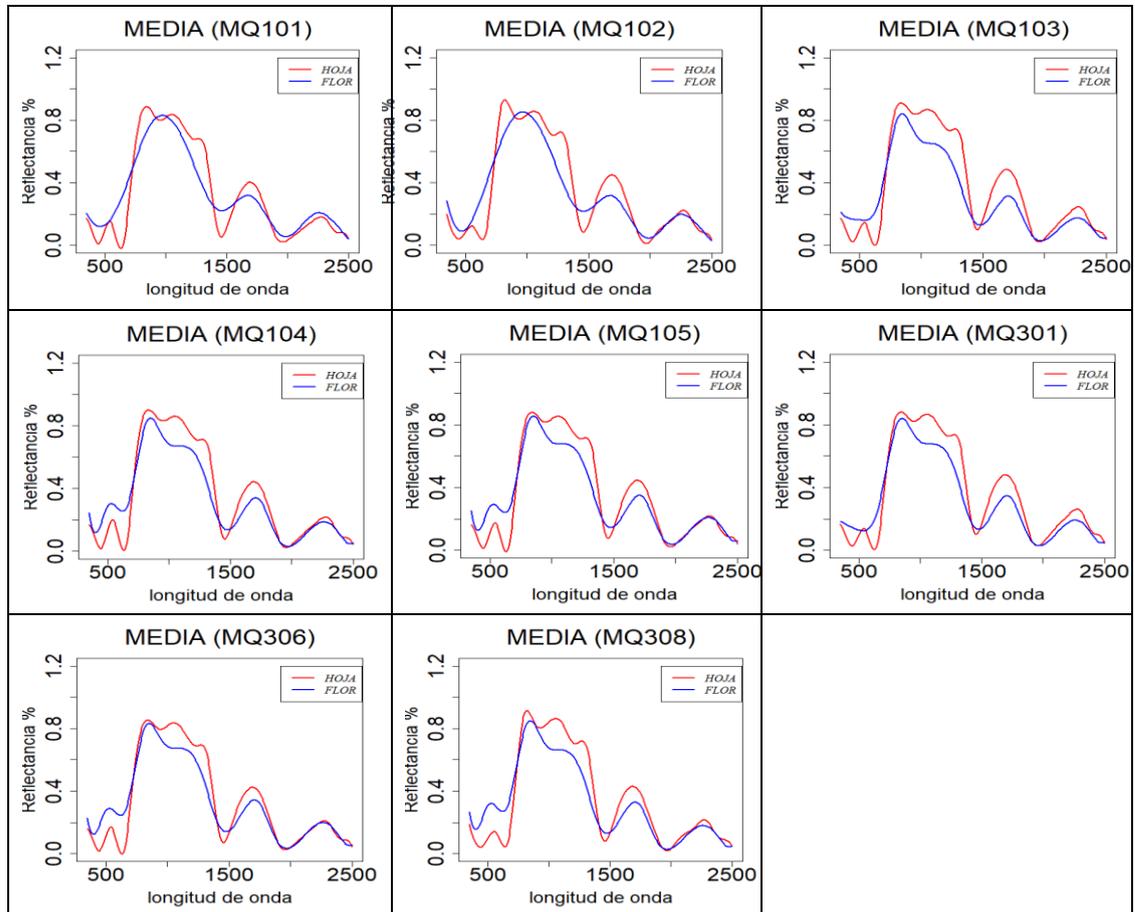
### 3.2. Estadísticas descriptivas funcionales



**Gráfico 7-3.** Media funcional de hojas y flores en las líneas de Colta 1

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

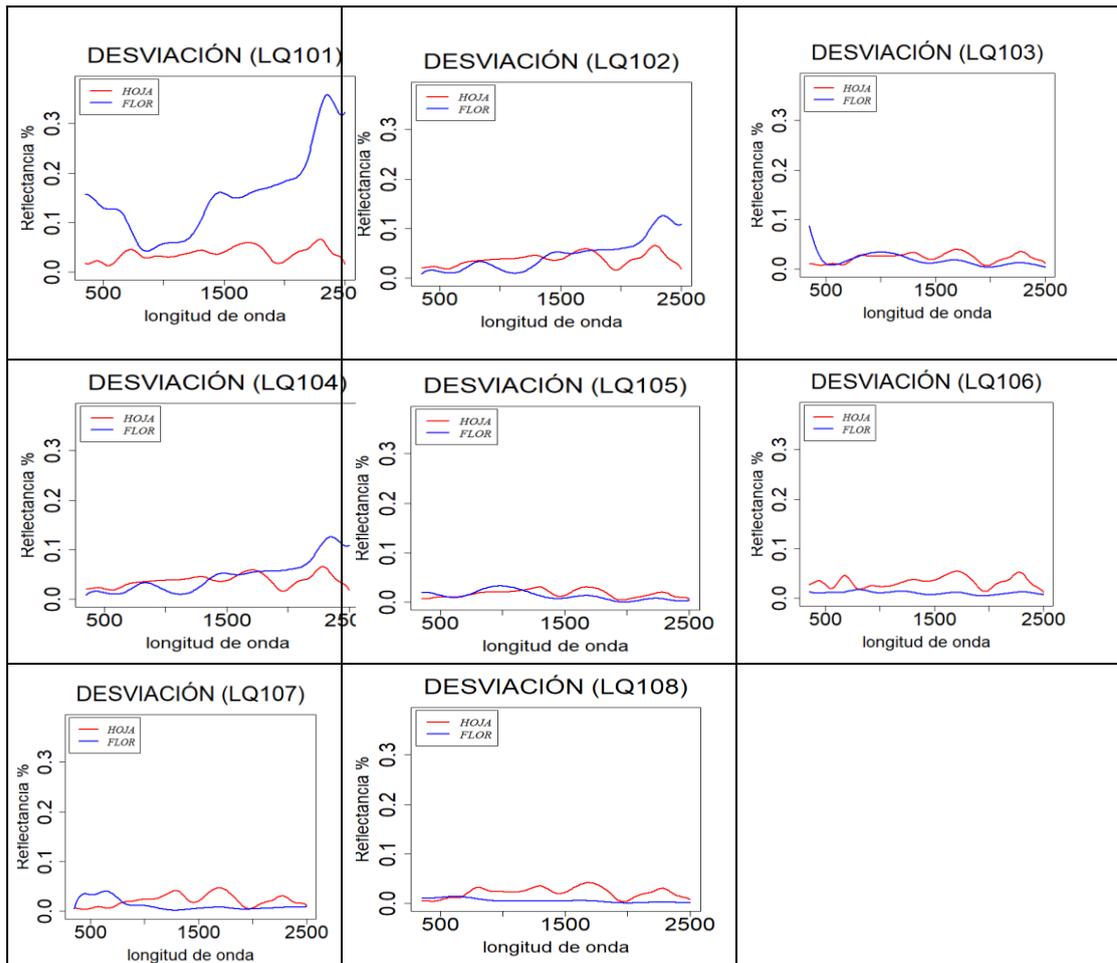
En el Gráfico 7-3 se observa la media funcional del porcentaje de reflectancia tomado de hojas y flores en las líneas (LQ) de Colta 1, se visualiza un pico entre el intervalo de las ondas de infrarrojo cercano (700 a 1300 nm), por lo cual, se afirma que el cultivo se encuentra saludable y en condiciones adecuadas para su estudio.



**Gráfico 8-3.** Media funcional de hojas y flores en maizales de Colta 1

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

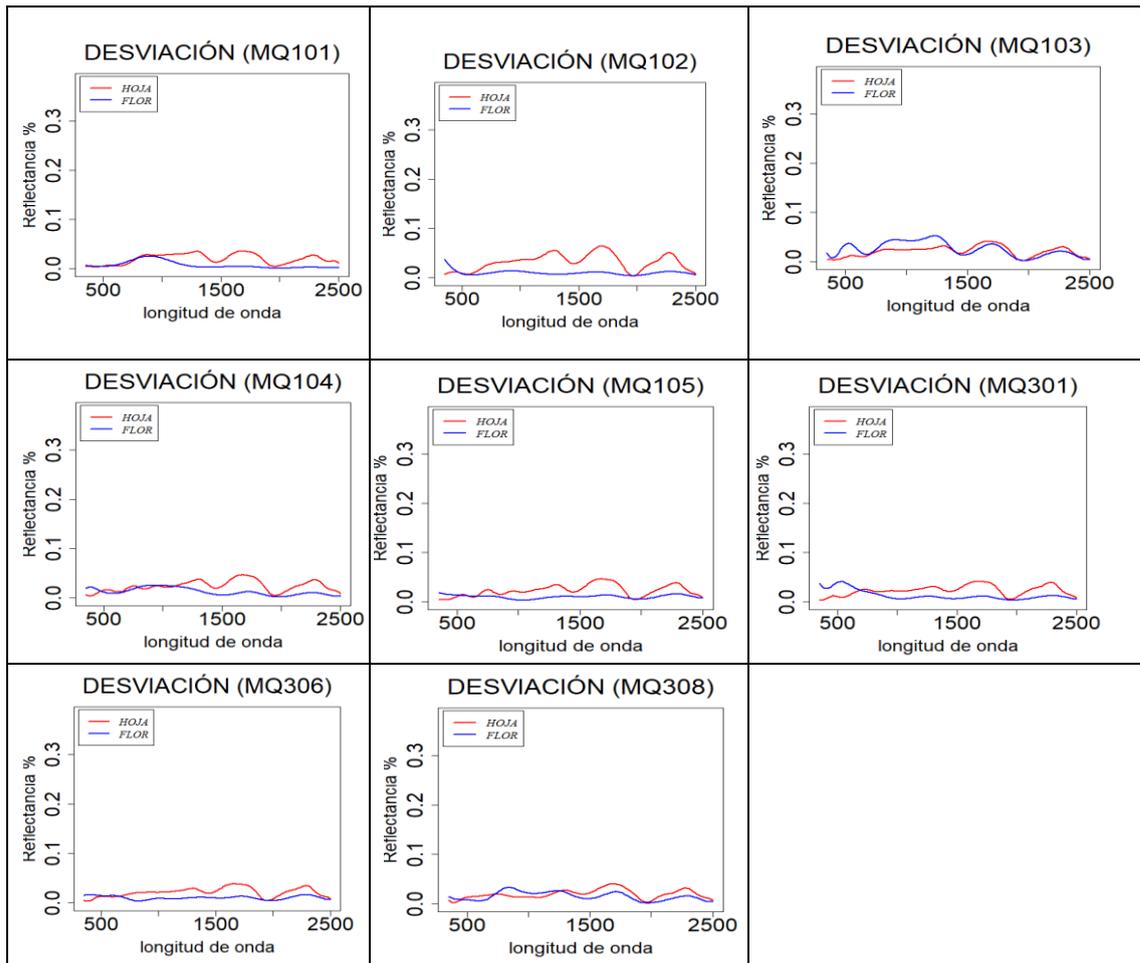
En el Gráfico 8-3 se observa la media funcional de porcentaje de reflectancia tomados de hojas y flores en maizales (MQ) de Colta 1, se visualiza un pico entre el intervalo de las ondas de infrarrojo cercano (700 a 1300 nm), por lo cual, se afirma que el cultivo se encuentra saludable y en condiciones adecuadas para su estudio.



**Gráfico 9-3.** Desviación funcional de hojas y flores en las líneas de Colta 1.

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

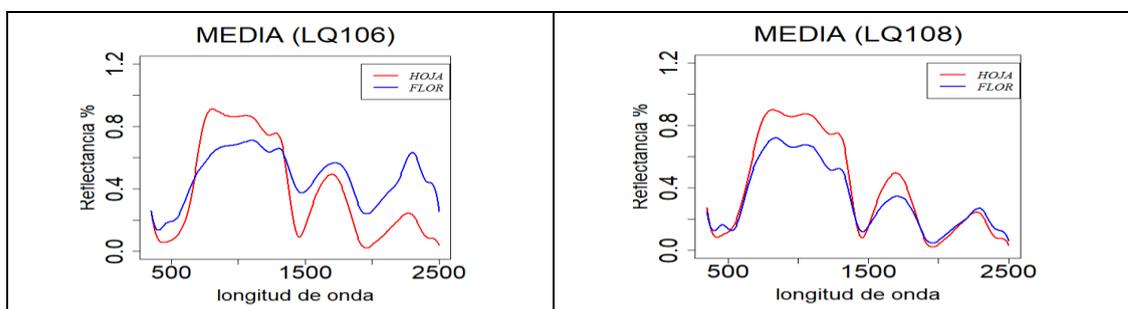
El Gráfico 9-3 indica la desviación funcional del porcentaje de reflectancia del cultivo de quinua tomado de hojas y flores de las líneas (LQ) en Colta 1, en donde se observa que LQ101, LQ102 y LQ104 son las que presentan mayor variabilidad con respecto a las demás.



**Gráfico 10-3.** Desviación funcional de hojas y flores en maizales de Colta 1

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 10-3 indica la desviación funcional del porcentaje de reflectancia del cultivo de quinua tomado de hojas y flores de maizales (MQ) en Colta 1, en donde se observa que todos los maizales (MQ) tienen una variabilidad aparentemente igual.

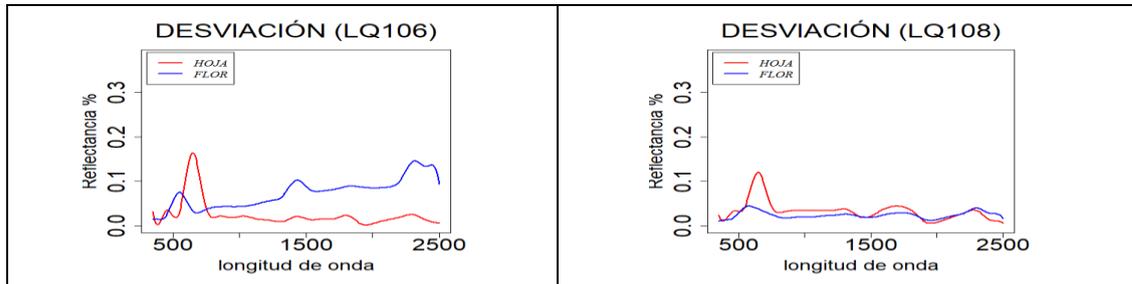


**Gráfico 11-3.** Media funcional de hojas y flores en las líneas de Colta 2

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 11-3 se observa la media funcional del porcentaje de reflectancia de la quinua de flores y hojas tomados de las líneas (LQ) de Colta 2, en donde se observa un pico entre el intervalo

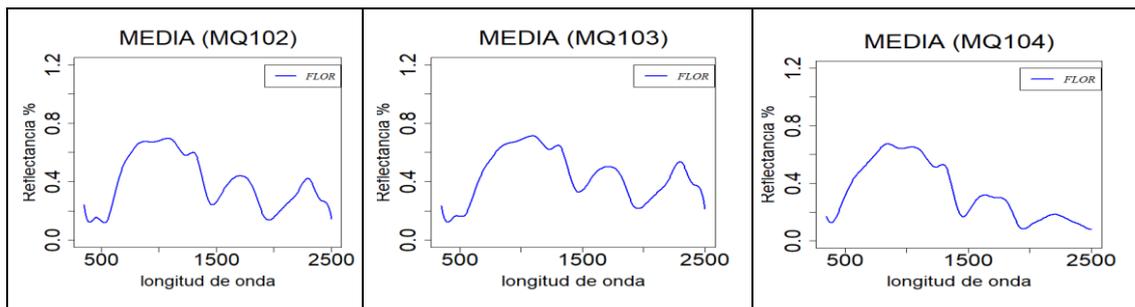
de las ondas de infrarrojo cercano (700 a 1300 nm), por lo cual, se afirma que el cultivo se encuentra saludable y en condiciones adecuadas para su estudio.



**Gráfico 12-3.** Desviación funcional de hojas y flores en las líneas de Colta 2

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

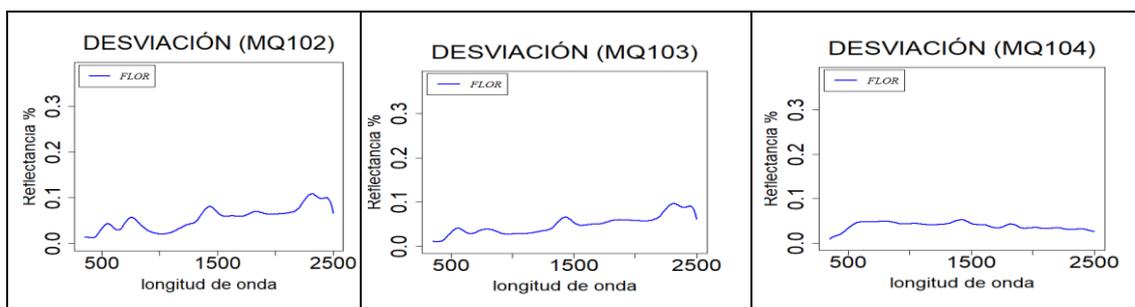
En el Gráfico 12-3 se muestra la desviación funcional del porcentaje de reflectancia de la quinua de flores y hojas de las líneas (LQ) tomados de Colta 2, en donde se observa que LQ106 presenta mayor variabilidad en las flores.



**Gráfico 13-3.** Media funcional de flores en maizales de Colta 2

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

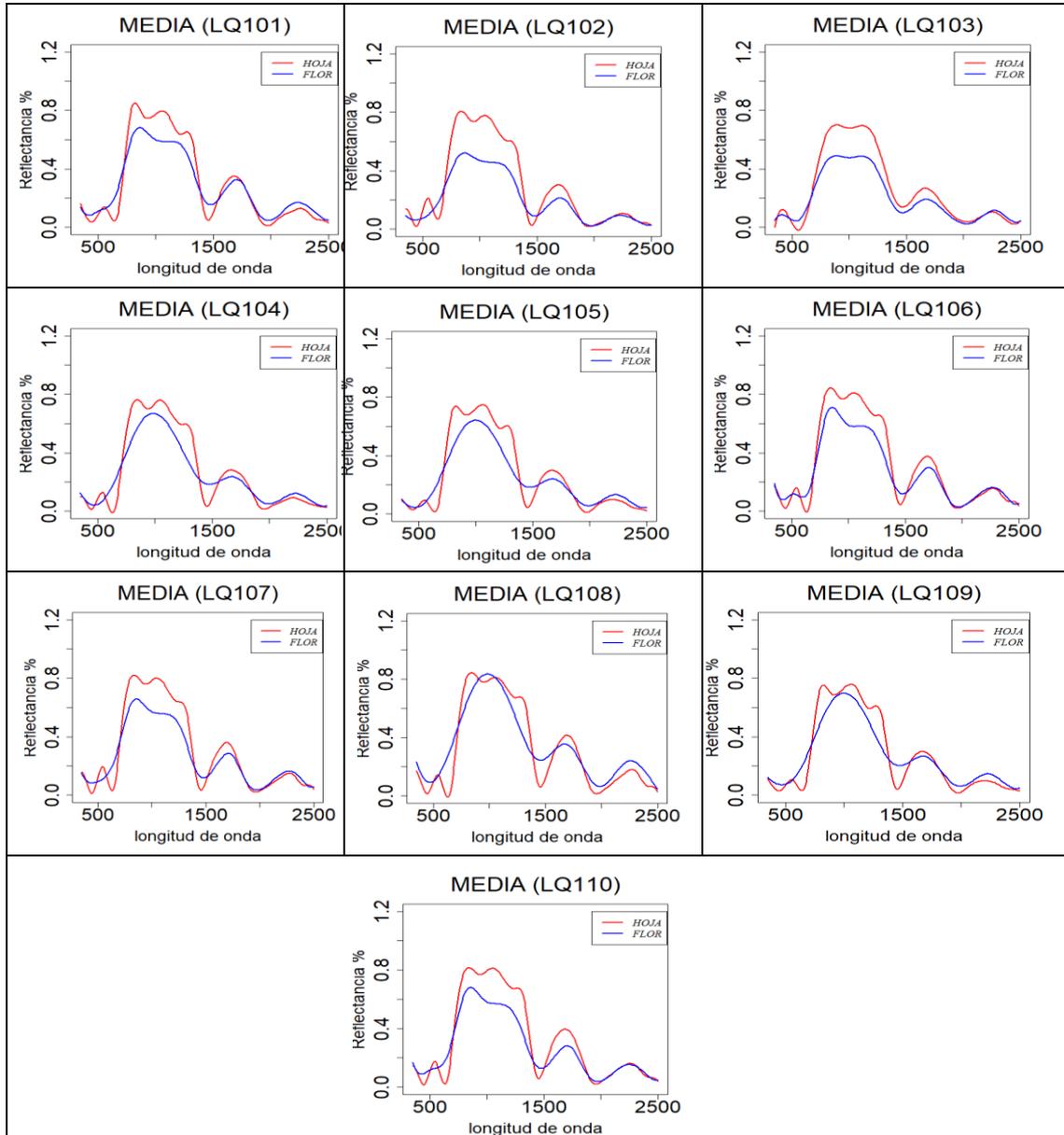
En el Gráfico 13-3 se observa la media funcional del porcentaje de reflectancia de la quinua de flores de los maizales (MQ) tomados de Colta 2, en donde se observa un pico entre el intervalo de las ondas de infrarrojo cercano (700 a 1300 nm), por lo cual, se afirma que el cultivo se encuentra saludable y en condiciones adecuadas para su estudio.



**Gráfico 14-3.** Desviación funcional de flores en maizales de Colta 2

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

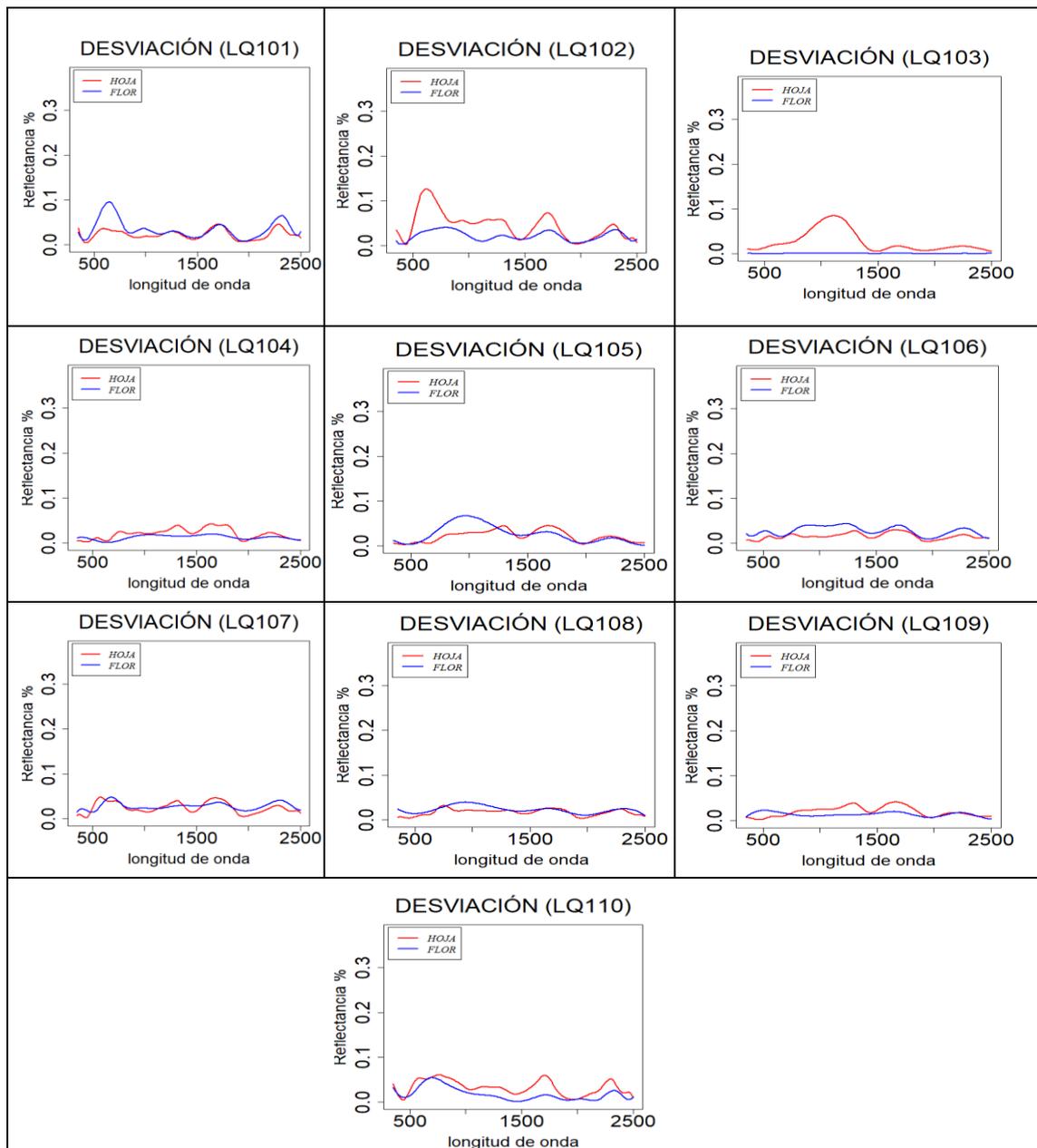
En el Gráfico 14-3 se muestra la desviación funcional del porcentaje de reflectancia de la planta de quinua de flores tomadas de los maizales (MQ) de Colta 2, en donde se observa que MQ102 aparentemente presenta mayor variabilidad.



**Gráfico 15-3.** Media funcional de hojas y flores en las líneas de INIAP Quito

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

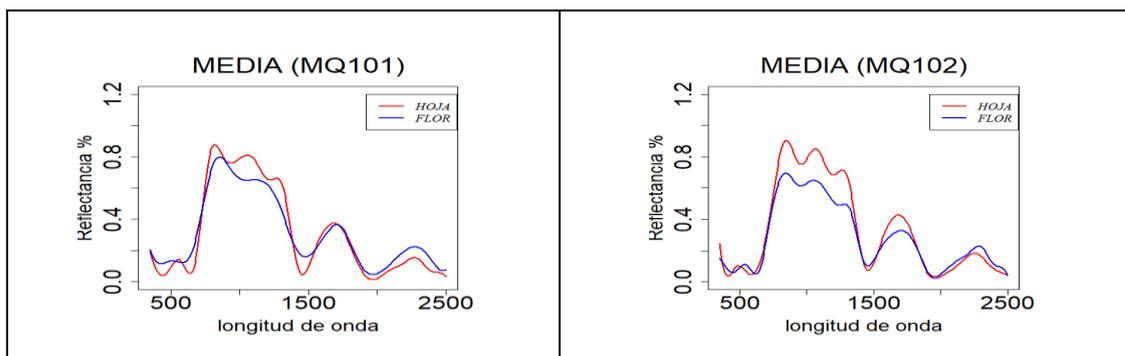
En el Gráfico 15-3 se observa la media funcional del porcentaje de reflectancia de la quinua en flores y hojas tomados de las líneas (LQ) de INIAP Quito, en donde se observa un pico entre el intervalo de las ondas de infrarrojo cercano (700 a 1300 nm), por lo cual, se afirma que el cultivo se encuentra saludable y en condiciones adecuadas para su estudio.



**Gráfico 16-3.** Desviación funcional de hojas y flores en las líneas de INIAP Quito

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

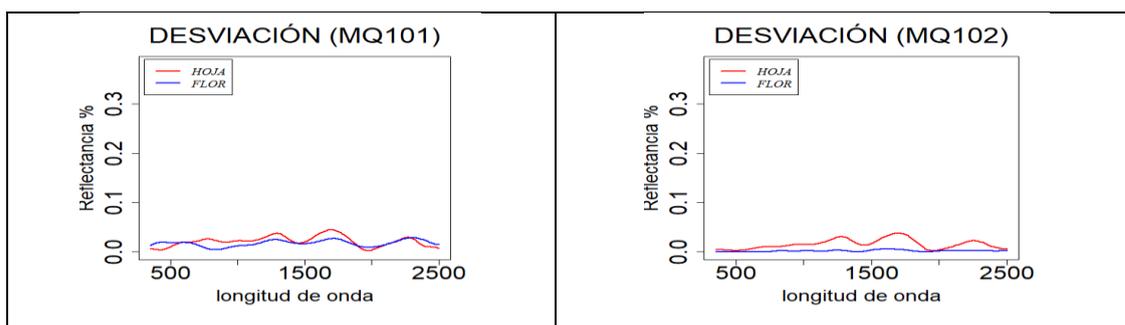
En el Gráfico 16-3 se observa la desviación funcional del porcentaje de reflectancia de la quinua en hojas y flores tomados de las líneas (LQ) de INIAP Quito, en donde se visualiza que LQ101, LQ102, LQ103 y LQ105 son las que presentan mayor variabilidad.



**Gráfico 17-3.** Media funcional de hojas y flores en maizales de INIAP Quito

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 17-3 se observa la media funcional del porcentaje de reflectancia de la quinua en hojas y flores tomados de los maizales (MQ) de INIAP Quito, en donde se observa un pico entre el intervalo de las ondas de infrarrojo cercano (700 a 1300 nm), por lo cual, se afirma que el cultivo se encuentra saludable y en condiciones adecuadas para su estudio.



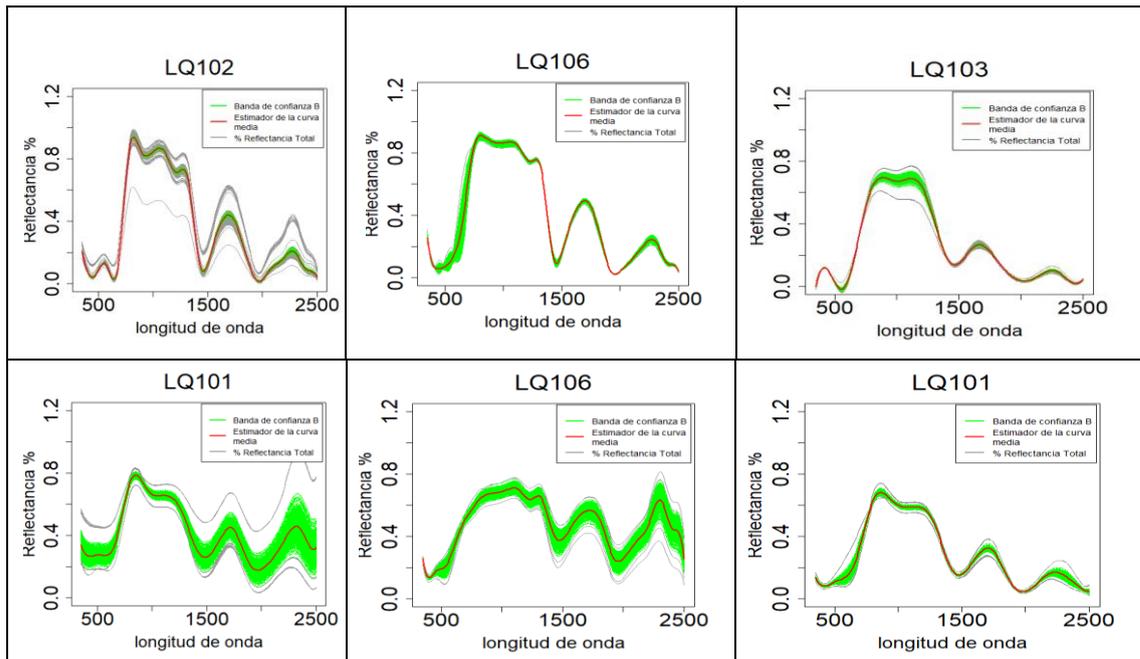
**Gráfico 18-3.** Desviación funcional de hojas y flores en maizales de INIAP Quito

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 18-3 se observa la desviación funcional del porcentaje de reflectancia de la quinua en hojas y flores tomados de maizales (MQ) de INIAP Quito, en donde se visualiza que MQ101 presenta mayor variabilidad.

### 3.3. Remuestreo de bootstrap

Utilizando la librería ya mencionada y con la ayuda de la función `fdata.bootstrap` se logró plasmar las curvas del porcentaje de reflectancia de la planta de quinua, su media funcional y banda de confianza de Bootstrap.



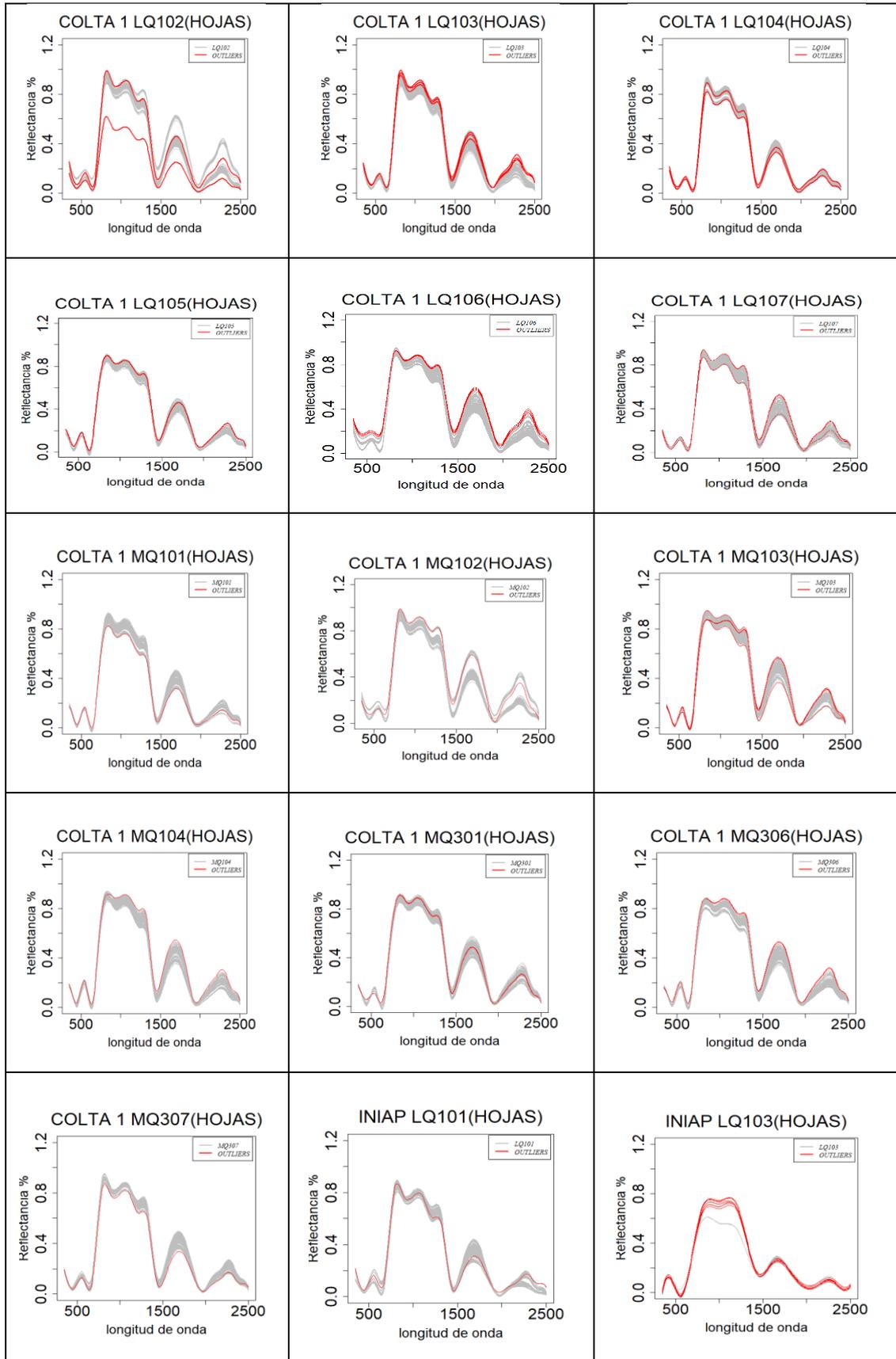
**Gráfico 19-3.** Bandas de Confianza más relevantes de hojas y flores

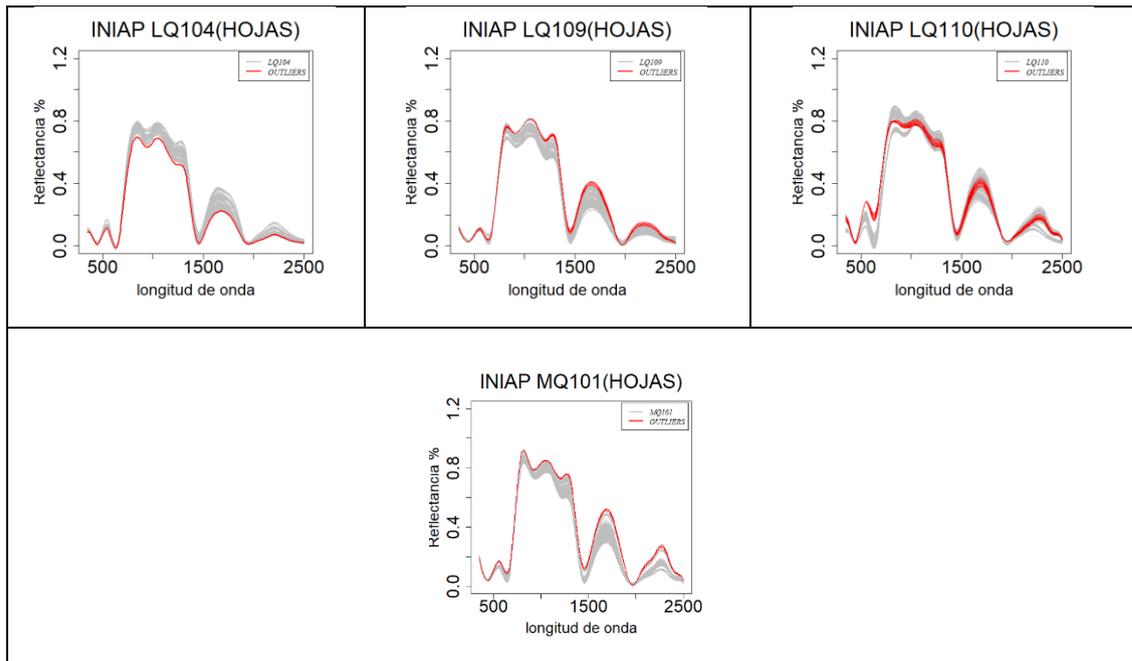
Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 19-3 visualiza la banda de confianza resultante del remuestreo de Bootstrap, se muestra solo las observaciones en donde existe mayor variabilidad en el ancho de banda ocasionados por curvas atípicas, en la parte superior se muestran los gráficos referentes a las hojas, debajo de estas las flores.

### 3.4. Detección de curvas atípicas

Se identificó que muestras tenían curvas atípicas mediante la función de nombre outliers.fdata, misma que es llamada con outliers.depth.trim de la librería fda.usc, con un número de remuestras de *Bootstrap* de 200 y un nivel de significancia del 0.05 se identificó las curvas atípicas para las hojas y flores de los tres cultivos.

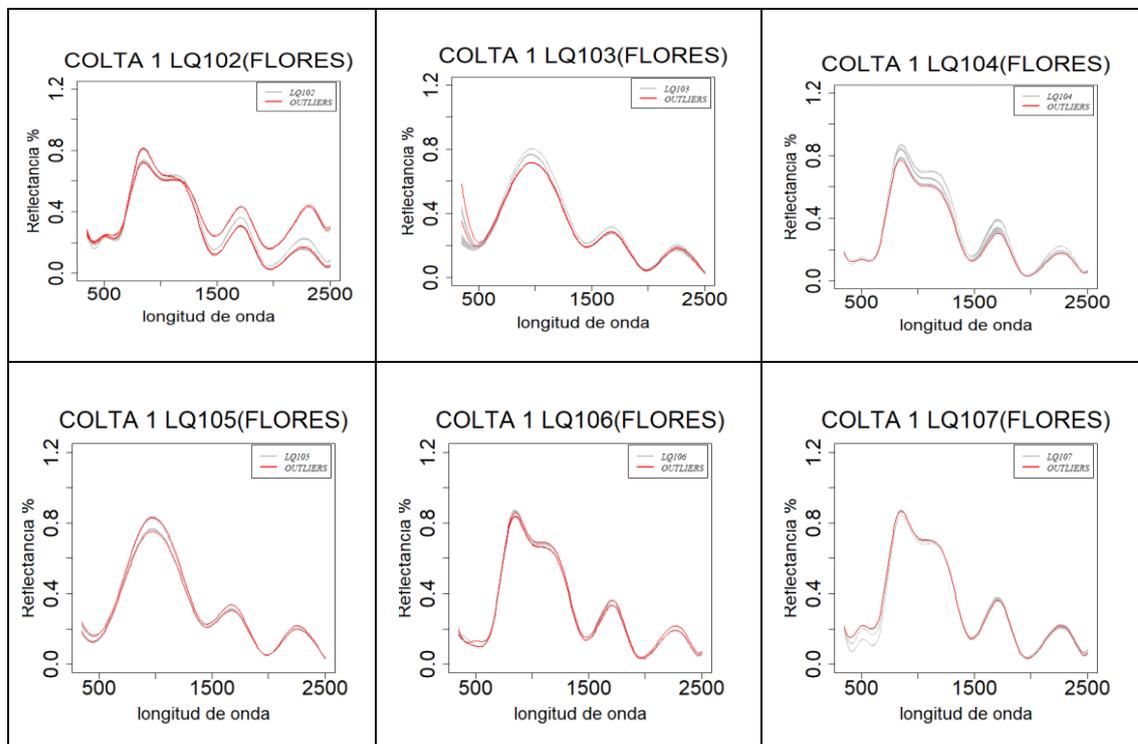


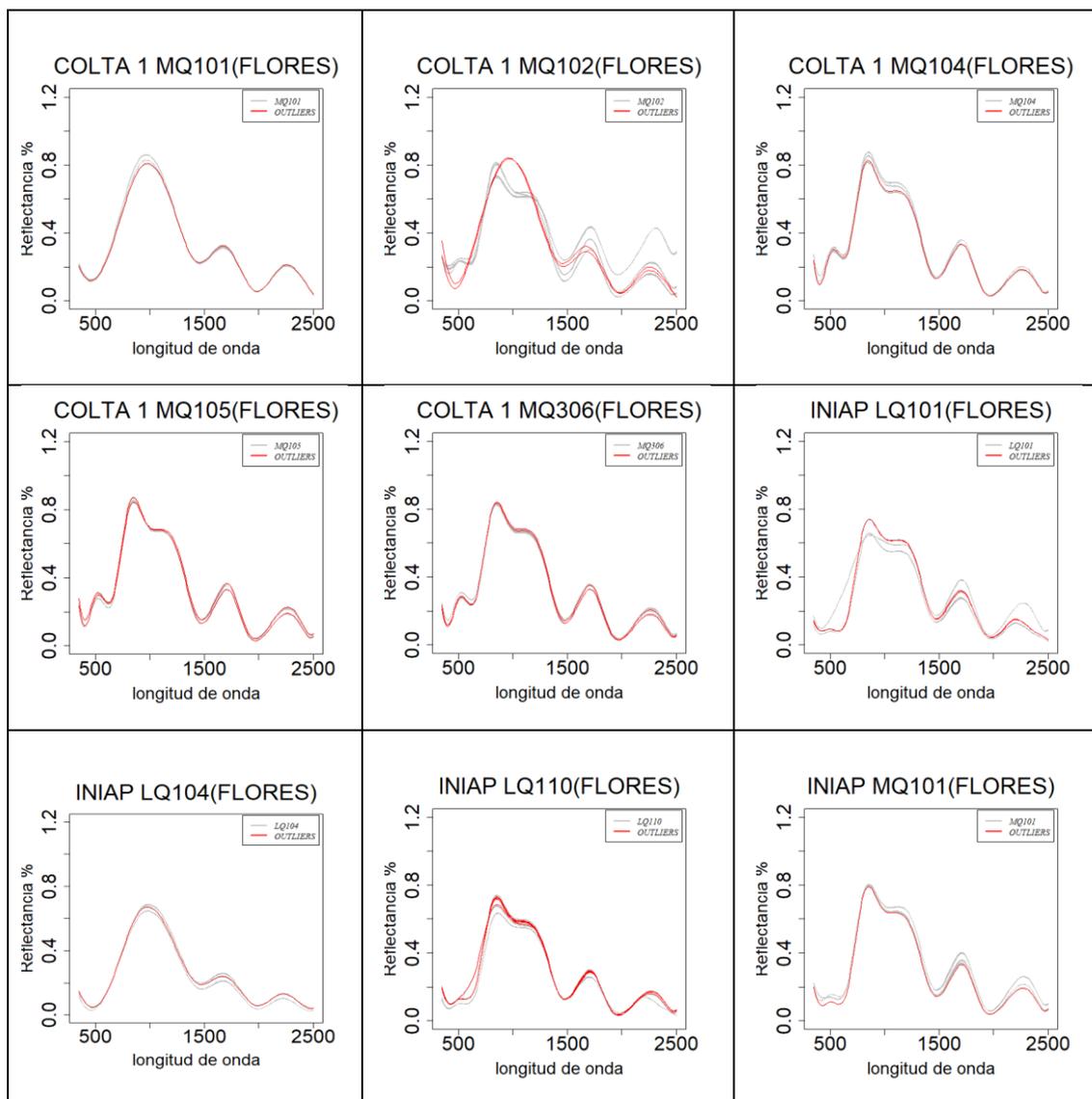


**Gráfico 20-3.** Curvas atípicas de hojas

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 20-3 se muestra las curvas atípicas detectadas en el porcentaje de reflectancia de las hojas de la quinua tanto para líneas (LQ) y maizales (MQ), de las 33 muestras tomadas 18 presentan outliers, los cuales fueron eliminados para continuar con los análisis.





**Gráfico 21-3.** Curvas atípicas de flores

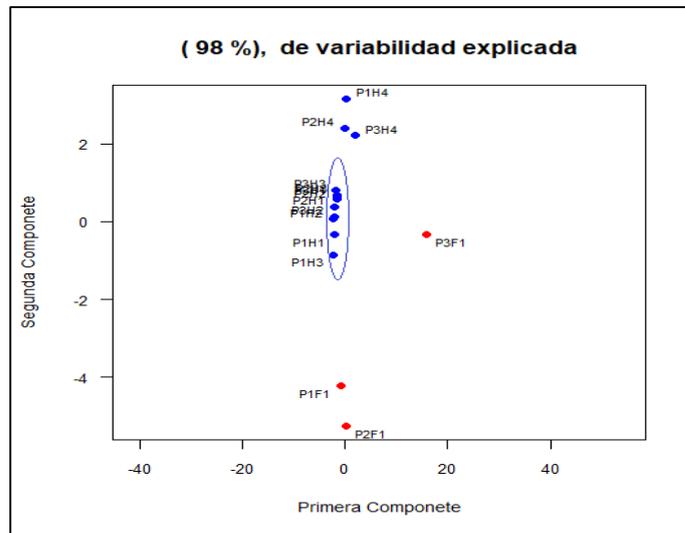
**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 21-3 se muestra las curvas atípicas detectadas en el porcentaje de reflectancia de las flores de la quinua tanto para líneas (LQ) y maizales (MQ), de las 33 muestras tomadas 15 presentan outliers, los cuales fueron eliminadas para continuar con los análisis.

### 3.5. Análisis de componentes principales funcionales

Con el objetivo de identificar cómo se comporta el porcentaje de reflectancia de la planta de la Quinua en cada una de las muestras, se realizó un análisis de componentes principales funcionales (ACPF) en el cual se busca encontrar similitudes o patrones entre cada una de las plantas muestreadas.

### 3.5.1. Muestra 1 (LQ101)

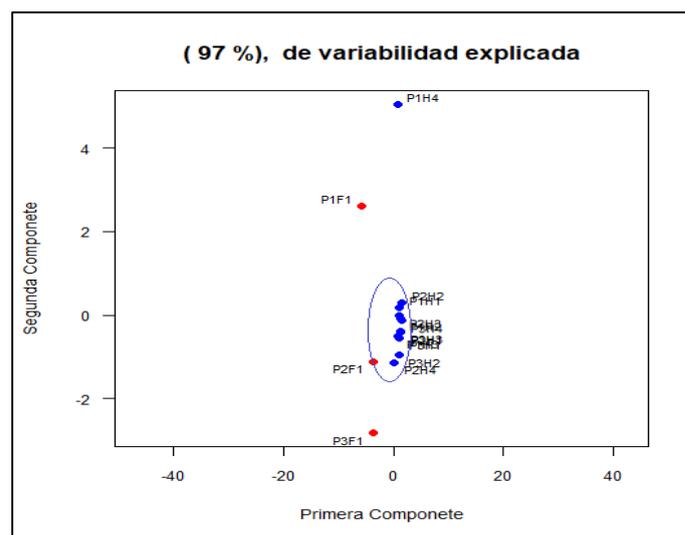


**Gráfico 22-3.** ACPF de la muestra 1

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 22-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la primera muestra (LQ101), con un 98% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue una gran agrupación de observaciones azules al presentar porcentajes de reflectancia similares; mientras que en las rojas solo se agrupan dos de estas.

### 3.5.2. Muestra 2 (LQ102)

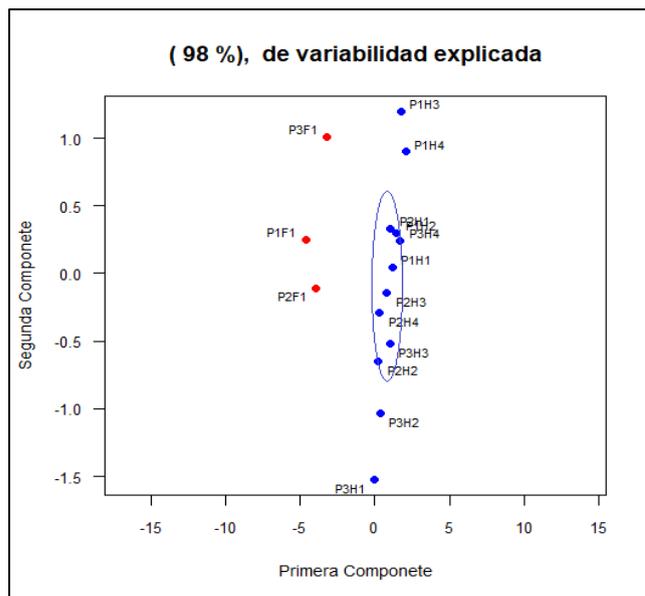


**Gráfico 23-3.** ACPF de la muestra 2

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 23-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la segunda muestra (LQ102), con un 97% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue una gran agrupación de observaciones azules colándose una flor al presentar porcentajes de reflectancia similares; mientras que las rojas se encuentran dispersas en el plano.

### 3.5.3. Muestra 3 (LQ103)

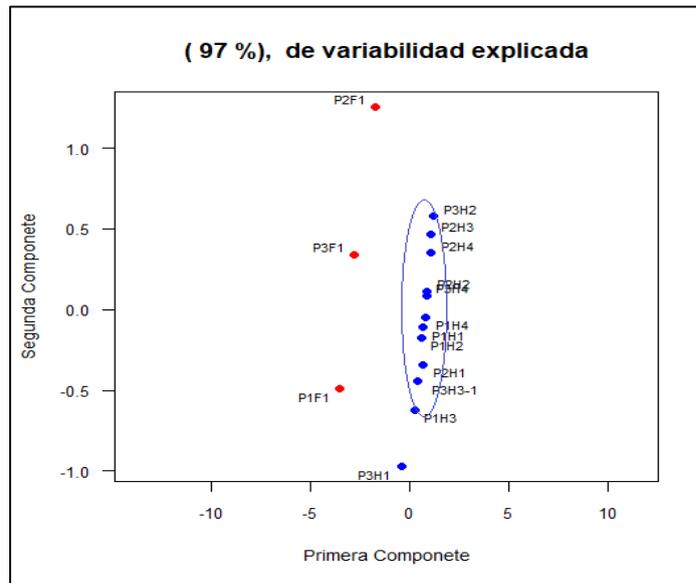


**Gráfico 24-3.** ACPF de la muestra 3

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 24-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la tercera muestra (LQ103), con un 98% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue una gran agrupación de observaciones azules al presentar porcentajes de reflectancia similares; mientras que las rojas se encuentran dispersas en el plano.

### 3.5.4. Muestra 4 (LQ104)

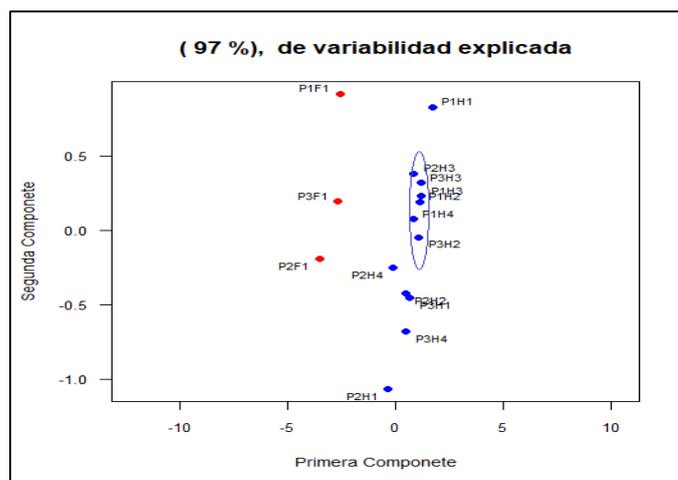


**Gráfico 25-3.** ACPF de la muestra 4

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 25-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la cuarta muestra (LQ104), con un 97% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue una gran agrupación de observaciones azules al presentar porcentajes de reflectancia similares, dejando fuera a tan solo una de ellas; mientras que las rojas se encuentran dispersas en el plano.

### 3.5.5. Muestra 5 (LQ105)

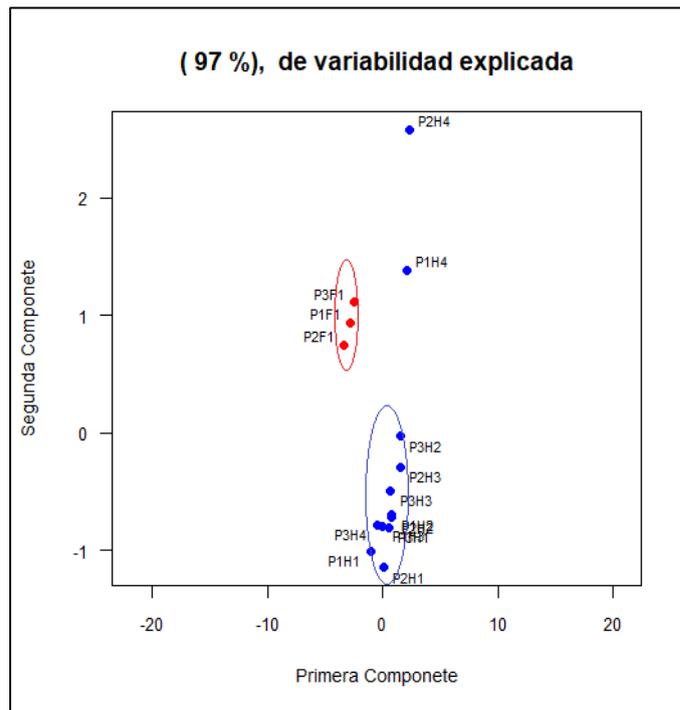


**Gráfico 26-3.** ACPF de la muestra 5

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 26-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la Quinta muestra (LQ105), con un 97% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue la agrupación de las observaciones azules al presentar porcentajes de reflectancia similares; mientras que las rojas se encuentran dispersas en el plano.

### 3.5.6. Muestra 6 (LQ106)

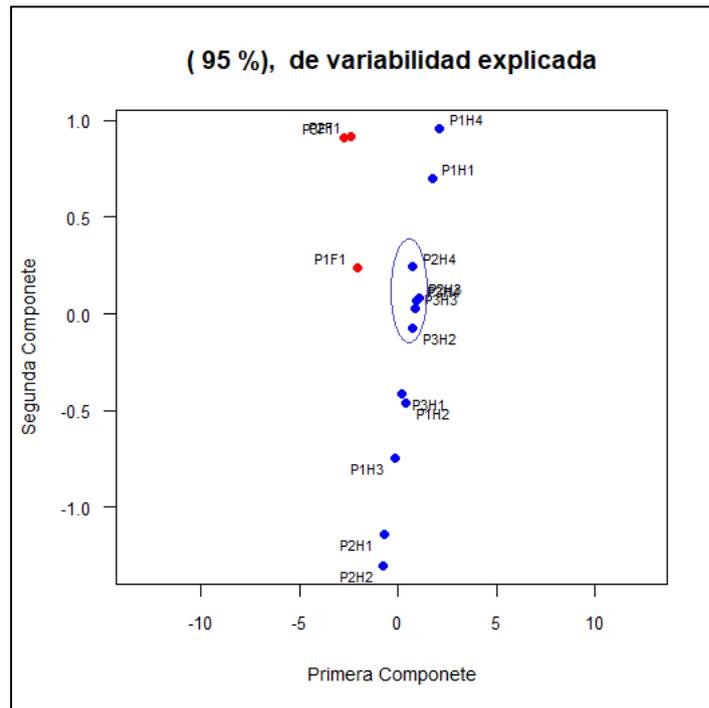


**Gráfico 27-3.** ACPF de la muestra 6

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 27-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la sexta muestra (LQ106), con un 97% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue la agrupación de las observaciones azules al presentar porcentajes de reflectancia similares; mientras que las rojas también se agrupan.

### 3.5.7. Muestra 7 (LQ107)

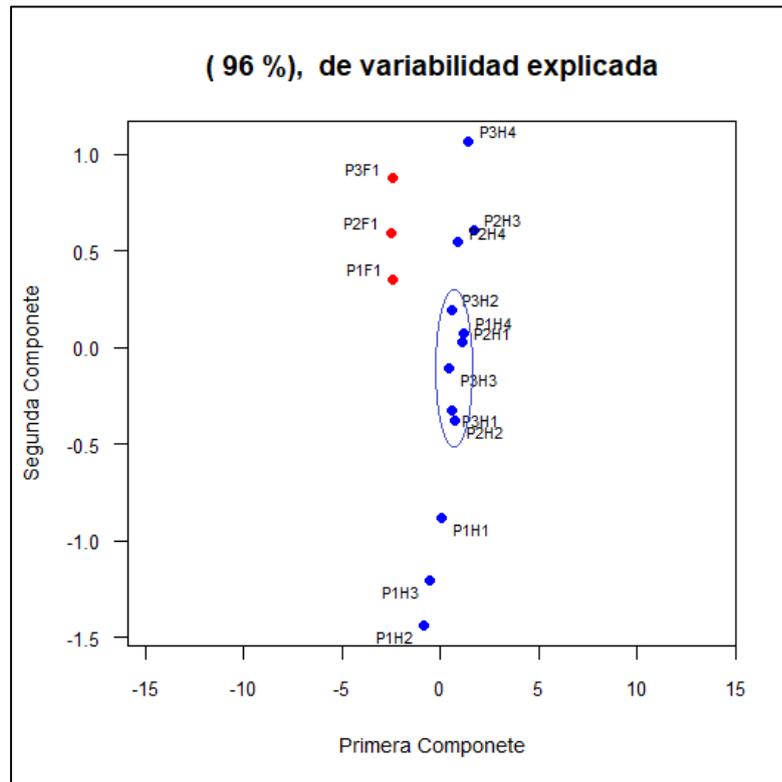


**Gráfico 28-3.** ACPF de la muestra 7

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 28-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la séptima muestra (LQ107), con un 95% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue pequeñas agrupaciones de las observaciones azules que al presentar porcentajes de reflectancia similares tienden a agruparse; mientras que las rojas también se agrupan dejando fuera solo a una flor de la planta 1.

### 3.5.8. Muestra 8 (LQ108)

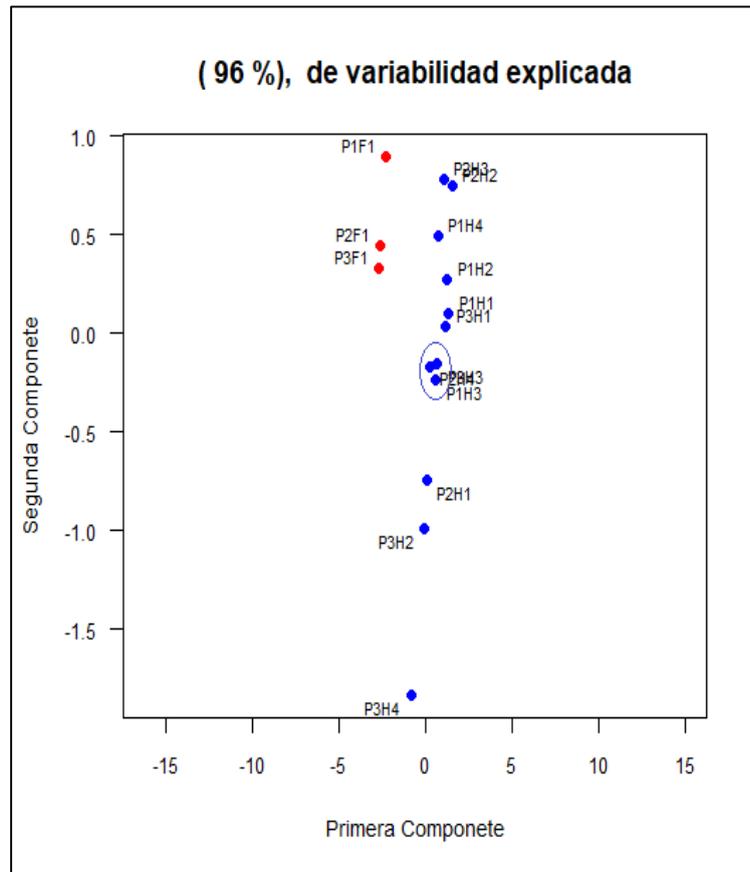


**Gráfico 29-3.** ACPF de la muestra 8

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 29-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la octava muestra (LQ108), con un 96% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue una agrupación de las observaciones azules al presentar porcentajes de reflectancia de las plantas similares; mientras que las rojas también se agrupan para las tres plantas.

### 3.5.9. Muestra 9 (MQ101)

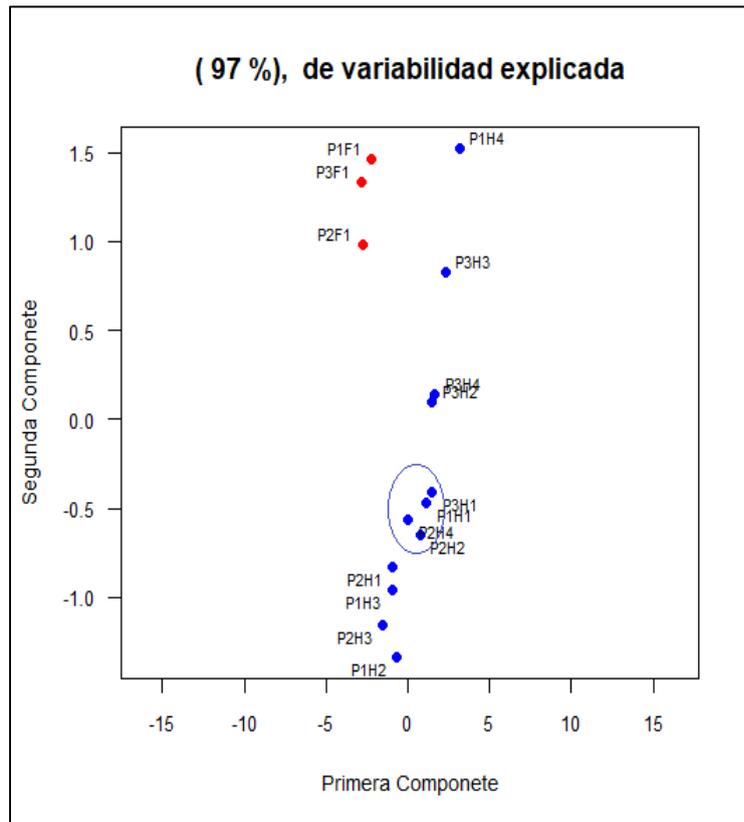


**Gráfico 30-3.** ACPF de la muestra 9

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 30-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la novena muestra (MQ101), con un 96% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue pequeñas agrupaciones dispersas para las observaciones azules al presentar porcentajes de reflectancia similares, dejando sola a la hoja 4 de la planta 3; mientras que las rojas también se agrupan dejando sola a la flor 1.

### 3.5.10. Muestra 10 (MQ102)

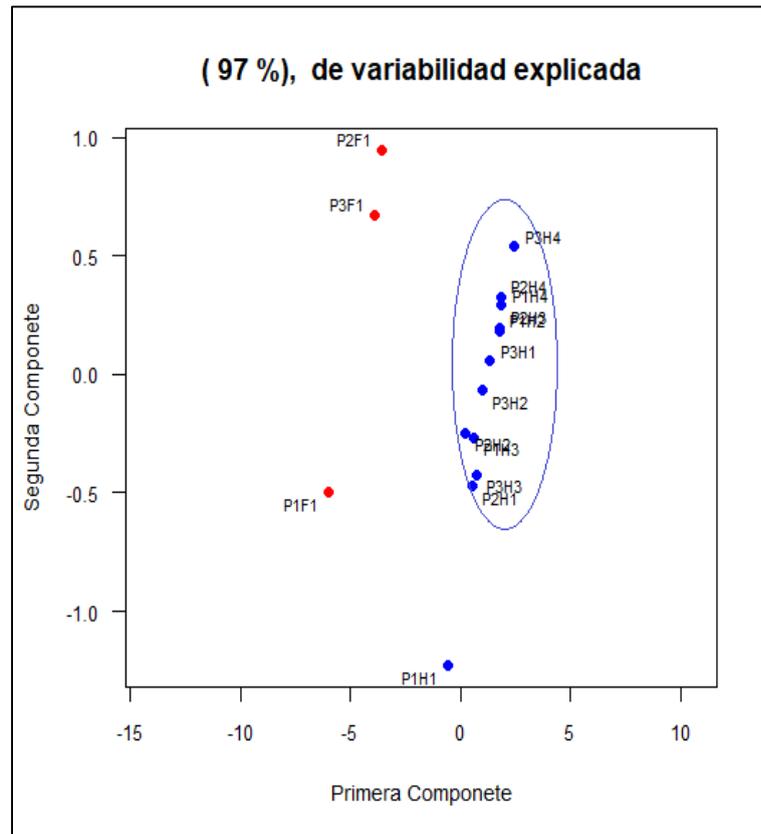


**Gráfico 31-3.** ACPF de la muestra 10

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 31-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la décima muestra (MQ102), con un 97% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue varios grupos dispersos para las observaciones azules al presentar porcentajes de reflectancia similares; mientras para las rojas se juntan un par de estas.

### 3.5.11. Muestra 11 (MQ103)

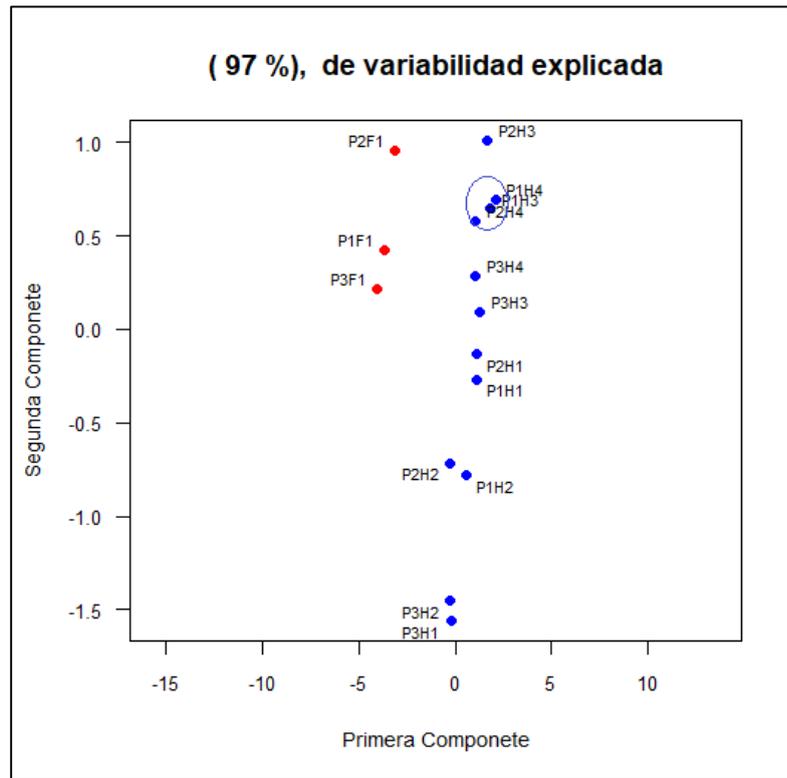


**Gráfico 32-3.** ACPF de la muestra 11

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 32-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la décimo primera muestra (MQ103), con un 97% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue que las observaciones azules al presentar porcentajes de reflectancia similares se agrupan, dejando sola a la hoja 1 de la planta 1; mientras para las rojas se juntan un par de estas.

### 3.5.12. Muestra 12 (MQ104)

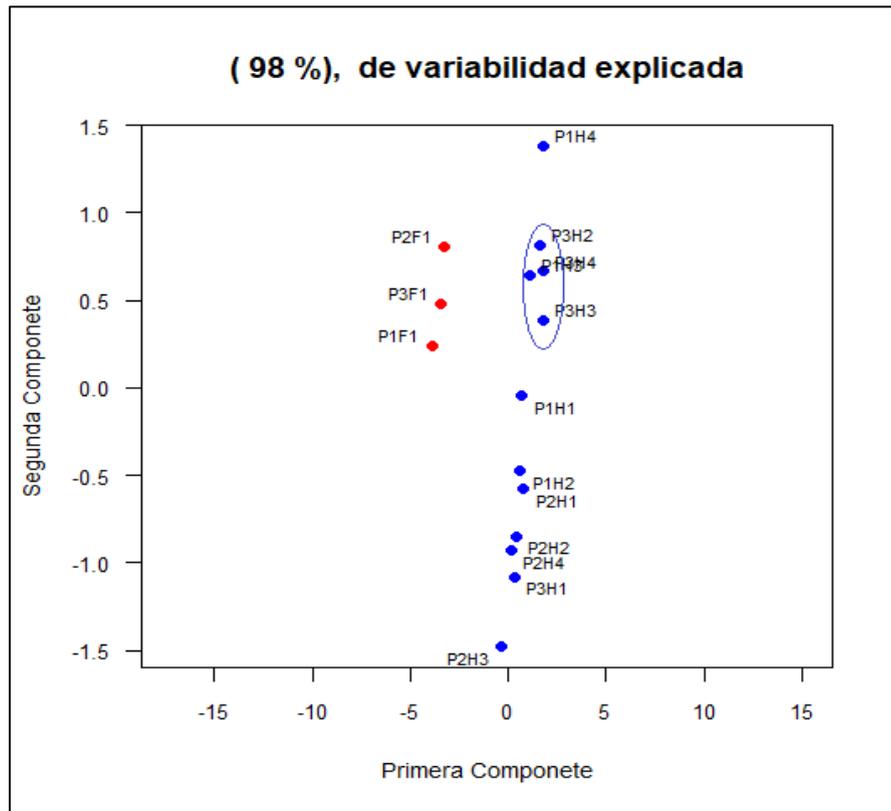


**Gráfico 33-3.** ACPF de la muestra 12

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 33-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la décima segunda muestra (MQ104), con un 97% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde para las observaciones azules se distinguen pequeños grupos dispersos por el plano al presentar porcentajes de reflectancia similares; mientras para las rojas se juntan un par de estas.

### 3.5.13. Muestra 13 (MQ105)



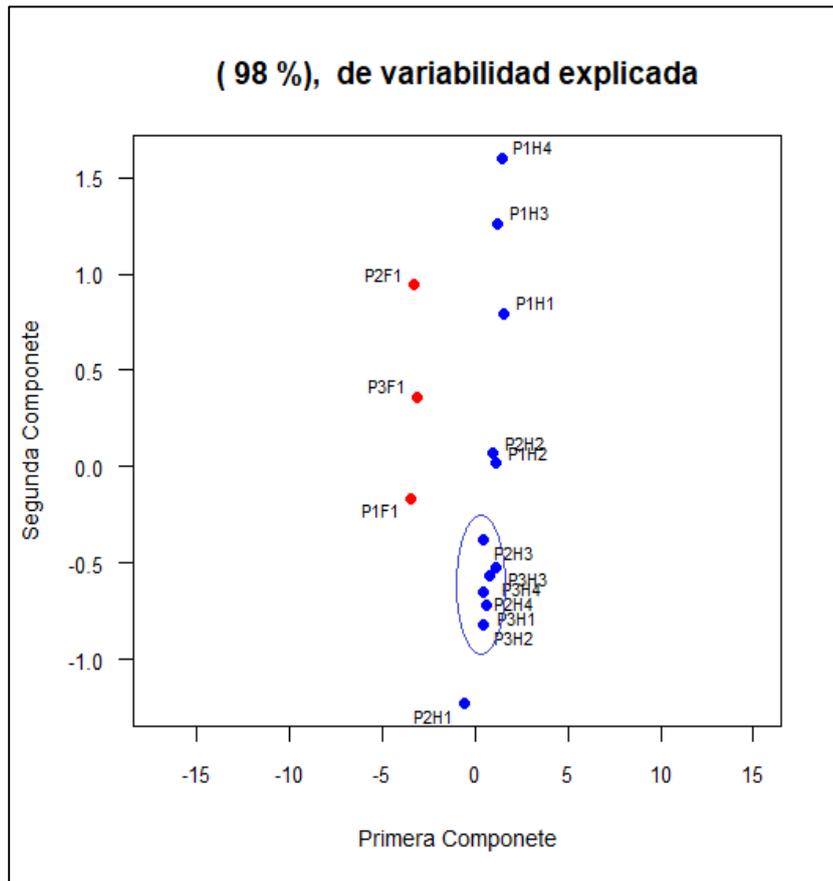
**Gráfico 34-3.** ACPF de la muestra 13

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 34-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la décima segunda tercera muestra (MQ105), con un 98% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue para las observaciones azules varias agrupaciones dispersas por el plano al presentar porcentajes de reflectancia similares; mientras las rojas se agrupan, aunque conservando una pequeña distancia entre sí.



### 3.5.15. Muestra 15 (MQ306)

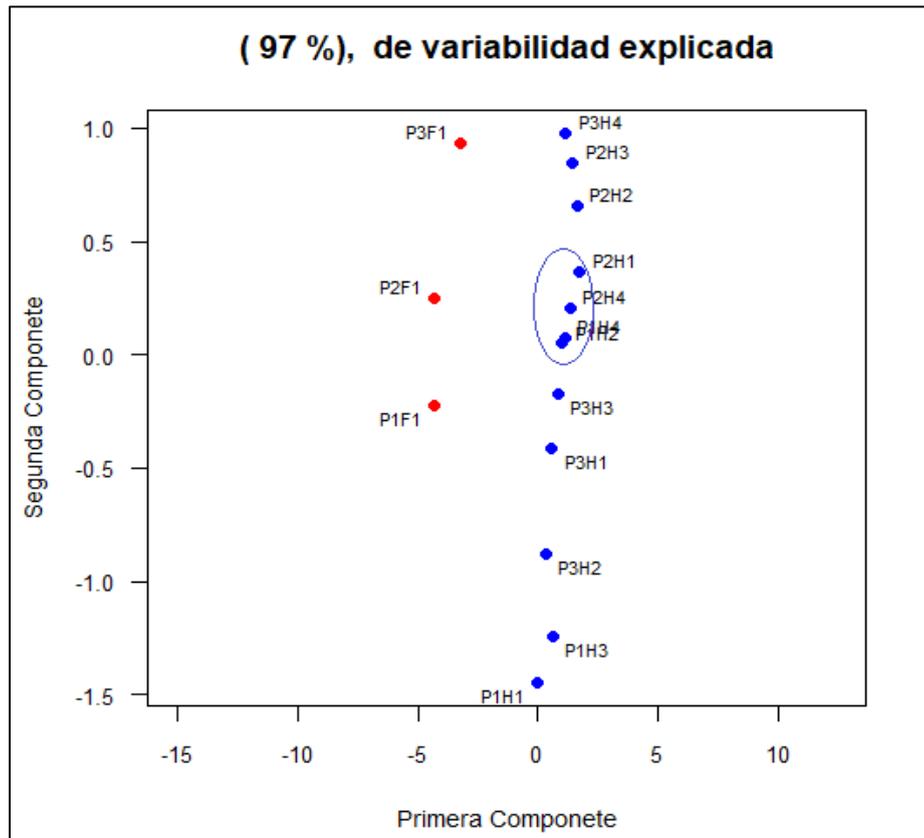


**Gráfico 36-3.** ACPF de la muestra 15

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 36-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la décima quinta muestra (MQ306), con un 98% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue una gran agrupación en el plano y un par de observaciones azules que presentan porcentajes de reflectancia aparentemente similares; mientras que las rojas se encuentran dispersas.

### 3.5.16. Muestra 16 (MQ307)

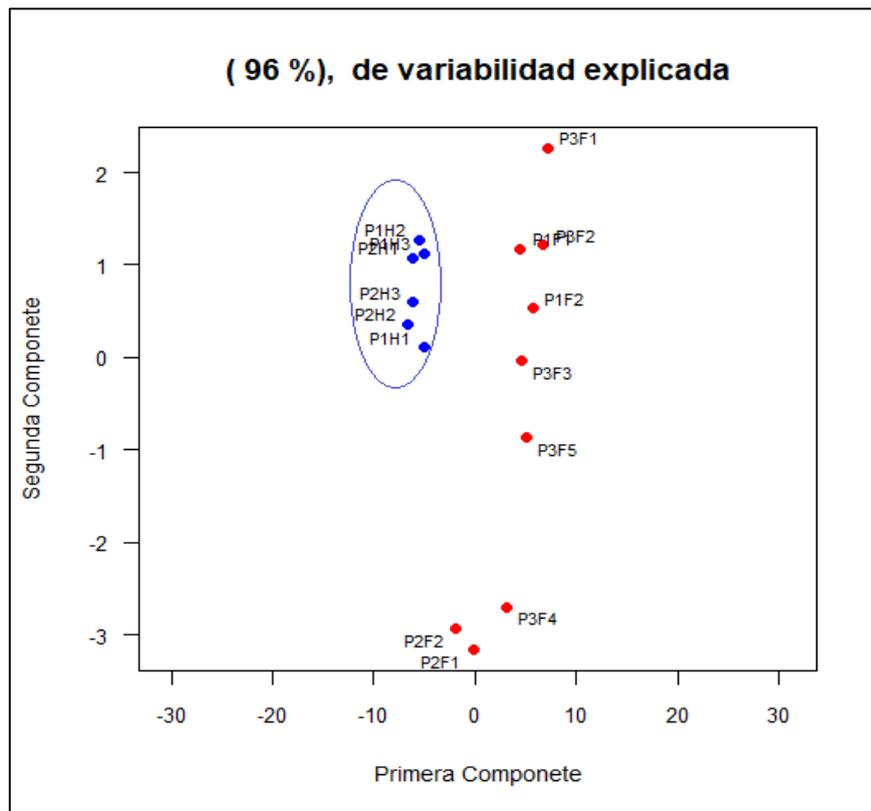


**Gráfico 37-3.** ACPF de la muestra 16

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 37-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la décima sexta muestra (MQ307), con un 97% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue en las observaciones azules pequeñas agrupaciones que presentan porcentajes de reflectancia aparentemente similares, se aprecia también que todas estas presentan valores equivalentes respecto a la primera componente variando solo en la segunda; mientras que las rojas no presentan agrupación aparente.

### 3.5.17. Muestra 17 (LQ106)

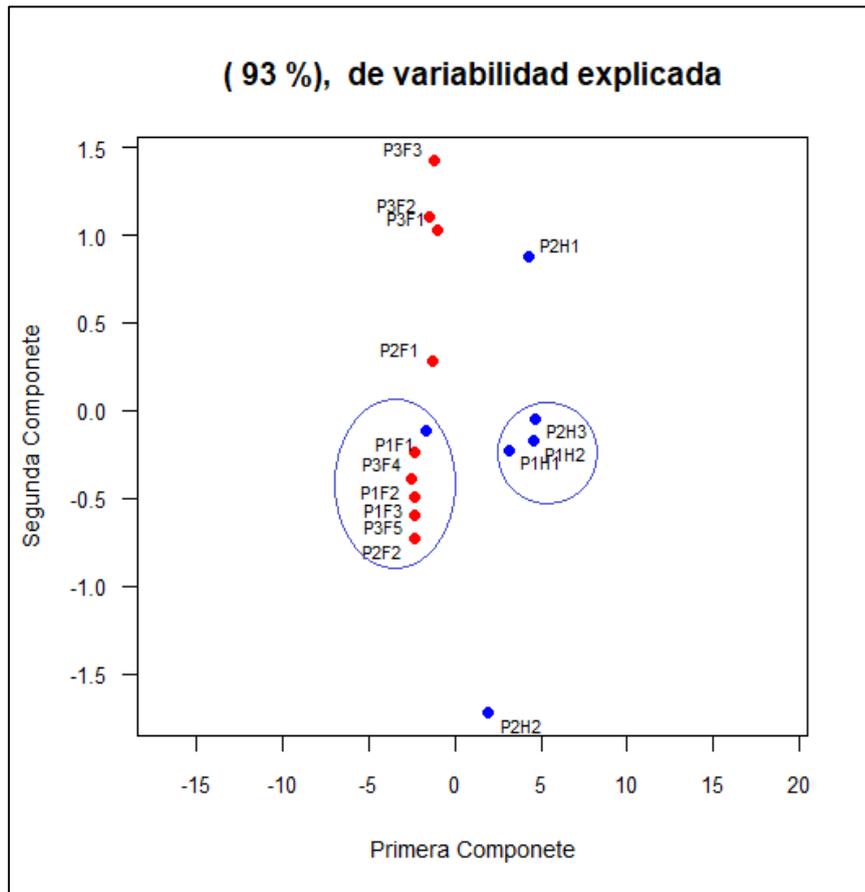


**Gráfico 38-3.** ACPF de la muestra 17

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 38-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la décima séptima muestra (LQ106), con un 96% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue que las observaciones azules presentan una agrupación total, asumiendo así que todas se comportan de una manera similar; mientras las rojas se visualiza un pequeño grupo y las restantes de se encuentran dispersas en el plano.

### 3.5.18. Muestra 18 (LQ108)

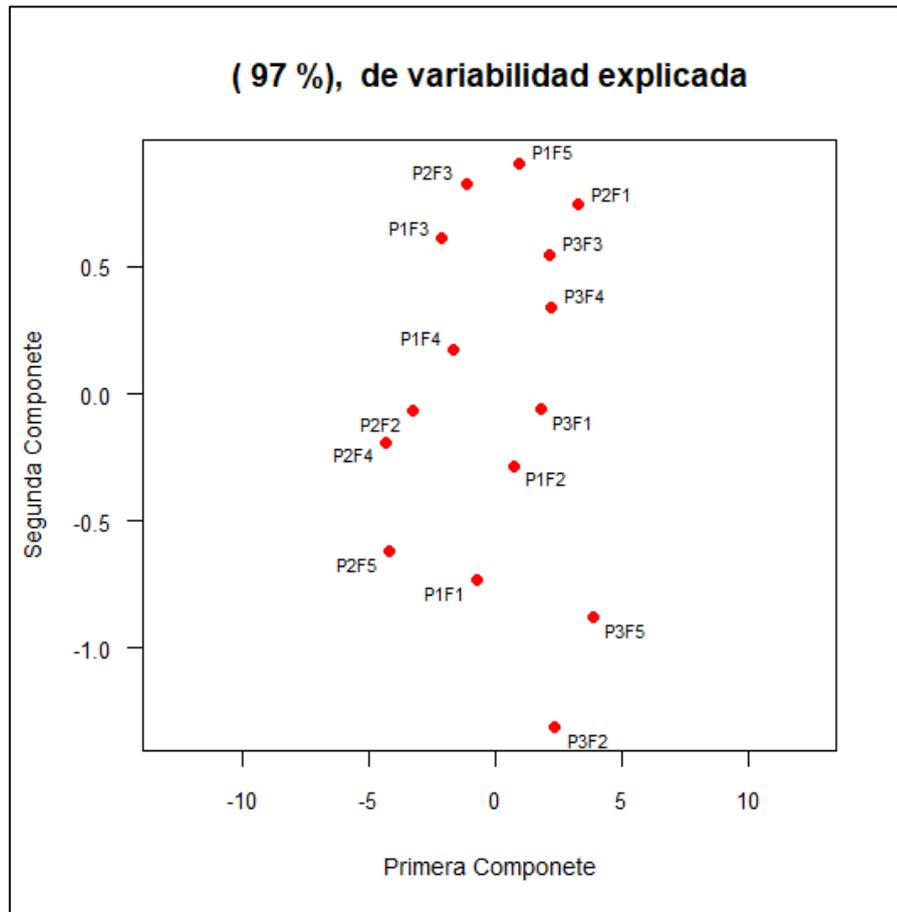


**Gráfico 39-3.** ACPF de la muestra 18

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 39-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la décima octava muestra (LQ108), con un 93% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue una agrupación de observaciones azules que presentan porcentajes de reflectancia aparentemente similares; mientras que respecto a las rojas se encuentra una gran agrupación en donde curiosamente se coló una hoja, se observa también una pequeña agrupación de estas en la parte superior del plano.

### 3.5.19. Muestra 19 (MQ102)

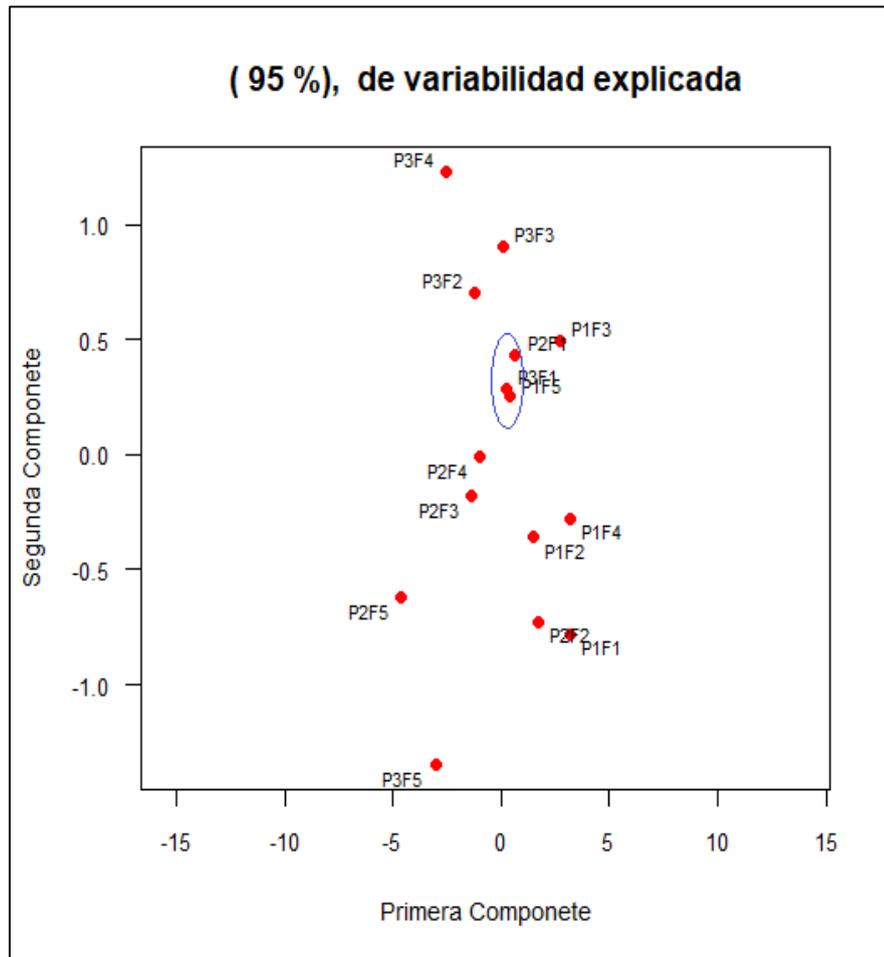


**Gráfico 40-3.** ACPF de la muestra 19

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 40-3 se visualiza el comportamiento de las flores (rojo) de la décima novena muestra (MQ102), con un 97% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde la agrupación no está definida, por lo que se asumió que los porcentajes de reflectancia de cada una de las muestras son distintos.

### 3.5.20. Muestra 20 (MQ103)

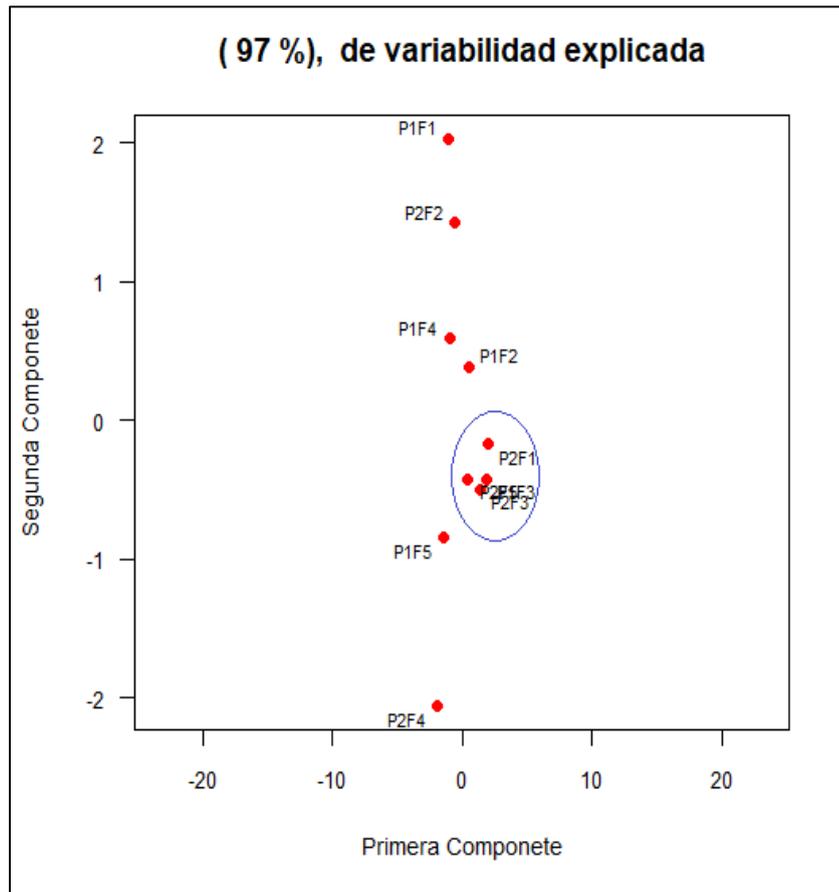


**Gráfico 41-3.** ACPF de la muestra 20

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 41-3 se visualiza el comportamiento de las flores (rojo) de la vigésima muestra (MQ103), con un 95% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue varias ternas o duplas de observaciones rojas, las cuales se asume que presentan un porcentaje de reflectancia parecido, sin embargo, al no presentar un gran grupo bien marcado se asume que estas son diferentes entre sí.

### 3.5.21. Muestra 21 (MQ104)

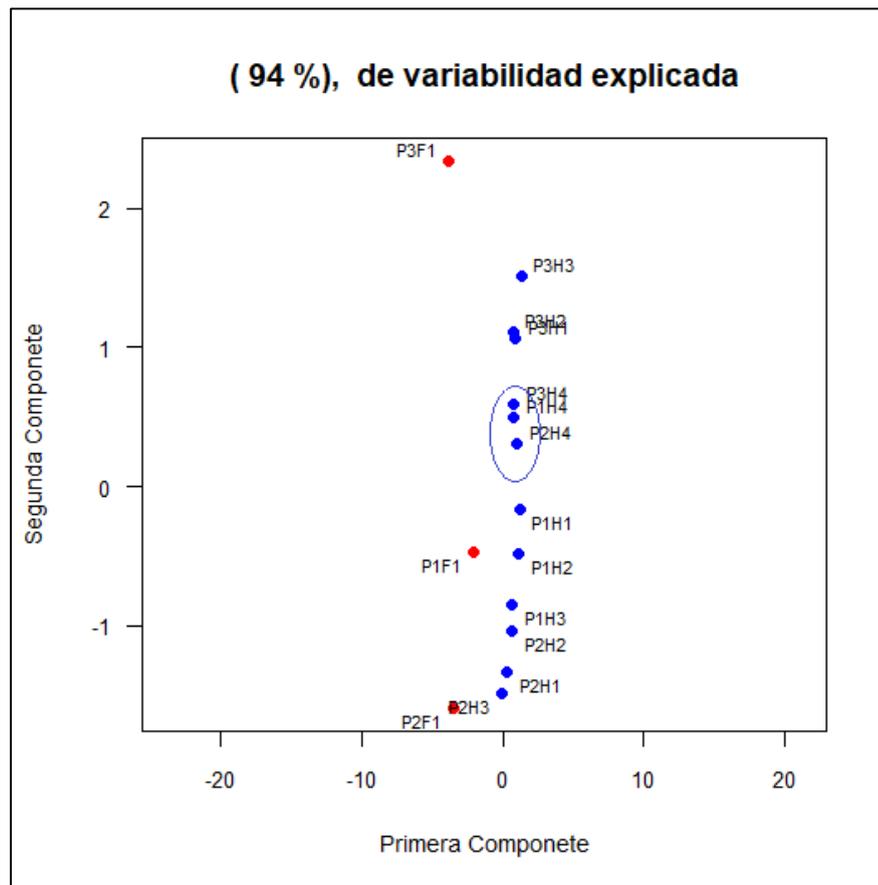


**Gráfico 42-3.** ACPF de la muestra 21

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 42-3 se visualiza el comportamiento de las flores (rojo) de la vigésima primera muestra (MQ104), con un 97% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue un grupo de observaciones rojas que aparentemente presentan porcentajes de reflectancia similares, mientras las restantes se encuentran dispersas variando respecto a la segunda componente.

### 3.5.22. Muestra 22 (MQ101)

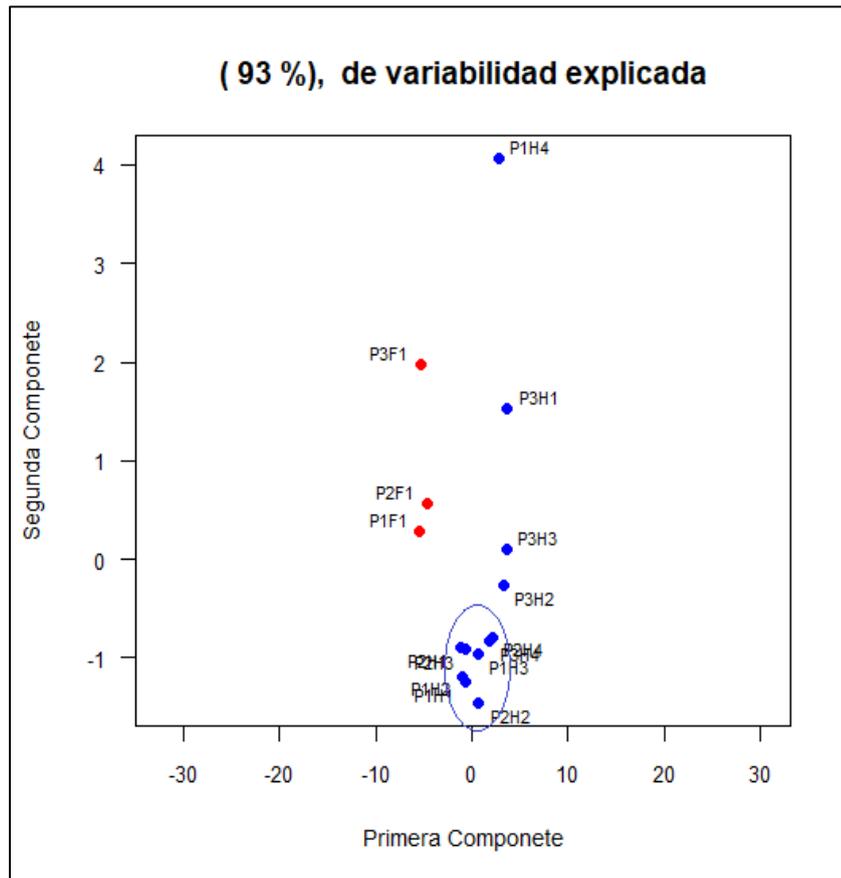


**Gráfico 43-3.** ACPF de la muestra 22

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 43-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la vigésima segunda muestra (MQ101), con un 94% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde para las observaciones azules se distingue pequeñas agrupaciones mientras las demás se dispersan variando respecto a la segunda componente, por otro lado, las rojas se encuentran separadas asumiendo así que estas presentan diferentes porcentajes de reflectancia.

### 3.5.23. Muestra 23 (LQ102)

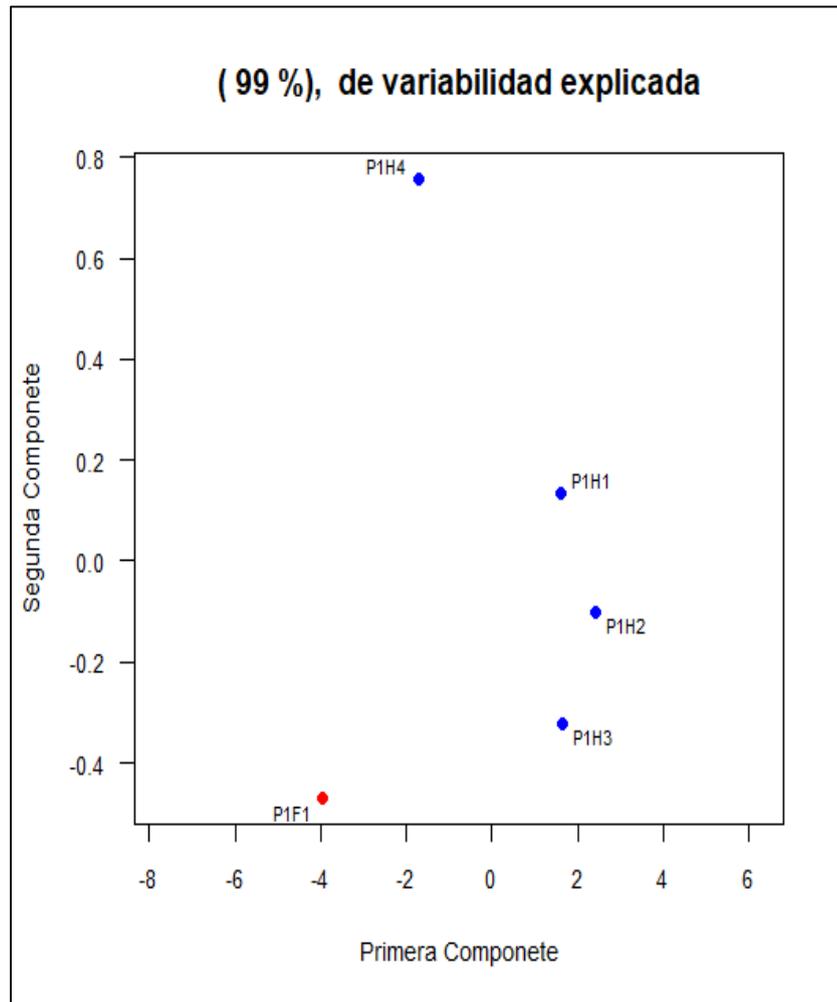


**Gráfico 44-3.** ACPF de la muestra 23

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 44-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la vigésima tercera muestra (LQ102), con un 93% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue una agrupación de observaciones azules por lo que se asume que estas presentan un porcentaje de reflectancia similar; mientras las rojas solo se agrupan dos.

### 3.5.24. Muestra 24 (LQ103)

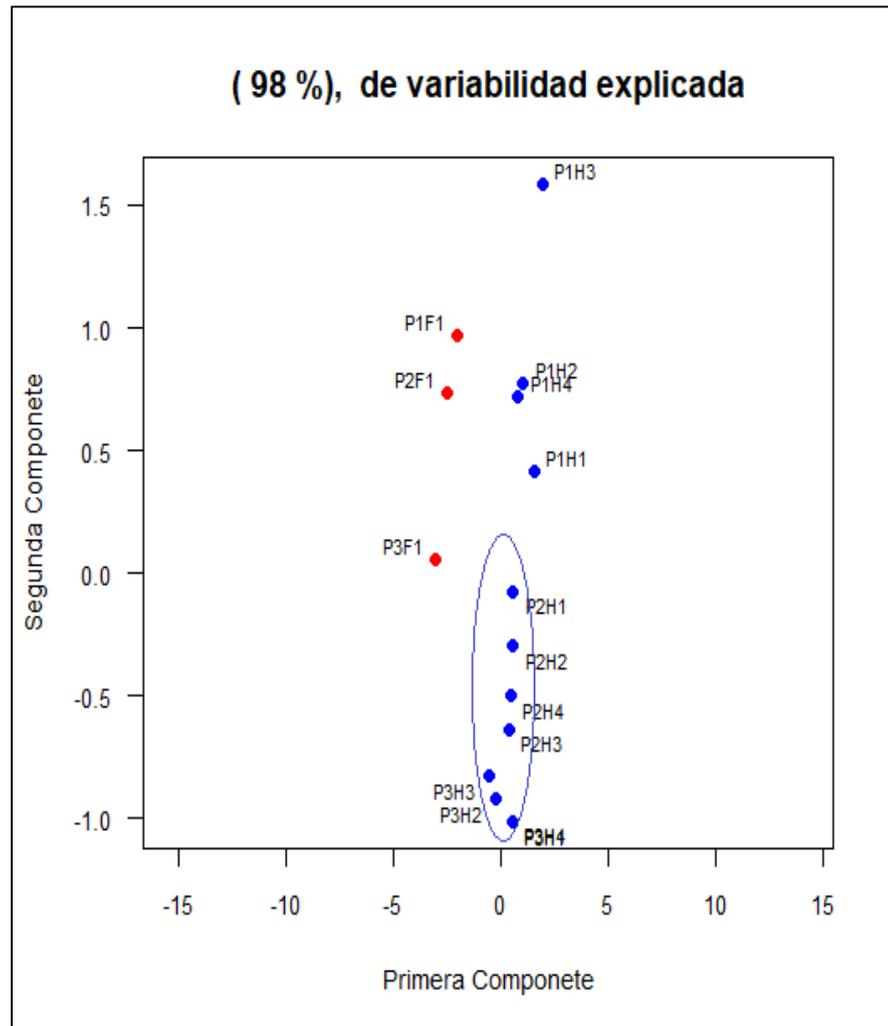


**Gráfico 45-3.** ACPF de la muestra 24

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 45-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la vigésima cuarta muestra (LQ103), con un 99% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde las observaciones azules se encuentran dispersadas, por otro lado, en el caso de las rojas no existe suficientes datos como para definir un patrón.

3.5.25. Muestra 25 (LQ104)

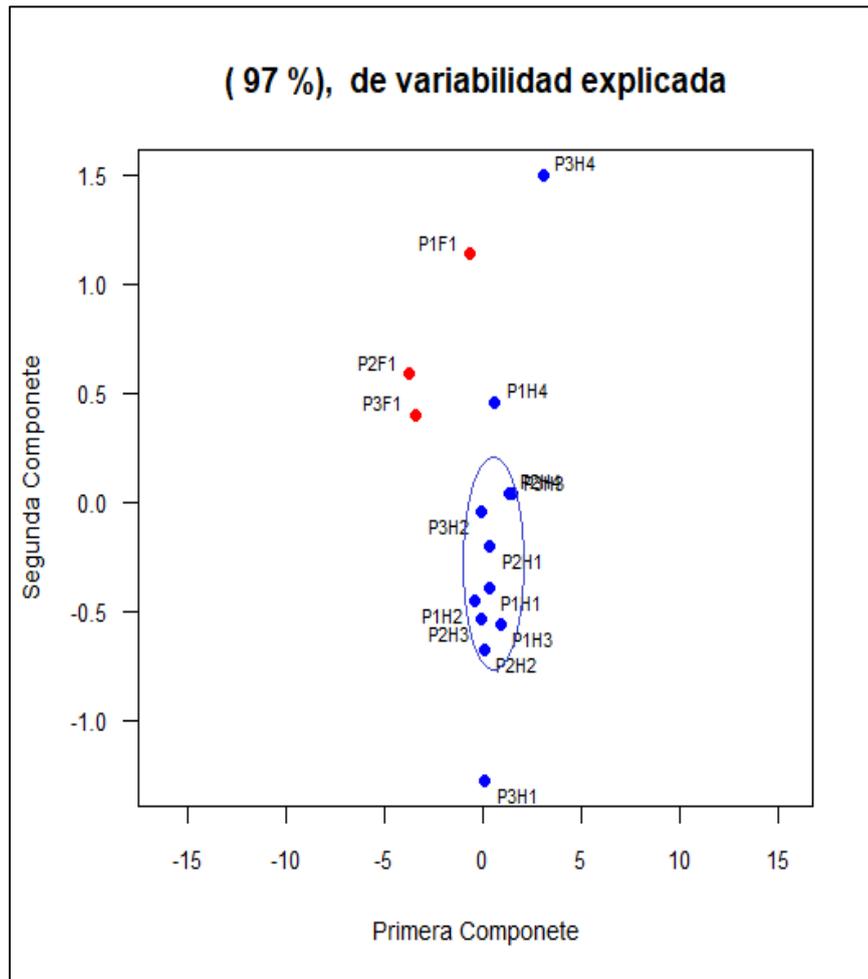


**Gráfico 46-3.** ACPF de la muestra 25

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 46-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la vigésima quinta muestra (LQ104), con un 98% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se distingue un gran grupo de observaciones azules que se asume que tienen un porcentaje de reflectancia similar; en las rojas un par de estas se juntan.

### 3.5.26. Muestra 26 (LQ105)

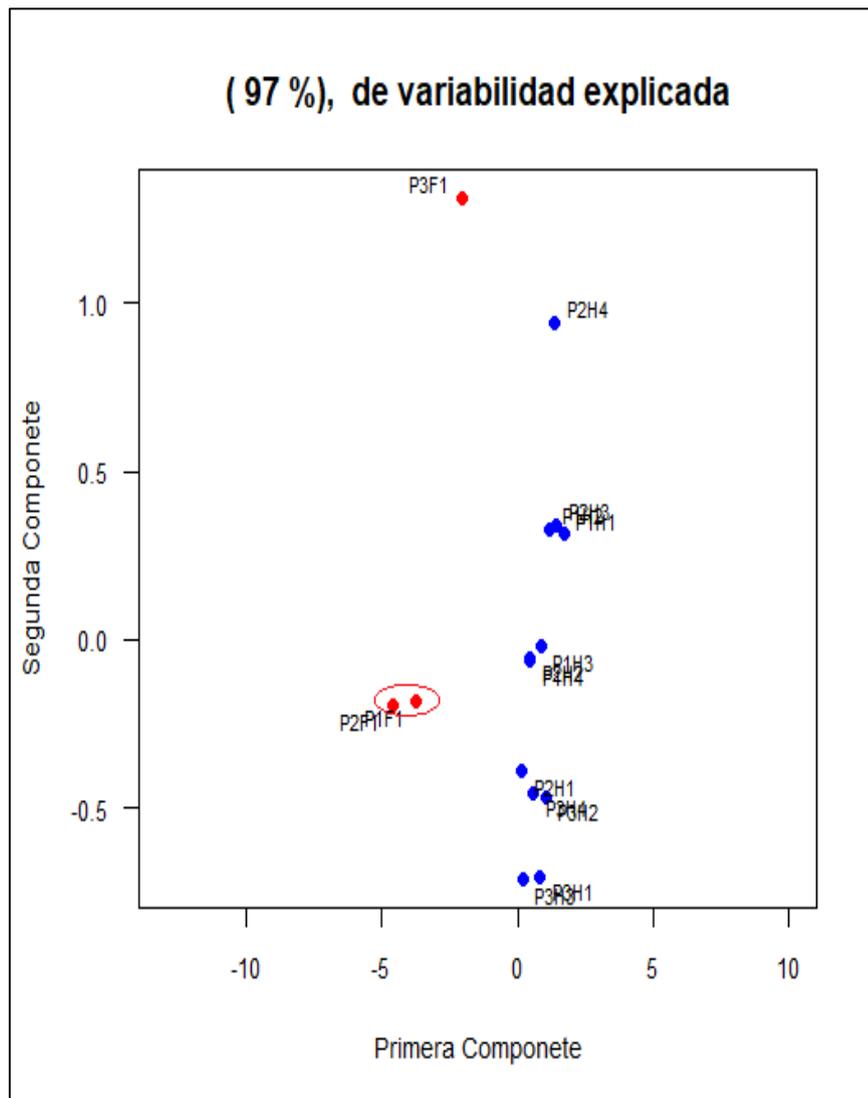


**Gráfico 47-3.** ACPF de la muestra 26

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 47-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la vigésima sexta muestra (LQ105), con un 97% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, se aprecia un gran grupo de observaciones azules en el centro del plano por lo que se asume que presentan porcentajes de reflectancia similares; en cambio, en las rojas un par de estas se juntan.

3.5.27. Muestra 27 (LQ106)

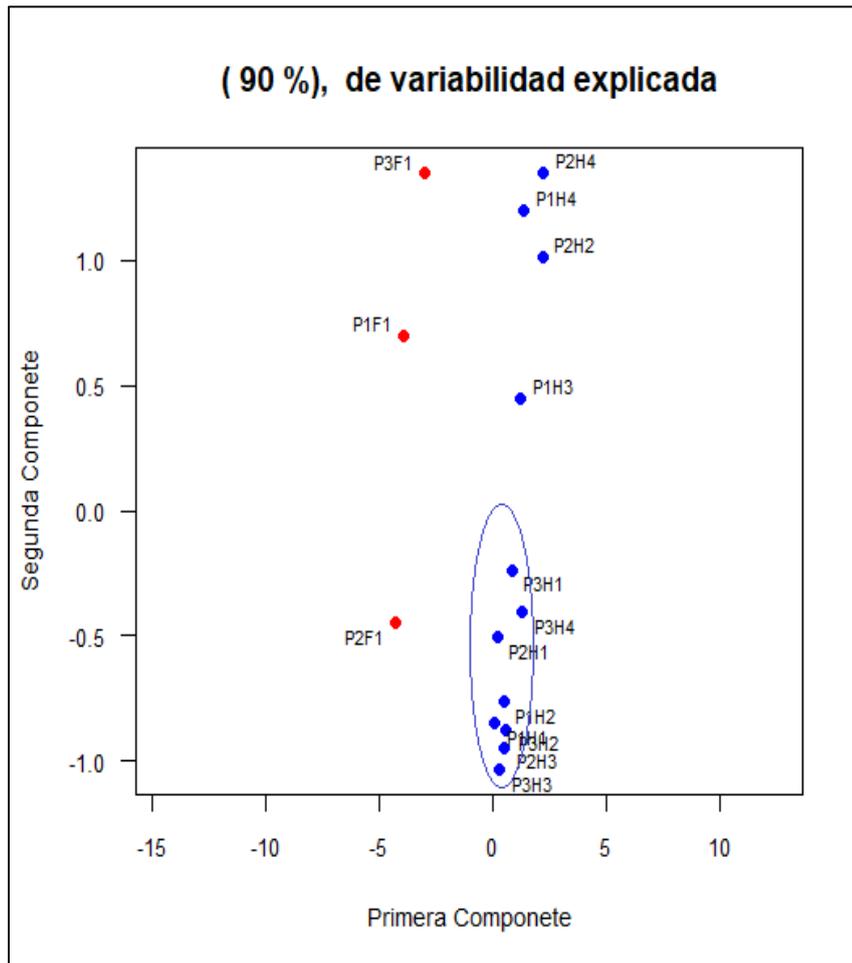


**Gráfico 48-3.** ACPF de la muestra 27

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 48-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la vigésima séptima muestra (LQ106), con un 97% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, se aprecia que algunas observaciones azules se comportan de forma similar generando así pequeñas agrupaciones de duplas y ternas, las cuales se encuentran dispersas en el plano; mientras las rojas se observa un comportamiento ya familiar, solo un par de estas se juntan.

### 3.5.28. Muestra 28 (LQ107)

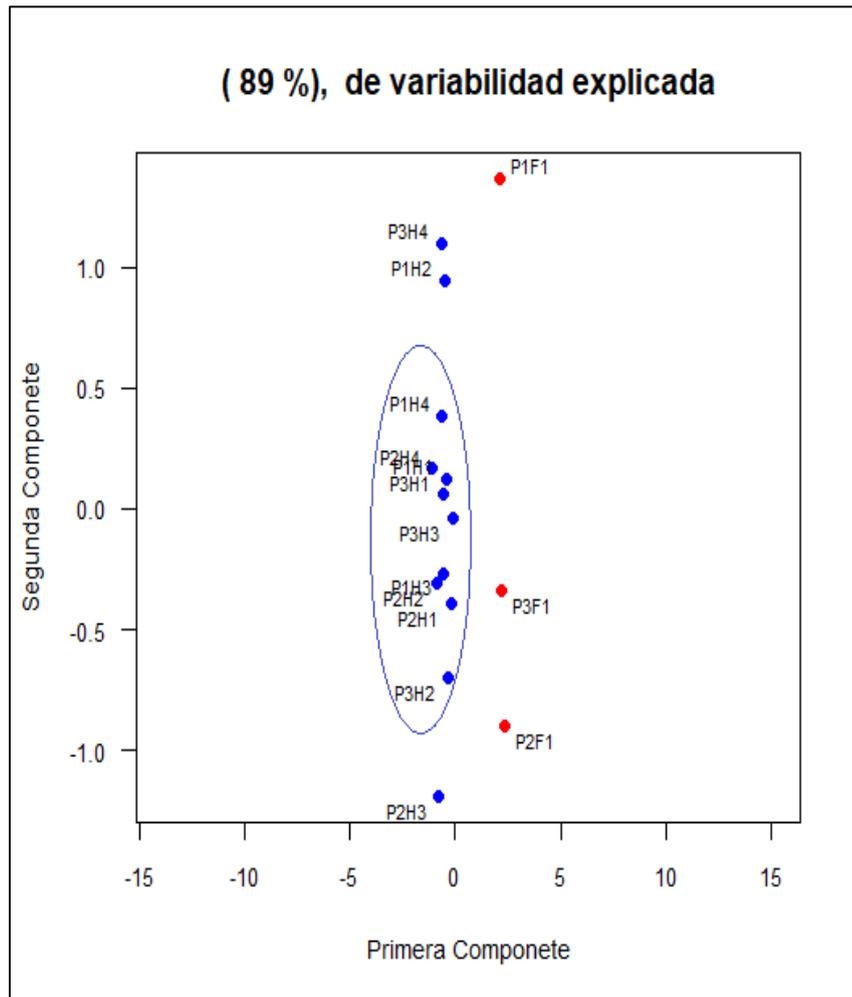


**Gráfico 49-3.** ACPF de la muestra 28

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 49-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la vigésima octava muestra (LQ107), con un 90% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, en donde se aprecia una gran agrupación de observaciones azules y una terna; en el caso de las rojas se observa que se encuentran dispersas, por lo que se afirma que presentan reflectancias distintas.

3.5.29. Muestra 29 (LQ108)

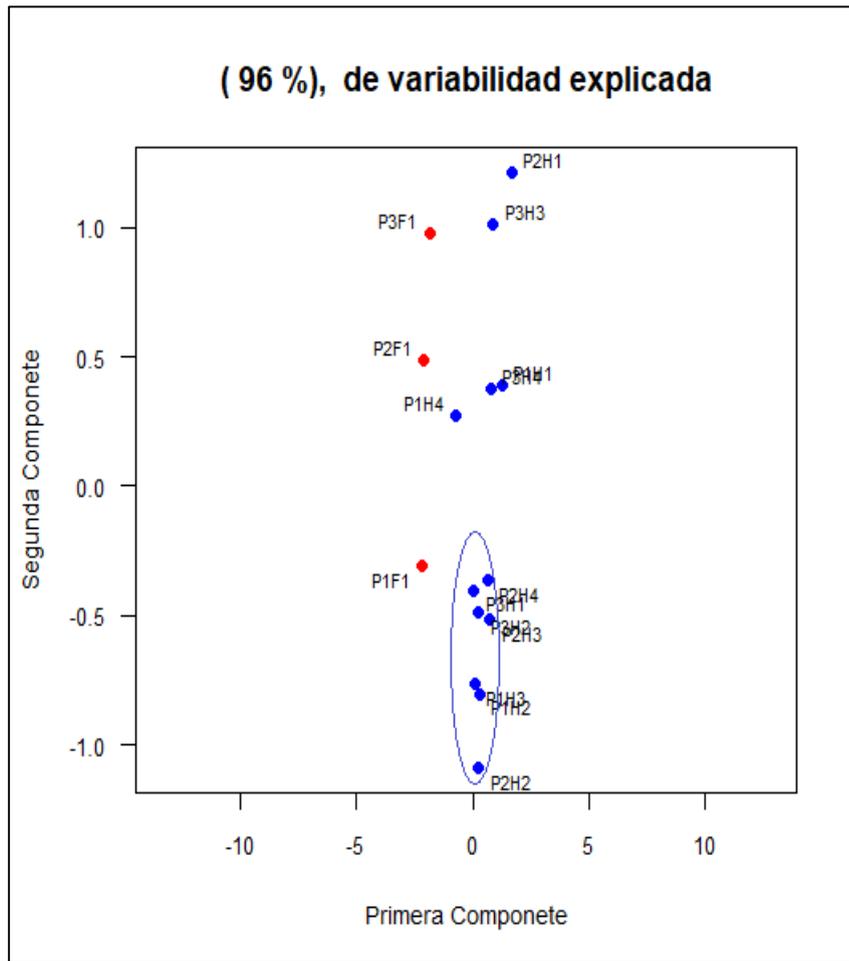


**Gráfico 50-3.** ACPF de la muestra 29

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 50-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la vigésima novena muestra (LQ108), con un 89% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, donde se aprecia una gran agrupación de observaciones azules y una dupla; mientras que las flores se encuentran dispersas en el plano por lo que se asume que presentan valores de reflectancia distintos.

### 3.5.30. Muestra 30 (LQ109)

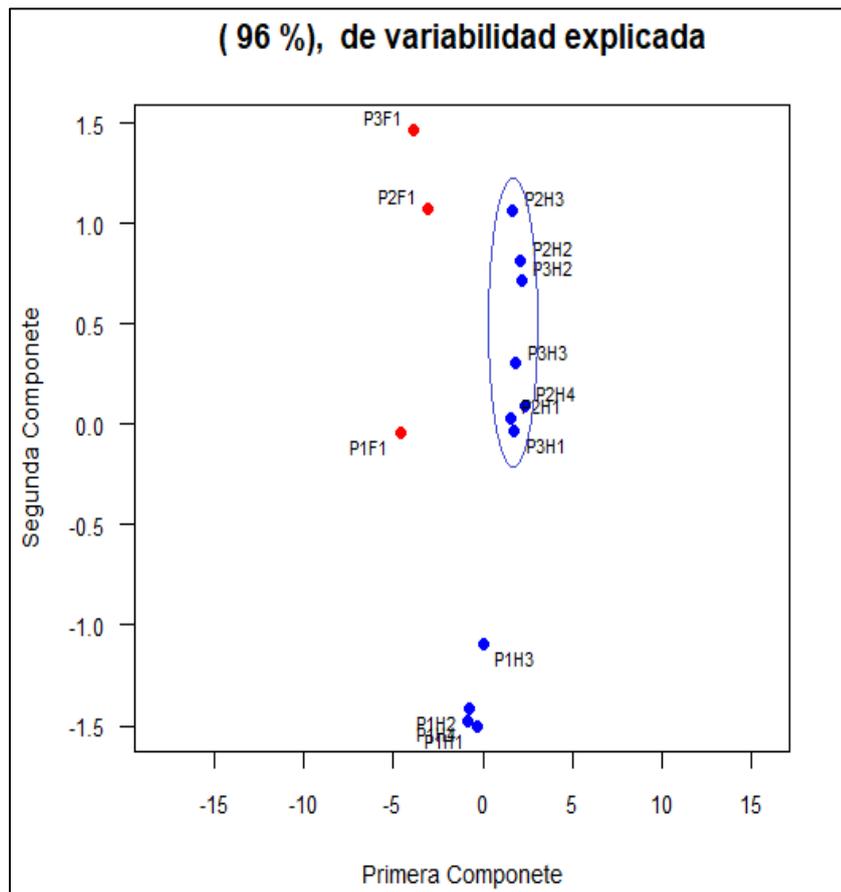


**Gráfico 51-3.** ACPF de la muestra 30

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

El Gráfico se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la trigésima muestra (LQ109), con un 96% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, donde se aprecia una gran agrupación de observaciones azules; mientras que las rojas se encuentran dispersas en el plano por lo que se asume que presentan diferentes porcentajes de reflectancia.

### 3.5.31. Muestra 31 (LQ110)

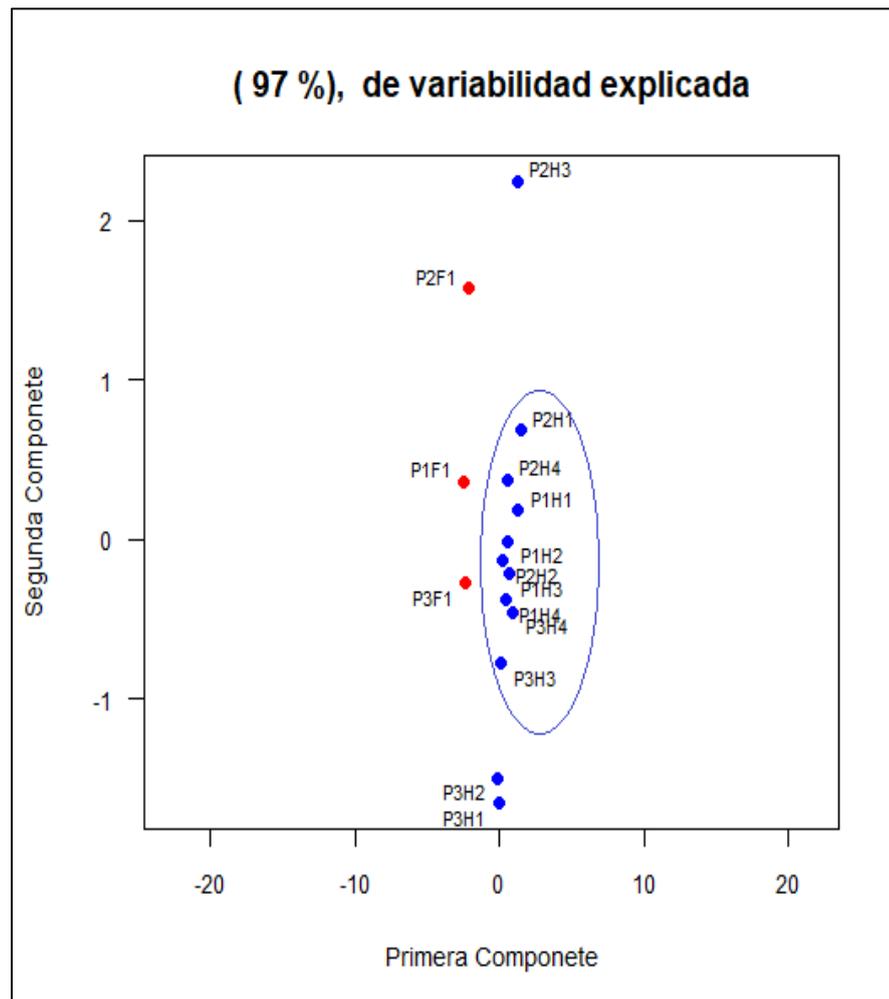


**Gráfico 52-3.** ACPF de la muestra 31

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 52-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la trigésima primera muestra (LQ110), con un 96% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, donde se aprecia una gran agrupación de observaciones azules y una terna; mientras las rojas se encuentran dispersas en el plano por lo que se asume que presentan diferentes porcentajes de reflectancia.

3.5.32. Muestra 32 (MQ101)

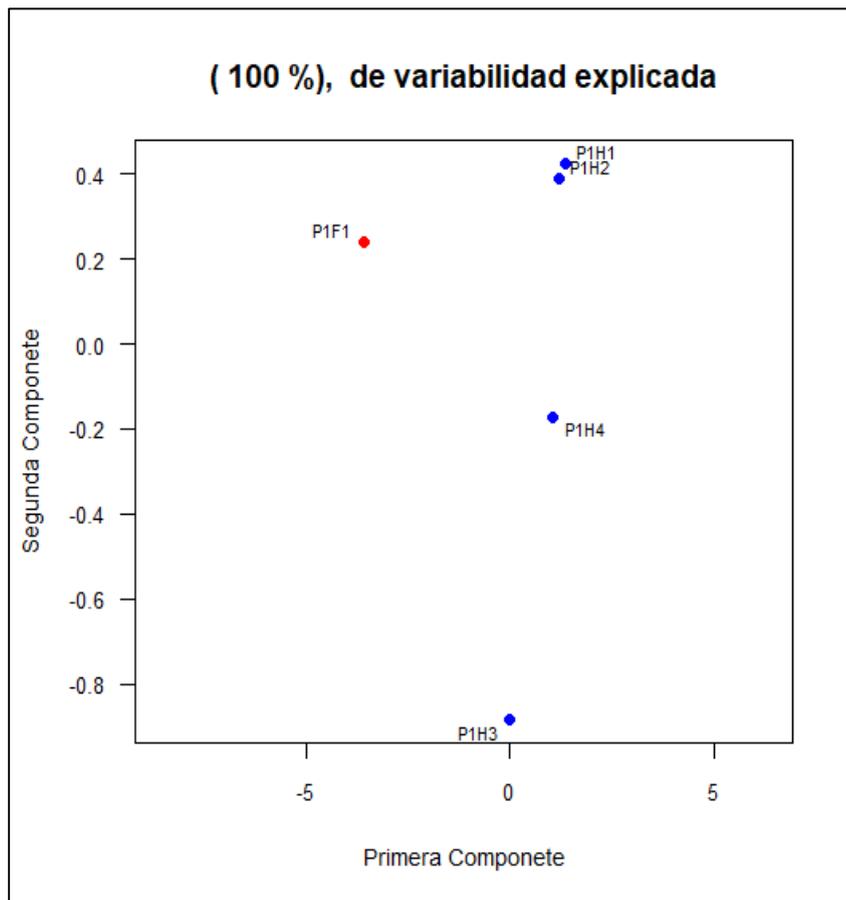


**Gráfico 53-3.** ACPF de la muestra 32

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 53-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la trigésima segunda muestra (MQ101), con un 97% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, donde se aprecia una gran agrupación de observaciones azules y una dupla; mientras las rojas se encuentran dispersas en el plano por lo que se asume que presentan diferentes porcentajes de reflectancia.

### 3.5.33. Muestra 33 (MQ102)



**Gráfico 54-3.** ACPF de la muestra 33

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

El Gráfico 54-3 se visualiza el comportamiento de las hojas (azul) y flores (rojo) de la trigésima segunda muestra (MQ102), con un 100% de variabilidad explicada para las dos primeras componentes, donde se aprecia una dupla de observaciones azules; mientras la roja al estar alejada de los demás datos, no se define un comportamiento aparente.

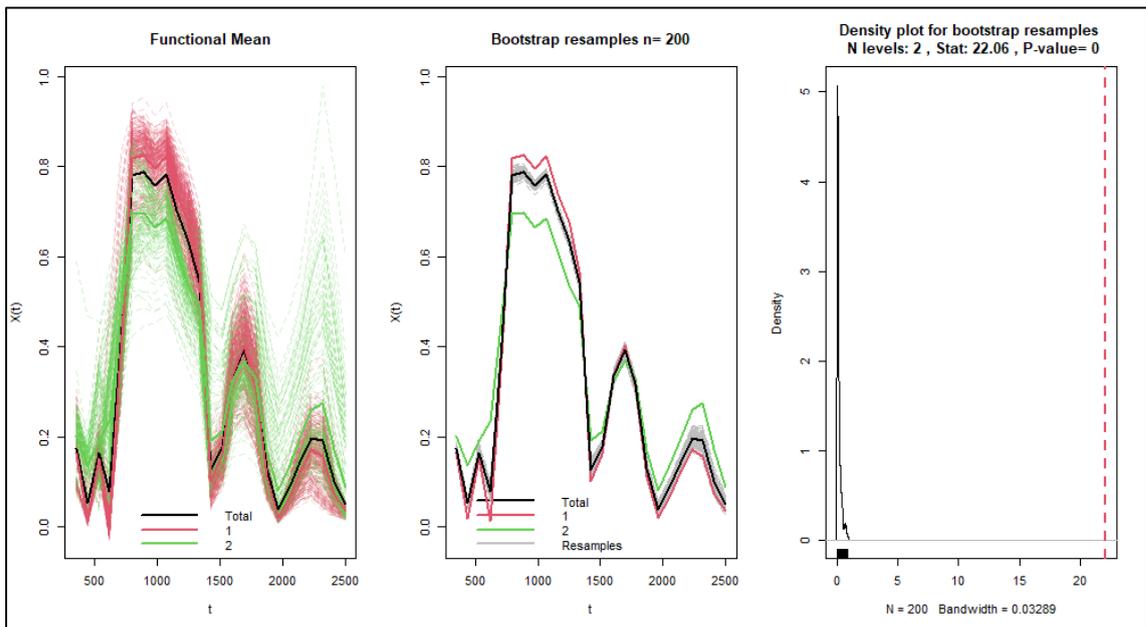
### ❖ CONCLUSIÓN

Mediante el análisis de componentes principales funcionales realizados en los treinta y tres cultivos, se pudo visualizar el comportamiento de sus flores y hojas, en donde la gran mayoría de cultivos las observaciones azules tienden a agruparse debido a que presentan características similares, no se observó una relación relevante entre los dos objetos de estudio ya que estas siempre se mantuvieron alejadas entre sí. Por lo que se asume que los porcentajes de reflectancia son diferentes.

### 3.6. ANOVA funcional

Con el objetivo de determinar si los porcentajes de reflectancia de la planta de quinua son estadísticamente iguales o si son diferentes y sustentar lo observado en análisis anteriores se utilizó la función `fanova.onefactor` de la librería antes mencionada, la cual permite realizar una comparación de medias entre grupos y verificar o descartar la igualdad de medias.

#### 3.6.1. ANOVA funcional entre hojas y flores

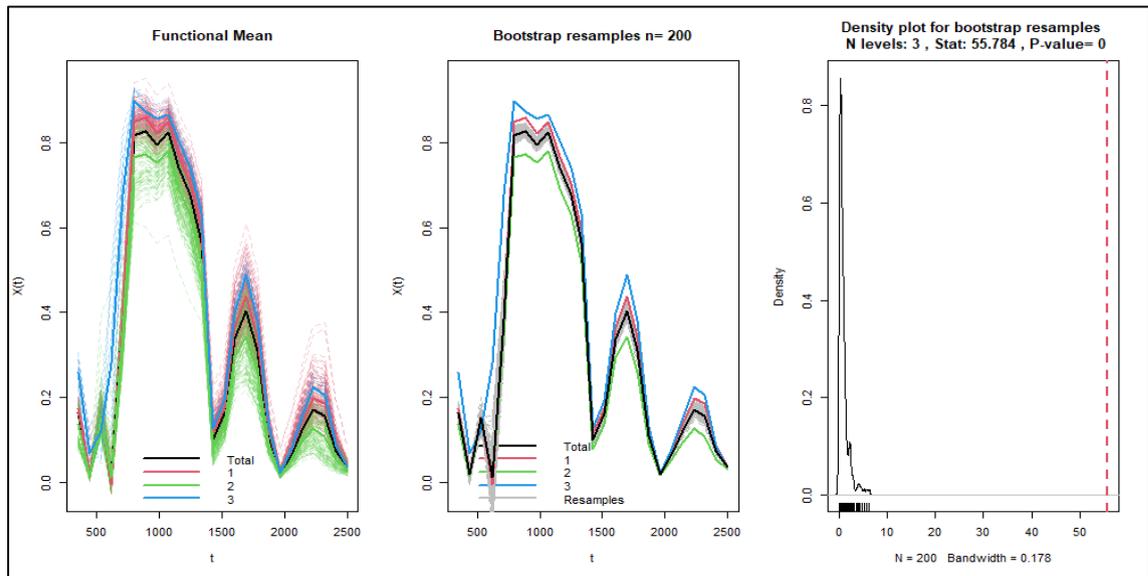


**Gráfico 55-3.** ANOVA funcional entre hojas y flores

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 55-3 se muestra la comparación entre hojas (rojo) y flores (verde) de las 33 muestras de reflectancia de la quinua, se observa que con un nivel de confianza del 95% existe evidencia suficiente para concluir la no de igualdad de medias, por lo que la diferencia de porcentaje de reflectancia entre estas es significativa, comportamiento ya observado en el análisis de componentes principales funcionales.

### 3.6.2. ANOVA funcional entre cultivos en hojas

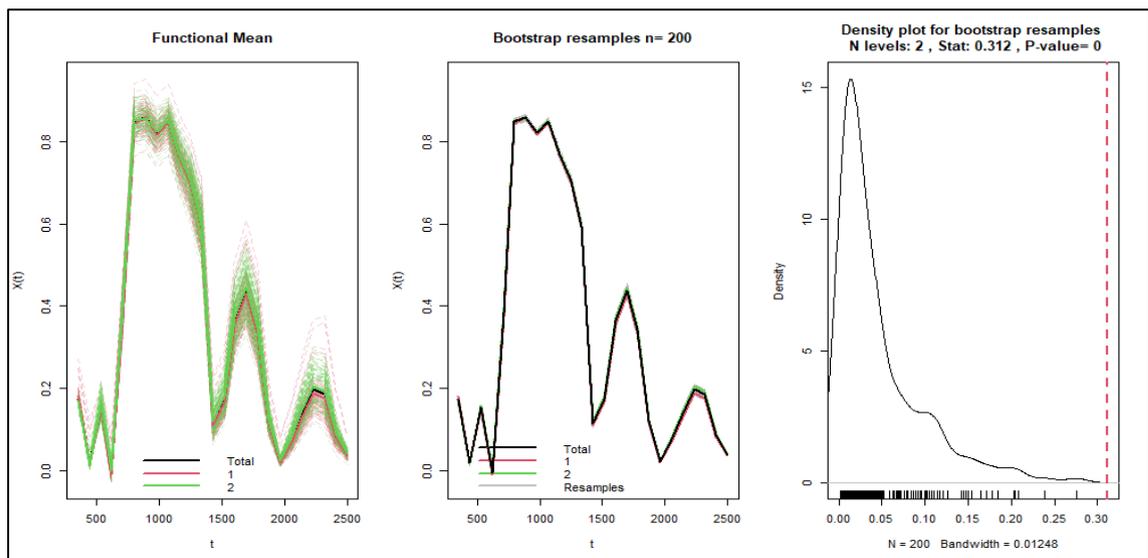


**Gráfico 56-3.** ANOVA funcional entre cultivos en hojas

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 56-3 se muestra la comparación entre Colta 1 (rojo), Colta 2 (azul) e INIAP Quito (verde) de las 33 muestras de hojas, con un nivel de confianza del 95% existe evidencia suficiente para concluir que la diferencia de porcentaje de reflectancia de los tres cultivos es significativa.

### 3.6.3. ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en hojas de Colta 1

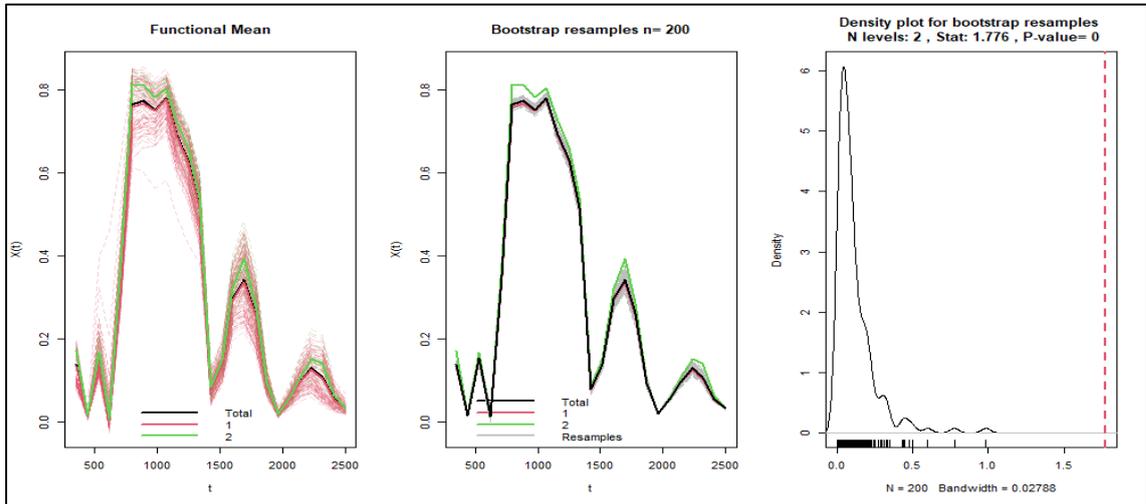


**Gráfico 57-3.** ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en hojas de Colta 1

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 57-3 se muestra la comparación entre las Líneas (rojo) y Maizales (verde) de las hojas del cultivo Colta 1, a un nivel de confianza del 95% existe evidencia suficiente para concluir que la diferencia de porcentaje de reflectancia entre ellas es significativa.

### 3.6.4. ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en hojas de INIAP Quito

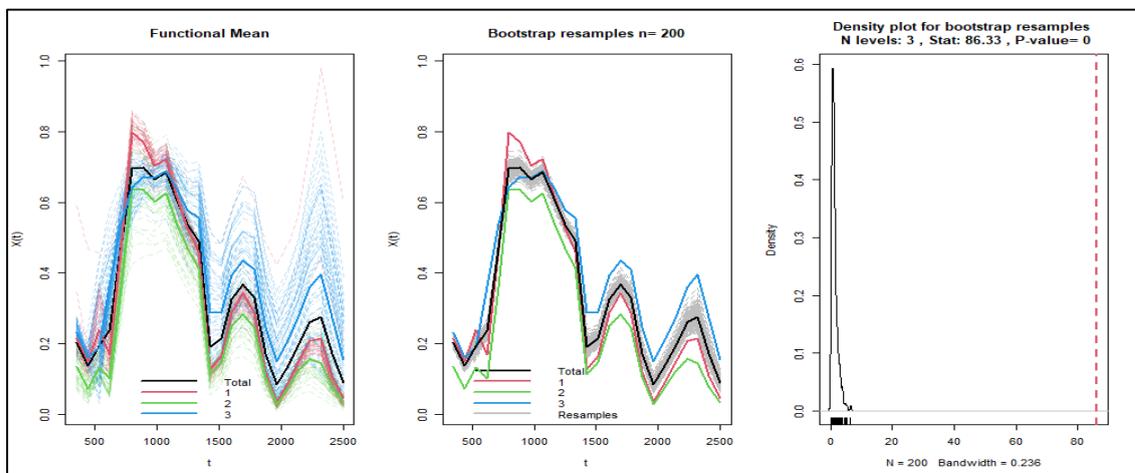


**Gráfico 58-3.** ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en hojas de INIAP Quito

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 58-3 se muestra la comparación entre las Líneas (rojo) y Maizales (verde) de las hojas del cultivo INIAP Quito, a un nivel de confianza del 95% existe evidencia suficiente para concluir que la diferencia de porcentaje de reflectancia entre estas es significativa.

### 3.6.5. ANOVA funcional entre cultivos en Flores

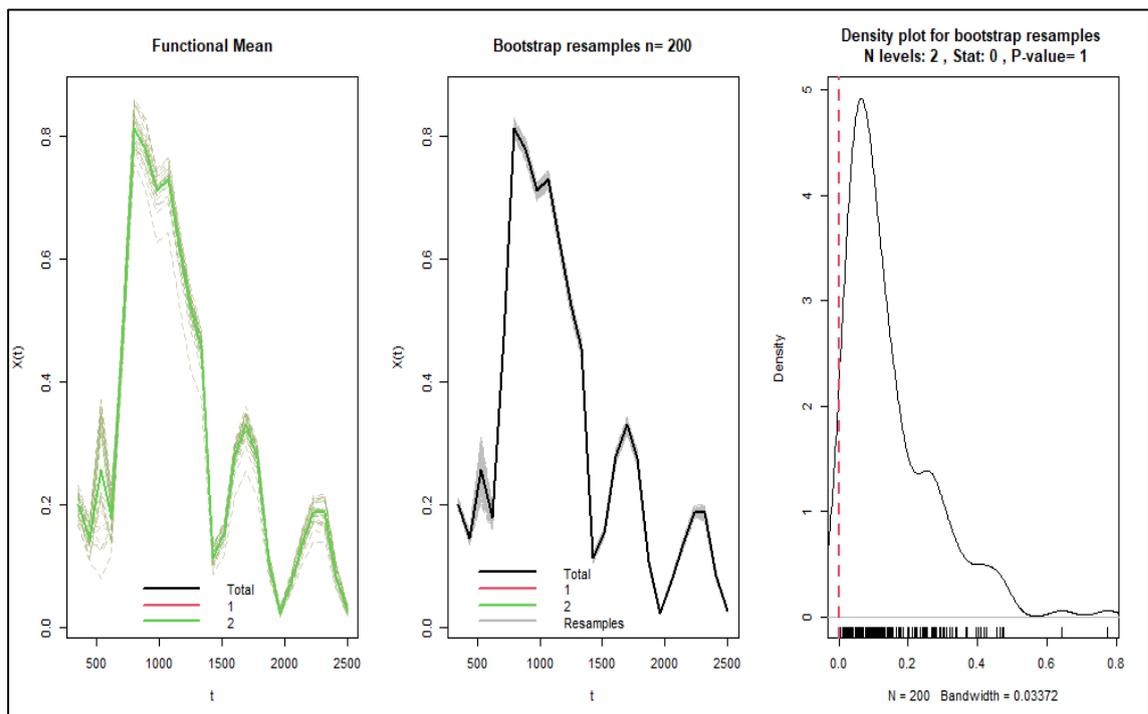


**Gráfico 59-3.** ANOVA funcional entre cultivos en flores

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 59-3 se muestra la comparación entre los tres cultivos estudiados Colta 1 (rojo), Colta 2 (azul) e INIAP Quito (verde) de las 33 muestras de flores, y se observó que con un nivel de confianza del 95% existe evidencia suficiente para concluir que la diferencia de porcentaje de reflectancia entre los tres cultivos es significativa, observando también que estas presentan una mayor variabilidad se presume resultante por las diferentes tonalidades de flores en cada combinación genética.

### 3.6.6. ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en flores de Colta 1

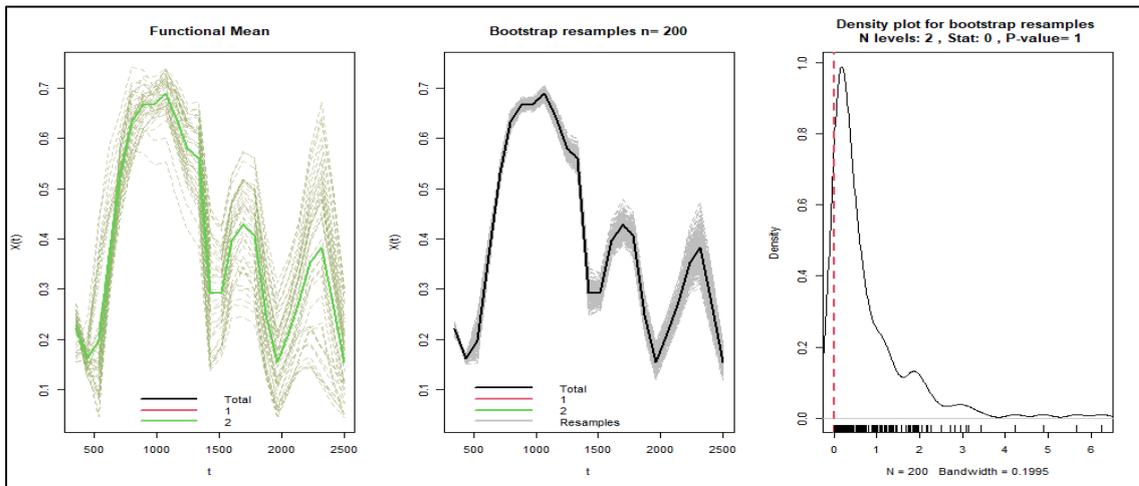


**Gráfico 60-3.** ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en flores de Colta 1

**Realizado por:** (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 60-3 se muestra la comparación entre las Líneas (rojo) y Maizales (verde) de las flores del cultivo Colta 1, a un nivel de confianza del 95% existe evidencia suficiente para concluir que la diferencia de porcentaje de reflectancia entre estas no es significativa.

### 3.6.7. ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en flores de Colta 2

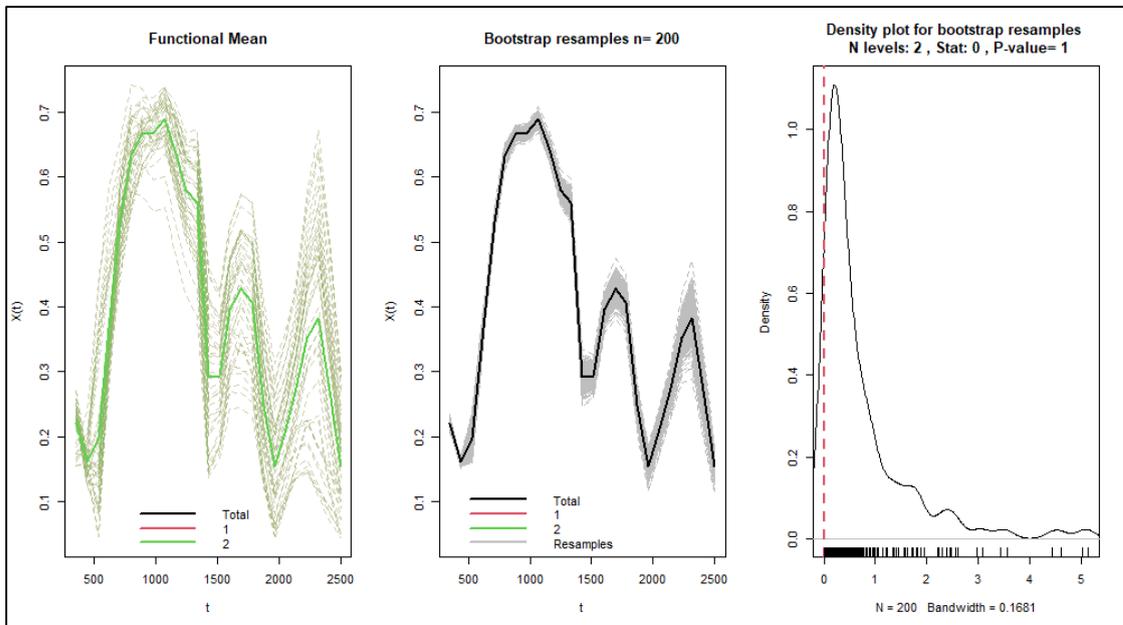


**Gráfico 61-3.** ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en flores de Colta 2.

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 61-3 se muestra la comparación entre las Líneas (rojo) y Maizales (verde) de las flores del cultivo Colta 2, a un nivel de confianza del 95% existe evidencia suficiente para concluir que la diferencia de porcentaje de reflectancia entre estas no es significativa.

### 3.6.8. ANOVA funcional entre líneas (LQ) y maizales (MQ) en flores de INIAP Quito



**Gráfico 62-3.** ANOVA funcional entre líneas y maizales en flores de INIAP Quito

Realizado por: (Bastidas H, 2021).

En el Gráfico 62-3 se muestra la comparación entre las Líneas (rojo) y Maizales (verde) de las flores del cultivo INIAP Quito, a un nivel de confianza del 95% existe evidencia suficiente para concluir que la diferencia de porcentaje de reflectancia entre estas no es significativa.

## CONCLUSIONES

- Se identificó las zonas geográficas de cultivo de quinua muestreadas, con la ayuda de Google Earth y colaboración con el GEAA, CEFA y la UNACH, quienes proporcionaron la información necesaria. Se usó Rstudio para estructurar las matrices requeridas para su análisis. Se analizó el porcentaje de reflectancia tomada con un espectroradiómetro, en los tres cultivos de quinua en tres plantas. En cada una de ellas se midió de 4 hojas y 1 flor para las 33 muestras, salvo algunas excepciones en donde por causas externas no fue posible llevar este muestreo, con la finalidad de reducir la variabilidad y sesgo de las curvas. Mediante el criterio de validación cruzada se calculó 23 o 25 bases mínimas para el suavizado mediante *B-splines*. Se realizó un análisis exploratorio funcional para conocer el comportamiento de cada una de las 33 muestras de cada tratamiento, se observó que las flores presentaban mayor variabilidad funcional, la limpieza de curvas atípicas mostró que 15 de las 33 contenían al menos una curva atípica, mientras que en las hojas 18 de las 33 contenían mínimo una curva atípica.
- Mediante un análisis de componentes principales funcionales se identificó el comportamiento de cada una de las combinaciones genéticas (tratamientos) estudiadas, logrando observar grupos de hojas que presentaban similitudes y flores, que en su gran mayoría se mantenían dispersas en el plano, esto se realizó tanto en líneas y maizales en los tres cultivos, resaltando que, en Colta 2 no se tiene información de hojas por lo que se observa en mayor frecuencia que las flores no tienden a formar grandes grupos, esto se da, debido a la gran variabilidad que presentan éstas entre combinaciones genéticas.
- Se analizó la reflectancia en tres etapas fenológicas de la planta de quinua: inicio de floración (Colta 1), madurez fisiológica y comercial (Colta 2) y grano lechoso (INIAP Quito), dentro de cada una de ellas se categorizó como líneas (LQ) y maizales (MQ), con la finalidad de conocer si la edad de la planta influye significativamente. Se realizó un ANOVA funcional, en donde en primera instancia debido a la variabilidad observada entre las flores y hojas en análisis anteriores, se consideró realizar una comparación, demostrando estadísticamente que presentan diferencias significativas, por lo que, se trabajó por separado, este sería considerado el factor más grande. Luego se realizó la comparación entre los tres cultivos en donde tanto para flores y hojas no se encontró suficiente evidencia para concluir la igualdad de medias, es decir, que el porcentaje de reflectancia varía respecto a su edad. Se realizó otro test considerando un factor más pequeño con la finalidad de encontrar algún comportamiento interesante, este factor que considera la comparación entre las líneas (LQ) y maizales (MQ) de los tres cultivos, en donde, para el caso de las hojas en los cultivos Colta 1 e INIAP Quito existe suficiente evidencia de diferencias significativas, por lo que, las líneas y maizales presentan un porcentaje diferente, para este caso no se cuenta con información de hojas en el

cultivo Colta 2; mientras que, para las flores no existe suficiente evidencia para rechazar que la reflectancia en las flores de los 3 son estadísticamente iguales.

## RECOMENDACIONES

- Debido a la variabilidad observada en las flores sería interesante profundizar su estudio con metodología funcional para conocer y determinar a qué se debe su comportamiento.
- Implementar el uso de drones, para la toma de la información mediante imágenes de la vegetación, ya que, estas se modelan de forma polinomial permitiendo aumentar en el estudio variables de interés y así realizar comparaciones con menos variabilidad.
- Realizar un seguimiento a una muestra, desde su primera etapa fenológica hasta el momento de su cosecha para contrastar con los resultados obtenidos en esta investigación, debido a que, se sospecha de sesgo en los resultados, y posiblemente se deban a las mediciones no tomadas en las mismas plantas durante su crecimiento.
- Incentivar el uso de técnicas estadísticas basadas en metodología funcional a los estudiantes de la carrera de Estadística con la finalidad de resolver problemas en diferentes disciplinas científicas y sociales.

## **BIBLIOGRAFÍA**

**AGUILERA MORILLO, M.C.** Estimación penalizada con datos funcionales [En línea]. (Trabajo de Titulación). (Maestría). Universidad de Granada. España. 2009. pp. 1-76. Disponible en: <https://masteres.ugr.es/moea/pages/tfm0809/estimacinpenalizada-con-datos-funcionales>.

**BERNAL B; et al.** Quinoa , Con Miras a Su Utilización En Un. [en línea], 2015, no. September, pp. 1-16.

**BOTERO HERRERA, J. M.** Determinación del nivel foliar de nutrientes mediante espectroscopía de reflectancia, 2009, Medellín: s.n.

**CARRILLO, L.** Determinación de la firma espectral de gynoxys sp, para la clasificación de imágenes satelitales en el bosque de ceja andina en la parroquia achupallas, cantón Alausí, provincia de Chimborazo. 2016.

**CHAVEZ, C.; et al.** Análisis de componentes principales funcionales en series de tiempo económicas. GECONTEC. Revista internacional de gestion del conocimiento y la tecnología, Volumen 3. 2015.

**CHECA GAMARRA, M. C.; & ESCUDERO VILLA, A. I.** Análisis geoestadístico de datos funcionales de temperatura del aire en la provincia de Chimborazo. 2020. Riobamba(Chimborazo).

**CHUVIECO SALINERO, E.** Teledeteccion ambiental, la observacion de la tierra desde el espacio. 2010, p. 58.

**DE LA CRUZ, D. J.; et al.** Spectral Indexes in Sweet Pepper for Diagnosis of Nitrogen Nutrient Status. Terra latinoamericana, 2011. Volumen 29.

**ESCUDERO VILLA, A.I.** Modelos funcionales para el tratamiento de datos de Radiación Solar Global [En línea]. (Trabajo de Titulación). (Maestría). Universidad de Granada. España. 2016. pp. 1-128. Disponible en: [https://masteres.ugr.es/moea/pages/curso\\_201516\\_tfm\\_1516/TFM\\_Escudero\\_Villa](https://masteres.ugr.es/moea/pages/curso_201516_tfm_1516/TFM_Escudero_Villa).

**ESCUDERO, A.; & HARO, S.** Suavizado de curvas mediante B-spline para el análisis funcional de la radiación solar global. Perfiles, 2017, 10 diciembre, 2(18), p. 42.

**FAIROOZ, J.; et al.** Estudio preliminar: Propiedades espectrales de las microalgas en agua dulce. 2013.

**FEBRERO-BANDE, M.; & OVIEDO DE LA FUENTE, M.** Statistical Computing in Functional Data Analysis: The R Package fda.usc. Journal of Statistical Software [En línea], 2012, vol. 51, no . 1, pp. 1-28. ISSN 1548-7660. Disponible en: <https://www.jstatsoft.org/index.php/jss/article/view/v051i04>.

**GALARZA MORALES, C.; & VERA ALCÍVAR, F.** Análisis de varianza funcional para medir el efecto de recubrimientos revestibles de almidón en características físico-químicas de papayas durante las dos primeras semanas del período de maduración post-cosecha. 2013. Guayaquil(Guayas)

**GAO, H.; & NIEMEIER, D.** Using functional data analysis of diurnal ozone and NO<sub>x</sub> cycles to inform transportation emissions control. Transportation Research Part D: Transport and Environment, 13(221-238). 2008.

**GIRALDO, R.** Estudio de firmas espectrales de palmas de aceite afectadas con la marchitez letal, usando analisis estadistico de datos funcionales. Revista Palmas, vol. 37, pp. 131-139. ISSN 0121-2923. 2016. Disponible en: <https://publicaciones.fedepalma.org/index.php/palmas/article/view/11897>.

**GIRALDO, R.; & DELICADO, P.** Continuous time-varying kriging for spatial prediction of functional data: An environmental application. Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics, 2010, Volumen 15.

**HARO RIVERA, S.; & ESCUDERO VILLA, A.** Interpolación de datos faltantes mediante spline cúbico y mínimos cuadrados. Revista Perfiles, 20 abril, 2017. 1(17), p. 63.

**HUNT, R.** Demography versus plant growth analysis. 1997.

**INIAP.** Estacion experimental Santa Catalina. 2013.

**LEDESMA, R. D.** Introducción al Bootstrap. Tutorials in Quantitative Methods for Psychology. 2008. vol. 4(2)

**LEIVA, C.; et al** Manual Técnico productivo y económico bajo condición actual y clima

proyectado al 2030, 2007..

**MADURAPPERUMA; et al.** Variation in leaf spectral signatures: comparison of. 2014. Volumen 18.

**MHOR, H.; & SCHOPFER, P.** Plant Physiology. 1995.

**MORALES, A.; & MORAL, D.** Universidad de granada. 2009. vol. 4, no. 2, pp. 185-190.

**MUJICA, A.; et al.** Granos y leguminosas andinas.1992.

**NOGUERALES, J.** Análisis de Datos Funcionales , Clasificación y Selección de Variables. 2010.

**RADOSEVICH, S.; & HOLT, J.** Weed ecology. 1984. p. 263.

**TAGUACUNDO ORTA, O. E.; & ESCUDERO VILLA, A. I.** Componentes Principales Funcionales De La Radiación Solar Global De La Provincia De Chimborazo, 2014-2017. Escuela Superior Politecnica de Chimborazo, 15 noviembre. 2019.

**TAPIA, M.** Cultivos andinos subexplotados y su aporte a la alimentación. 2000.

**VEAS, E.; et al.** Procesamiento y manejo de postcosecha del grano de Quinoa. Revista Tierra adentro especial Quinoa, 2015. Disponible en: <https://biblioteca.inia.cl/bitstream/handle/20.500.14001/67723/NR40352.pdf?sequence=17&isAllowed=y>

**WANG, J.; et al.** Review of Functional Data Analysis. 2015. Disponible en: <https://anson.ucdavis.edu/~mueller/Review151106.pdf>

**ZHAN, Y;et al.** Application of neural networks to discriminate fungal infection levels in rice panicles using hyperspectral reflectance and principal components analysis. 2009.



DIRECCIÓN DE BIBLIOTECAS  
Y RECURSOS PARA EL APRENDIZAJE  
Y LA INVESTIGACIÓN  
Lic. Donata Barrera Equillas MBA  
SERV. ANALISTA DE BIBLIOTECA 1

## ANEXOS

### ANEXO A. LIBRERÍAS UTILIZADAS

#### Código en R

```
library(mgcv)
library(fda.usc)
library(readxl)
library(dplyr)
library(openxlsx)
library(calibrate)
```

### ANEXO B. PREPARAR Y CARGAR LA BASE DE DATOS A RSTUDIO

Para preparar las muestras tomadas mediante el espectroradiómetro sobre la reflectancia de las plantas de Quinoa, misma que debía de identificar y separar las muestras de hojas y flores de cada una de las razas de las plantas de Quinoa. Por lo cual se implementó una función dentro del software R que permita preparar y cargar la base de datos de cada una de las muestras y asignarle según su naturaleza y especie a una variable específica y única. A continuación, se muestra la función creada para importar las muestras, unir las tres plantas y separar hojas de flores.

#### Código en R

```
hojas<- function(x) {
  a<-read_excel(x,col_names = NP1,skip = 1)
  b<-read_excel(x,sheet = 2,col_names = NP2,skip = 1)
  c<-read_excel(x,sheet = 3,col_names = NP3,skip = 1)
  hojas<- cbind(a[, 1:40],b[, 1:40],c[, 1:40])
}
flores<- function(x) {
  a<-read_excel(x,col_names = NP1,skip = 1)
  b<-read_excel(x,sheet = 2,col_names = NP2,skip = 1)
  c<-read_excel(x,sheet = 3,col_names = NP3,skip = 1)
  flor<- cbind(a[, 41:50],b[, 41:50],c[, 41:50])
}
```

Para cargar la base de datos solo es necesario llamar a las funciones antes creadas y estas se encargan de importar la información de Excel al software Rstudio, además se le asigna un nombre único a cada una de ellas.

#### Código en R

```
LQ101flor<-flores("COLTA 1/LQ101.xlsx")
LQ101hoja<-hojas("COLTA 1/LQ101.xlsx")
```

Una vez cargada las bases de datos estas deben ser transformadas en datos funcionales para que el software las reconozca como curvas, esto es posible con la ayuda del paquete fda.usc el cual permite transformar directamente los datos de la reflectancia directamente a funcionales con la función fdata.

## Código en R

```
wavelength=c(350:2500)
LQ101hoja.fdata=fdata(t(LQ101hoja),wavelength)
LQ101flor.fdata=fdata(t(LQ101flor),wavelength)

plot(LQ101hoja.fdata,main = list(" Reflectancia Hoja"))
plot(LQ101flor.fdata,main = list(" Reflectancia Flor"))
```

## ANEXO C. SUAVIZADO DE B-SPLINES

Para realizar un suavizado de *B-splines* primero es fundamental encontrar el número de bases optimas con las que se va a trabajar, para eso se llama a la función `optim.basis` se le especifica el tipo y numero de bases que se busca con una secuencia que describa de manera óptima cada una de las muestras.

## Código en R

```
nb <- seq(5,25, by = 2)
BOp1<-optim.basis(reflecT1, type.CV = GCV.S, verbose = T, type.basis =
"bspline",numbasis = nb)
```

Con el número de bases optimas fijado para cada muestra se procede a realizar el suavizado con ayuda de la función `create.bspline.basis`.

## Código en R

```
argm<-350:2500
base_splines1<- create.bspline.basis(rangeval=c(min(argm), max(argm)), nbasis=
BOp1$numbasis.opt)
```

## ANEXO D. MEDIA Y DESVIACIÓN FUNCIONAL

Para calcular la media y la desviación funcional es muy sencillo en el software Rstudio ya que solo se debe llamar a las funciones `mean.fd` y `std.fd` respectivamente mismas que forman parte del paquete `fda.usc`.

## Código en R

```
mean.fd(Tratamiento1_fd)
std.fd(Tratamiento1_fd)
```

## ANEXO E. REMUESTREO DE BOOTSTRAP

Con la ayuda de la función `fdata.bootstrap` perteneciente al paquete `fda.usc`, mismo que nos proporciona una aproximación a la distribución que siguen los datos, así como también sus bandas de confianza.

## Código en R

```
a1<-fdata(Tratamiento1_fd)
Tlboot.m=fdata.bootstrap(a1,statistic=func.mean,alpha=0.05,nb=1000, draw=F,smo=0.1)
```

## ANEXO F. CURVAS ATÍPICAS

Para detectar curvas atípicas en el estudio se utilizó la función `outliers.fdata` la cual se basa en la prueba de razón de verosimilitud.

### Código en R

```
T1_atiph<-outliers.depth.trim(Tratamiento1_fd, nb = 200, smo = 0.05, trim = 0.01, quan  
= 0.5, dfunc=depth.mode, ns = 0.01)
```

## ANEXO G. COMPONENTES PRINCIPALES FUNCIONALES

Utilizando la función `pca.fd` se logró calcular los componentes principales funcionales, su variabilidad explicada con etiquetas que permitan identificar a que grupo pertenecen cada una de las observaciones permitiendo de esta manera visualizar su comportamiento.

### Código en R

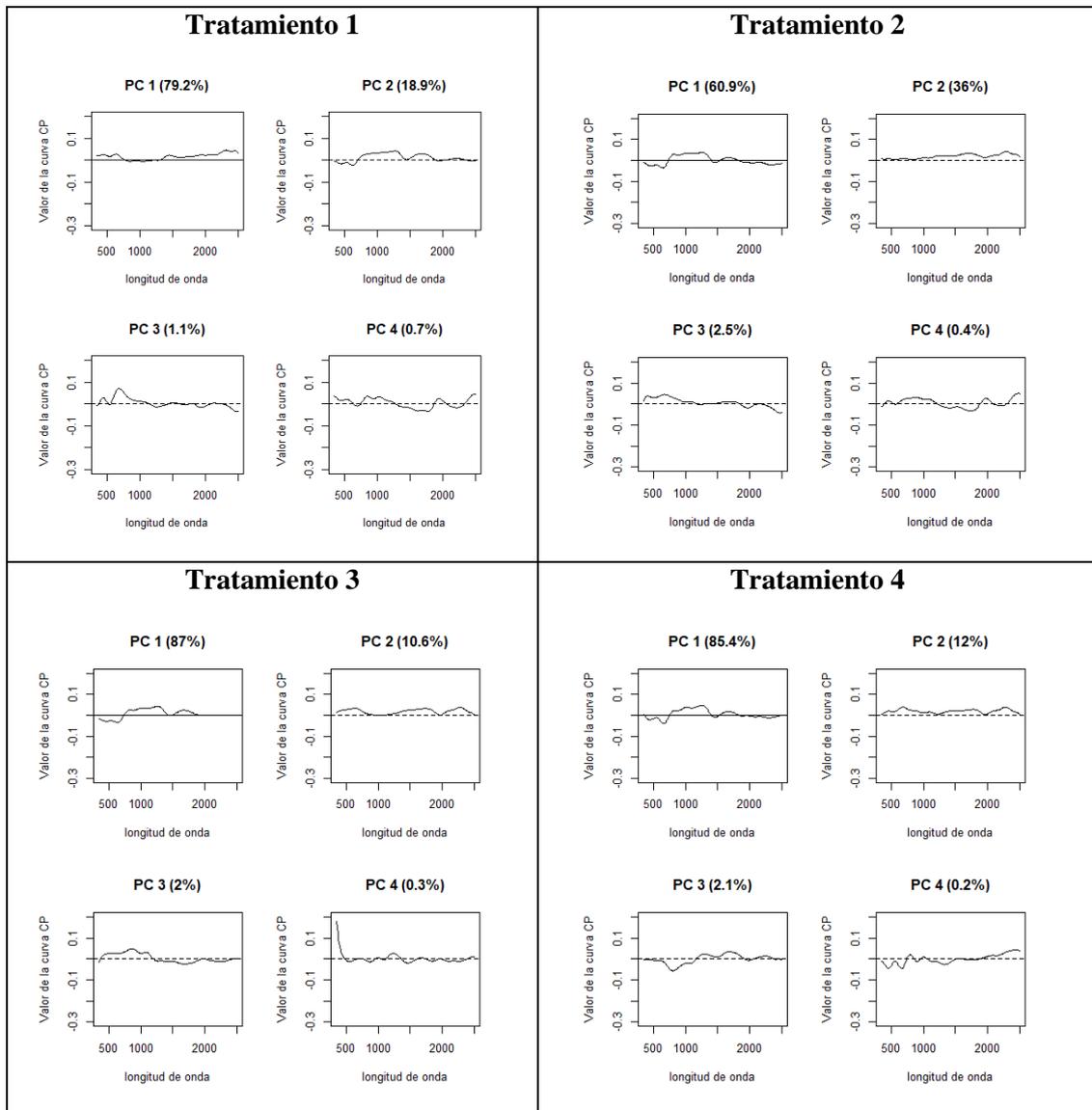
```
acpl <-pca.fd(T1_fd, nharm = 4)  
vefd1<-cumsum(acpl$varprop) #variabilidad explicada  
c1_c2_1<-(acpl$scores[,1:2]) # primera y segunda componente  
  
plot(c1_c2_1,main = paste("(",round(vefd1[2], 2)*100,"%"),", " " de variabilidad  
explicada"), xlab = "Primera Componete", ylab = "Segunda Componete", las = 1, cex.lab  
= 0.9, pch = 19, cex.axis = 0.8,asp=10,col=c(rep("blue",12),rep("red",3)))  
c1_1 <- acpl$scores[,1]  
c2_1 <- acpl$scores[,2]  
textxy(X = c1_1, Y = c2_1, cex = 0.7, labs = colnames(Ts1))  
  
f_loadings1 <- acpl$harmonics  
prop_var1 <- round(acpl$varprop*100, digits=1)  
  
par(mfrow=c(2,2))  
#Primera curva de CP  
plot(reflect1,xlim=c(350,2500),ylim=c(-0.3,0.2),main=paste("PC 1",  
"(",prop_var1[1],"%"),sep=""),xlab="longitud de onda",  
ylab="Valor de la curva CP")  
lines(f_loadings1[1])  
abline(h=0, lty=1)  
#Segunda curva de CP  
plot(reflect1,xlim=c(350,2500),ylim=c(-0.3,0.2), main=paste("PC 2",  
"(",prop_var1[2],"%"),sep=""),xlab="longitud de onda",  
ylab="Valor de la curva CP")  
lines(f_loadings1[2])  
abline(h=0, lty=2)
```

```

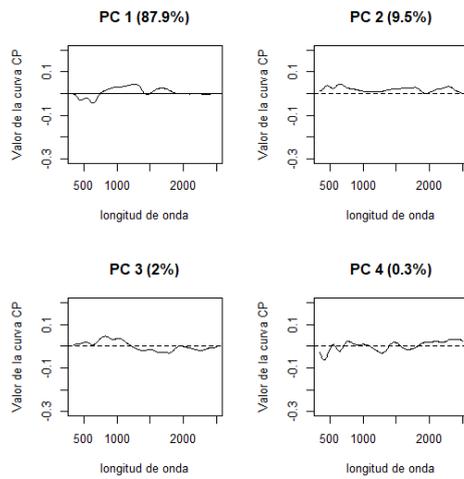
#Tercera curva de CP
plot(reflect1,xlim=c(350,2500),ylim=c(-0.3,0.2),      main=paste("PC      3      ",
"(",prop_var1[3],"%"),sep=""),xlab="longitud de onda",
      ylab="Valor de la curva CP")
lines(f_loadings1[3])
abline(h=0, lty=2)
#Cuarta curva de CP
plot(reflect1,      xlim=c(350,2500),ylim=c(-0.3,0.2),main=paste("PC      4      ",
"(",prop_var1[4],"%"),sep=""),xlab="longitud de onda",
      ylab="Valor de la curva CP")
lines(f_loadings1[4])
abline(h=0, lty=2)

```

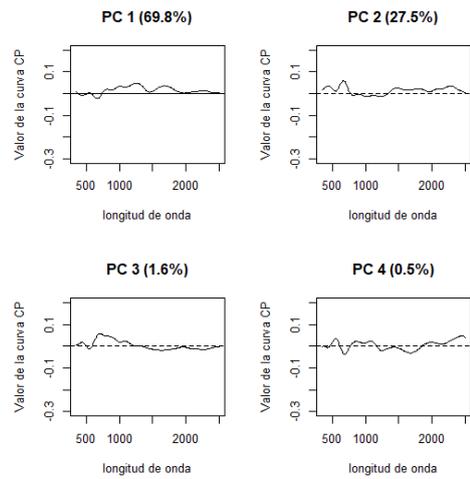
A continuación, se muestra los gráficos para cada uno de los tratamientos.



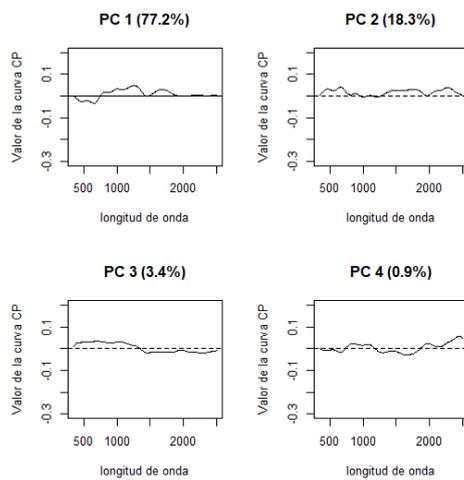
### Tratamiento 5



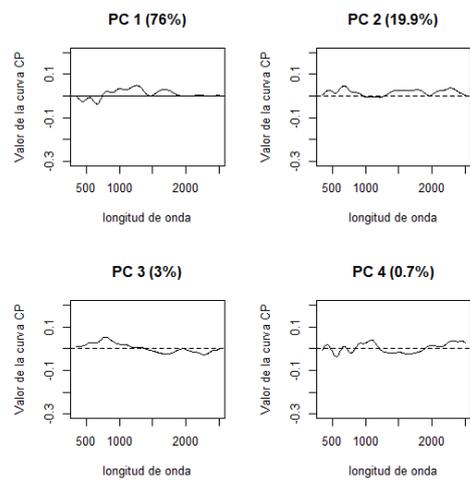
### Tratamiento 6



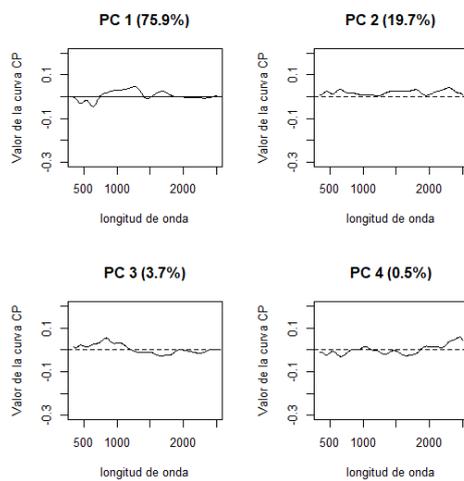
### Tratamiento 7



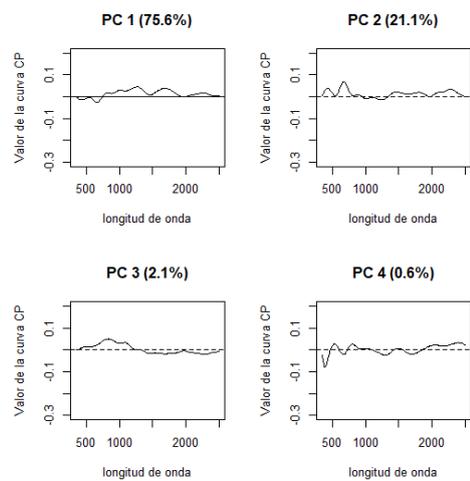
### Tratamiento 8



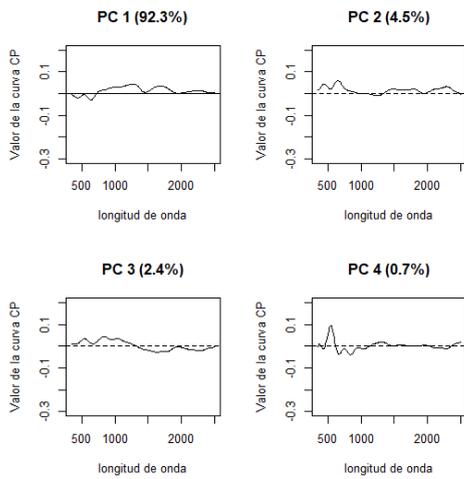
### Tratamiento 9



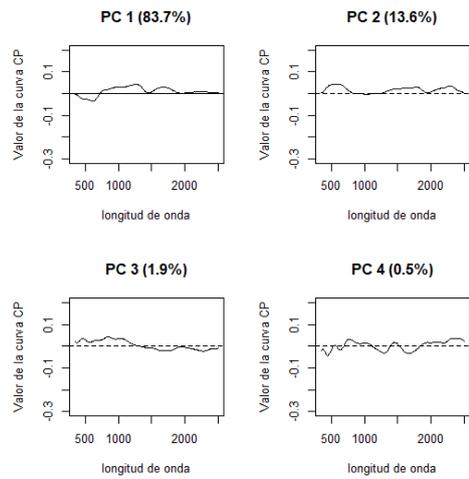
### Tratamiento 10



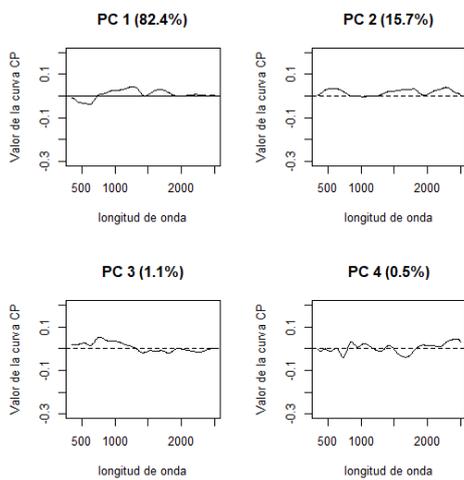
### Tratamiento 11



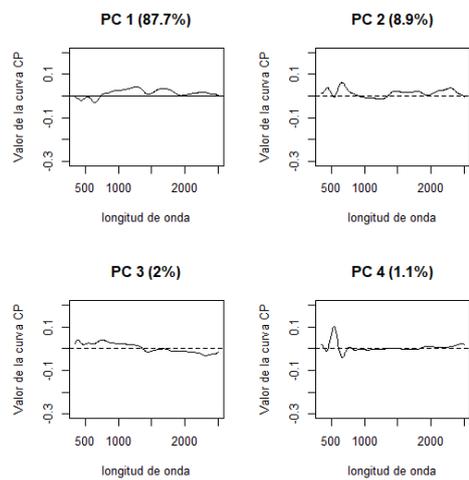
### Tratamiento 12



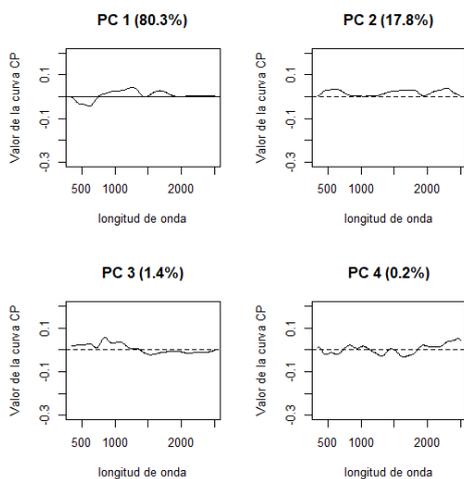
### Tratamiento 13



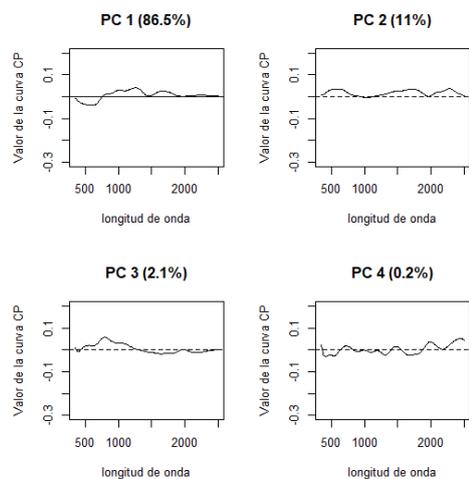
### Tratamiento 14



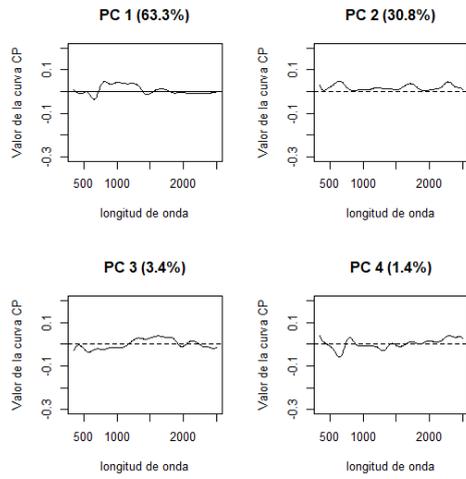
### Tratamiento 15



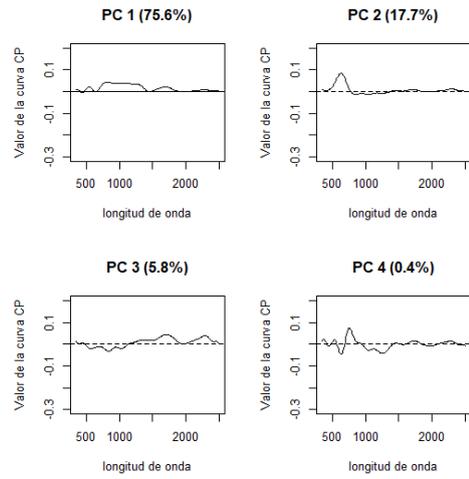
### Tratamiento 16



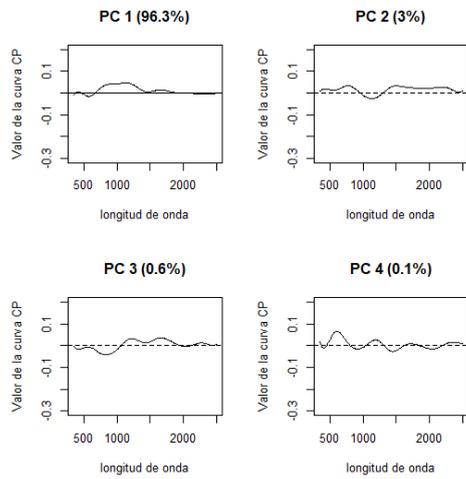
### Tratamiento 17



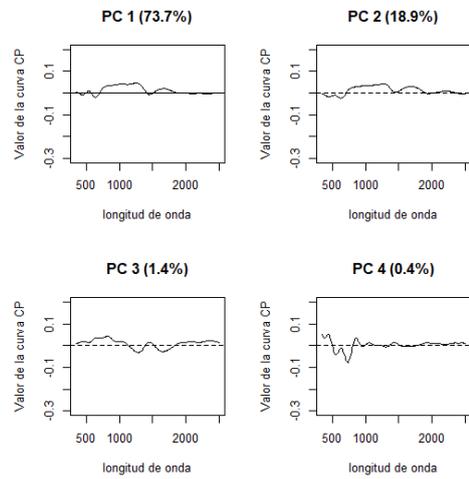
### Tratamiento 18



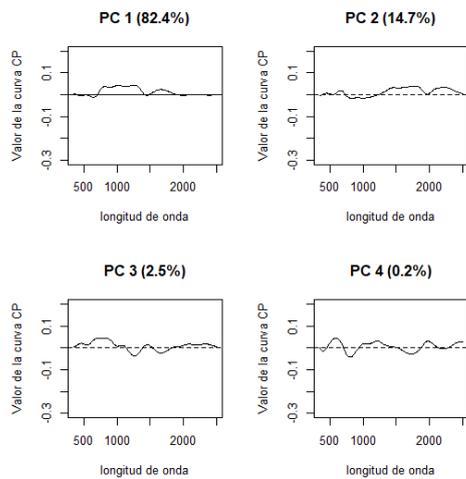
### Tratamiento 19



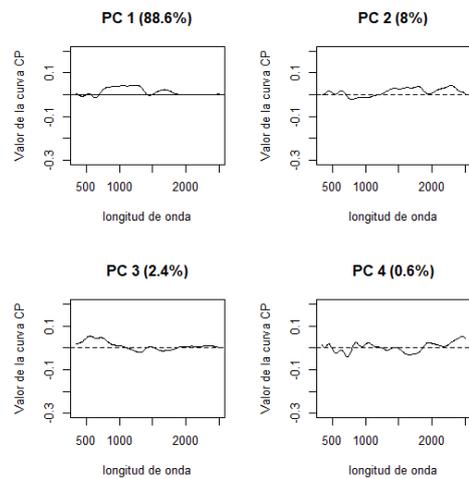
### Tratamiento 20



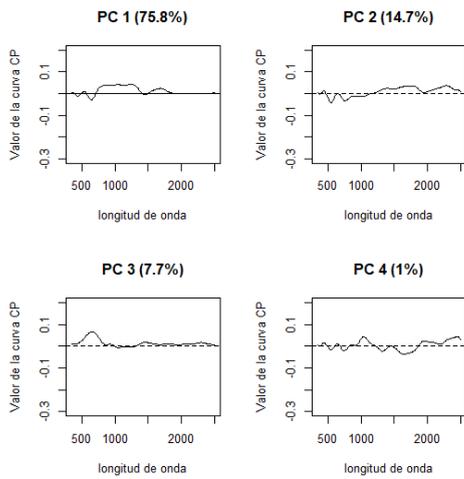
### Tratamiento 21



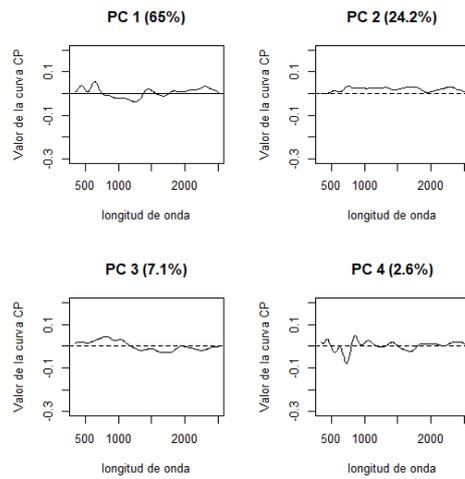
### Tratamiento 22



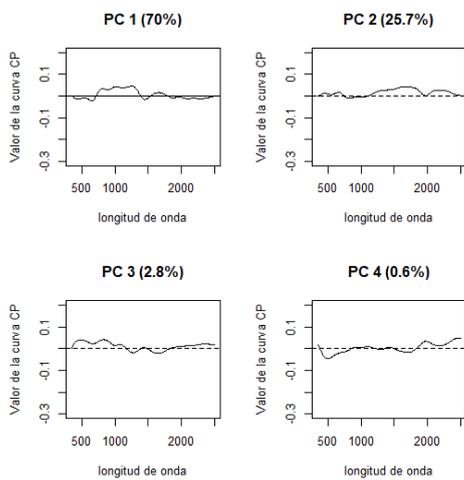
### Tratamiento 23



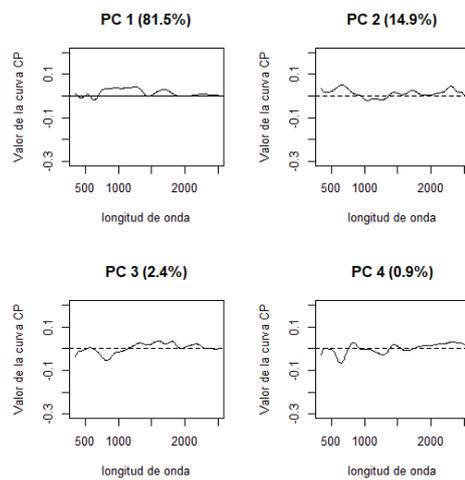
### Tratamiento 24



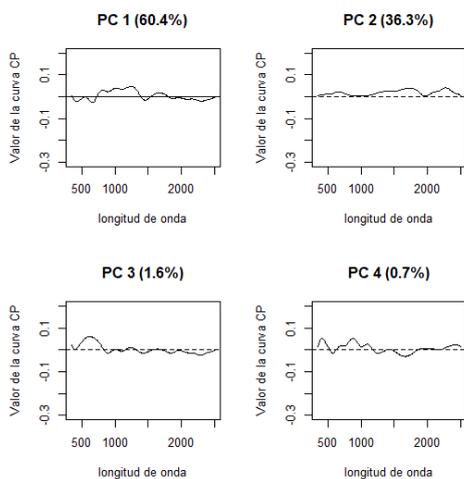
### Tratamiento 25



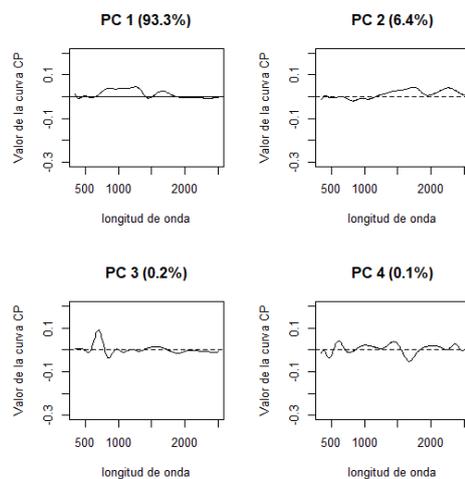
### Tratamiento 26

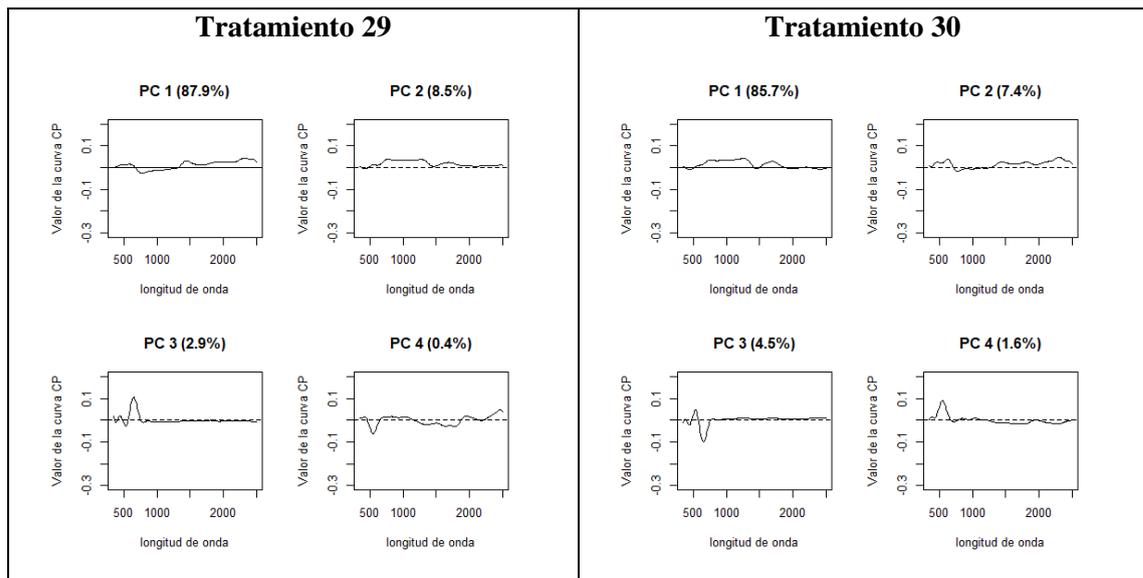


### Tratamiento 27



### Tratamiento 28





## ANEXO H. ANOVA FUNCIONAL

Para calcular el análisis de varianza funcional se utilizó `fanova.onefactor`.

### Código en R

```

Comparacion <- Data2fd(GrupTmt, argvals=argm, Suavisado1)
Comparacionf<-fdata(Comparacion)

fanova.onefactor(Comparacionf,grupoM1,plot=TRUE,nboot = 200)

```



epoch

Dirección de Bibliotecas y  
Recursos del Aprendizaje

UNIDAD DE PROCESOS TÉCNICOS Y ANÁLISIS BIBLIOGRÁFICO Y  
DOCUMENTAL

REVISIÓN DE NORMAS TÉCNICAS, RESUMEN Y BIBLIOGRAFÍA

Fecha de entrega: 07 / 09 / 2022

<b>INFORMACIÓN DEL AUTOR/A (S)</b>
<b>Nombres – Apellidos:</b> Harry Cristobal Bastidas Miguez
<b>INFORMACIÓN INSTITUCIONAL</b>
<b>Facultad:</b> Ciencias
<b>Carrera:</b> Estadística
<b>Título a optar:</b> Ingeniero en Estadística Informática
<b>f. Analista de Biblioteca responsable:</b> Ing. Leonardo Medina Ñuste MSc.

X



1586-DBRA-UTP-2022