



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS
CARRERA FÍSICA

**“TOMOGRÀFIA DE LAS PUERTAS CUANTICAS DE
LAS COMPUTADORAS IBM”**

Trabajo de Titulación

Tipo: Proyecto de Investigación

Presentado para optar al grado académico de:

FÍSICO

AUTOR: ROMARIO BOLIVAR OBANDO MONTAÑO

DIRECTOR: Mgr. Bc Bc Jiří Svozilík PHD, PHD.

Riobamba – Ecuador

2023

©2023, Romario Bolívar Obando Montaña

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento, siempre y cuando se reconozca el Derecho de Autor.

Yo, ROMARIO BOLIVAR OBANDO MONTAÑO, declaro que el presente trabajo de titulación es de mi autoría y los resultados de este son auténticos. Los textos en el documento que provienen de otras fuentes están debidamente citados y referenciados.

Como autor asumo la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este trabajo de titulación. El patrimonio intelectual pertenece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Riobamba, 13 de Marzo de 2023.




A handwritten signature in blue ink, reading "Romario Obando Mb.", written over a horizontal line.

Romario Bolívar Obando Montaña

085002597-4

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS
CARRERA FÍSICA

El tribunal del Trabajo de Titulación certifica que: El Trabajo de Titulación: Tipo: Proyecto Integrador, **TOMOGRFIA DE LAS PUERTAS CUANTICAS DE LAS COMPUTADORAS IBM**, realizado por el señor: **ROMARIO BOLIVAR OBANDO MONTAÑO**, ha sido minuciosamente revisado por los Miembros del Tribunal del Trabajo de Titulación, el mismo que cumple con los requisitos científico, técnicos, legales, en tal virtud el Tribunal Autoriza su presentación.

	FIRMA	FECHA
Dr. Arquimides Xavier Haro Velastegui PRESIDENTE DEL TRIBUNAL	 _____	2023-03-13
Mgr. Bc. Bc. Jiří Svozilík P.hD, P.hD DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN	 _____	2023-03-13
Mgs. Julio Cesar Andrade Landeta ASESOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN	 _____	2023-03-13

DEDICATORIA

Agradezco a Dios por permitirme estar aquí, guiarme y hacer posible la obtención del trabajo de titulación. A mi madre Anne Montaña, a mis hermanos, a mi tía Clemencia, a mi compañera de vida Iris Caicedo y a mi hija Zahara Obando quienes me han guiado y han estado constantemente a que no decaiga y si se puede conseguir todo lo que me proponga con esmero y sacrificio. Son todo lo más valioso que un ser humano puede tener y tengo el privilegio de ser mi familia y hogar.

Romario

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por sus bendiciones de cada instante de mi vida y en los momentos de adversidad poderme guiar y poder salir triunfante. Gratitud a mi madre Anne Montaña por ser parte de mi educación, enseñarme que con sacrificio se pueden alcanzar las cosas y que el estudio es la herramienta del mañana. Quiero agradecer a mi compañera Iris Caicedo por estar ahí a mi lado, por ayudarme e apoyarme en la formación como profesional y en especial por darme una razón para esmerarme, sacrificarme al doble, gracias Iris por nuestra hija Zahara Obando Caicedo. Mucha gratitud hacia la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo y a mi Escuela De Física que me dio el privilegio para constituirme académicamente y agradezco a todos los docentes por la paciencia y el apoyo brindado dentro y fuera de las aulas. Esto y inmensamente agradecido con mi tutor de tesis Mgr. BcBc. Jirí Svozilík PHD PHD por ser parte fundamental en la ejecución y desarrollo de esta investigación, gracias por impartir con paciencia sus saberes y solamente puedo decir que le agradezco demasiado.

.

Romario

TABLA DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE TABLAS.....	ix
ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	x
RESUMEN.....	xi
ABSTRACT.....	xii
INTRODUCCIÓN	1

CAPÍTULO I

1	PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	3
1.1	Planteamiento del problema.....	3
1.2	Problema general de investigación	3
1.3	Problemas específicos de investigación	3
1.4	Objetivos	4
1.4.1	<i>General</i>	<i>4</i>
1.4.2	<i>Específicos</i>	<i>4</i>
1.5	Justificación	4
1.5.1	<i>Justificación teórica</i>	<i>4</i>
1.5.2	<i>Justificación metodológica</i>	<i>4</i>
1.5.3	<i>Justificación práctica</i>	<i>5</i>

CAPÍTULO II

2	Marco Teórico	6
2.1	Postulados de la mecánica cuántica.....	6
2.2	Espacio de Hilbert.....	7
2.3	Matriz densidad.....	7
2.4	Teoría cuántica y computación	7
2.4.1	Qubits	7
2.4.2	<i>Esfera de Bloch</i>	<i>8</i>
2.5	Compuertas cuánticas.....	9
2.5.1	<i>Compuertas de un qubit</i>	<i>9</i>
2.5.2	<i>Compuertas de dos qubits</i>	<i>9</i>
2.6	Computación Cuántica	10
2.7	Fidelidad	11
2.8	Tomografía cuántica	11
2.8.1	<i>Tomografía cuántica de estados</i>	<i>11</i>

2.8.2	<i>Tomografía cuántica de procesos</i>	12
2.9	Proceso de calibración de errores de medidas	14
2.10	Caracterización de errores	14

CAPÍTULO III

3	MARCO METODOLÓGICO	15
3.1	Estados cuánticos de prueba	15
3.2	Tomografía cuántica de estados	17
3.3	Tomografía cuántica de procesos	20
3.4	Mitigación de errores	22
3.5	Ejecución de la simulación	24

CAPÍTULO IV

4	ANÁLISIS DE RESULTADOS	26
4.1	Determinación de los valores óptimos	26
4.2	Análisis de resultados experimentales	27

	CONCLUSIONES	29
--	---------------------------	----

	RECOMENDACIONES	30
--	------------------------------	----

BIBLIOGRAFÍA

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1-2:	Partes cuánticas de single Qubit investigadas.....	10
Tabla 1-4:	Las fidelidades para los procesadores Lima, Belem, Quito, considerando Nshots 1024.....	27
Tabla 2-4:	Las fidelidades para los procesadores Lima, Belem, Quito, considerando Nshots =20000.	28

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1-2:	Ejemplo de la esfera de Bloch.....	8
Ilustración 1-3:	Circuitos cuánticos realizando la tomografía de los estados después de la puerta X $ 0\rangle$ denomina el reinicio de qubit.	18
Ilustración 2-3:	Circuito cuántico	25

RESUMEN

La tomografía cuántica de procesos en el propósito caracterizar las puertas cuánticas de uno y múltiple qubits. Generalmente, las puertas cuánticas realizadas por las computadoras cuánticas no son perfectas. Por eso, la caracterización mediante la tomografía cuántica es necesaria para el diseño óptimo de los algoritmos cuánticos, por lo tanto, el objetivo de la presente investigación fue “Desarrollar la tomografía de las puertas cuánticas de las computadoras de IBM”. La metodología implementada tuvo un enfoque cuantitativo por el análisis de este tipo de datos consiste en analizar estadísticamente las puntuaciones recopiladas, por ejemplo, a través de preguntas de investigación y a la vez su desarrollo en los procesadores cuánticos. El objeto de estudio es descriptivo por motivo que la metodología a aplicar para deducir un bien o circunstancia que se esté presentando. El trabajo será cuasi-experimental pues se manipulará variables y su inferencia será hipotética. El estudio tendrá un periodo transversal porque tendrá un periodo determinado en el desarrollo de la tomografía cuántica de las computadoras IBM. Mediante esta metodología se logró determinar que utilizando los resultados que se vaya a obtener se va a establecer el nivel de errores de las puertas cuánticas estudiadas. En el contexto se concluye que a partir de esta matriz de densidad reconstruida, se pueden calcular cantidades de información cuántica relevantes, como el grado de entrelazamiento y la entropía, se va a llegar a demostrar cómo las medidas no ortogonales permiten la reconstrucción del estado del sistema siempre que las medidas abarquen el espacio de Hilbert

Palabras clave: <PUERTA CUÁNTICA>, <QUBIT>, <OPERACIÓN UNITARIA>, <ESTADOS CUÁNTICOS>, <TOMAGRAFÍA CUÁNTICA>.

1356-DBRA-UPT-2023



DBRA
Ing. Carlos Amador Castañón



ABSTRACT

Quantum tomography processes in order to characterise single- and multi-qubit quantum gates. Generally, quantum gates realised by quantum computers are not perfect. Therefore, characterisation by means of quantum tomography is necessary for the optimal design of quantum algorithms, therefore, the aim of the present research was "To develop tomography of quantum gates of IBM computers". The methodology implemented had a quantitative approach because the analysis of this type of data consists of statistically analysing the collected scores, e.g. through research questions and at the same time their development on quantum processors. The object of study is descriptive and the methodology to be applied to deduce a good or circumstance that is being presented. The work will be quasi-experimental because variables will be manipulated, and its inference will be hypothetical. The study will have a cross-sectional period because it will have a determined period in the development of quantum tomography of IBM computers. By means of this methodology, it was determined that using the results to be obtained, the error level of the quantum gates studied will be established. In the context it is concluded that from this reconstructed density matrix, relevant quantum information quantities can be calculated, such as the degree of entanglement and entropy, it will be demonstrated how non-orthogonal measurements allow the reconstruction of the state of the system if the measurements span the Hilbert space.

Keywords: <QUANTUM GATE>, <QUBIT>, <UNITARY OPERATION>, <QUANTUM STATES>, <QUANTUM TOMOGRAPHY>.



Dra. Carmita Eulalia Rojas Castro

060289046-9

INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la computación cuántica ha permitido mejorar el almacenamiento, procesamiento y la transmisión de información, lo cual representa un gran avance en la capacidad computacional para resolver un sin número de tareas de forma eficiente. Existen diversos métodos con sus correspondientes limitaciones, por lo que continuamente se implementan algoritmos basados en sistemas físicos tal que sea posible llegar a trabajar en condiciones reales¹. Esto implica la posibilidad de implementar y mejorar tecnologías como el internet cuántico, teleportación cuántica, contraseñas, sincronización de relojes atómicos, telescopios de mayor alcance y simulaciones de sistemas cuánticos de muchos cuerpos (Hasegawa et al. 2019).

Durante los tiempos recientes, las computadoras cuánticas se han vuelto ser disponible para la audiencia general, no solo para la academia o industria, por ejemplo, las computadoras de D-Wave, IBM, Xanadu, Google, entre otras. Esto ha permitido un avance muy rápido en el desarrollo de los diversos algoritmos cuánticos en casi todas las áreas de industria []. Considerando que la mayoría de los algoritmos utiliza el modelo computacional basado en las puertas cuánticas, es necesario ser capaces efectivamente evaluar su funcionamiento y ser capaces, si es posible, corregir los errores generados por las mismas. Para la tarea mencionada se pueden utilizar distintas medidas de similitud (fidelidad). Dependiendo del método elegido se obtienen distintos valores para la fidelidad (Fischer, Kienle, and Freyberger 2000).

El propósito del presente trabajo es caracterizar un sistema cuántico de dos bits a través de la tomografía cuántica. La tomografía cuántica caracteriza un estado cuántico de partículas con una serie de mediciones ejecutadas en diferentes bases y, dado que al ejecutar una medición el estado se perturba, es necesario llevarla a cabo en diferentes etapas, con copias idénticas del mismo estado (Altepeter, Jeffrey, and Kwiat 2005). Es un procedimiento que reconstruye parte de un sistema cuántico a partir de las mediciones obtenidas en un conjunto de experimentos, en la presente investigación se aborda la tomografía de estado cuántico y la tomografía de procesos. La primera consiste en un circuito que prepara un sistema en cierto estado y reconstruye una matriz densidad para este; la segunda reconstruye un canal cuántico que describe el operador del circuito al ejecutar el sistema (Shukla, Sisodia, and Pathak 2020).

En el primer código implementado la tomografía de estados se genera y ejecuta circuitos cuánticos para la tomografía de estados un qubit. Dicho código esta ejecutado en las computadoras de IBM considerando todas las puertas cuánticas principales. Para caracterizar por completo este proceso es necesario considerar los errores, por ello en el código se presenta además el modelo de mejor

ajuste con ayuda de los mínimos cuadrados. Esto nos genera un conjunto de las matrices de densidad entrante y saliente para cada puerta cuántica examinada.

El segundo código utiliza los estados cuánticos reconstruidos con el propósito de determinar la representación matricial para cada puerta experimental. Cada puerta se representa mediante la suma de operadores, considerando que la puerta real no es necesariamente unitaria. Esto realiza mediante la tomografía de las puertas cuánticas.

Finalmente, las puertas reales estimadas se comparan con las puertas reales, con el objetivo de determinar sus diferencias mediante los errores producidos. Todos los códigos están implementados en Python utilizando el paquete Qubit para las computadoras cuánticas de IBM.

CAPÍTULO I

1 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Planteamiento del problema

El trabajo se enfoca en la tomografía cuántica de procesos en el propósito caracterizar las puertas cuánticas de uno y múltiple Qubits. Generalmente, las puertas cuánticas realizadas por las computadoras cuánticas no son perfectas. Por eso, la caracterización mediante la tomografía cuántica es necesaria para el diseño óptimo de los algoritmos cuánticos como el algoritmo cuántico variacional, algoritmo de Shor, búsqueda cuántica, etc. Así mismo, utilizando los resultados obtenidos se va a establecer el nivel de errores de las puertas estudiadas.

1.2 Problema general de investigación

La pregunta fundamental de la tesis es siguiente: ¿Cuál son las imperfecciones de las puertas cuánticas de las computadoras cuánticas de IBM?

1.3 Problemas específicos de investigación

Para responder la pregunta general, se necesitan responder las preguntas relacionadas con la caracterización de los estados cuánticos: ¿Como se puede reconstruir un estado cuántico general (puro, mixto, parcialmente mixto) de 1 o 2 Qubits?

Una vez se conozca la respuesta, es posible plantear la pregunta siguiente: ¿Es posible, mediante las observaciones de cambios de los estados entrantes en la salida de una puerta, obtener la representación matricial de la puerta real?

Si es posible, ¿cuál sería el mejor procedimiento de tomografía de procesos para obtener la matriz mencionada?

Y la pregunta final: ¿Cuál es la diferencia (el error generado) entre la puerta cuántica real y la ideal teórica?

1.4 Objetivos

1.4.1 General

Desarrollar la tomografía de las puertas cuánticas de las computadoras de IBM.

1.4.2 Específicos

- Establecer el modelo de la tomografía cuántica de 1 y 2 Qubits.
- Implementar el algoritmo para la realización de la tomografía cuántica.
- Examinar la puerta cuántica de 1 y 2 Qubits de un procesador cuántico.
- Comparar los resultados experimentales obtenidos con el modelo teórico y otros resultados reportados.

1.5 Justificación

1.5.1 Justificación teórica

Generalmente, las puertas cuánticas implementadas en algún procesador cuántico no son perfectas, pero producen algún tipo de errores. Esto es que el diseño y fabricación de los procesadores no es perfecto y además las señales utilizadas para controlar los estados de los Qubits basados en los superconductores contienen ruido (las fuentes clásicas). Esto implica, que los algoritmos (circuitos cuánticos) ejecutados en los procesadores van a resultar en los valores alterados. Las puertas se pueden modelar mediante la suma de los operadores, considerando una puerta como un canal cuántico ruidoso (Nielsen, 2002). Una vez se conoce el comportamiento real de la puerta, se pueden tomar los pasos para reducir el comportamiento no deseado (Nielsen, 2002). Nielsen, M. A., & Chuang, I., Quantum computation and quantum information, Cambridge (2002).

1.5.2 Justificación metodológica

En la caracterización de la tomografía de las puertas cuánticas, los errores se van a obtener mediante la comparación de las matrices, las cuales representan las puertas, obtenidas mediante la tomografía de los procesos y las matrices de las puertas ideales (Cornejo, 2020). La reconstrucción de las matrices correspondientes a las puertas cuánticas reales se hace de la manera siguiente. Cada puerta se considera como una caja negra (sin conocer su funcionamiento) y se caracteriza mediante las relaciones entre los estados entrantes y

los estados resultantes. El comportamiento de la caja negra se puede representar como una suma de operadores (elementos de la operación).

Estos operadores se obtienen como la solución de un conjunto de las ecuaciones lineales para los estados entrantes y resultantes. Especialmente, se obtiene la matriz Chi, la cual permite construir los operadores presentes en la suma.

Y para obtener los estados resultantes, se necesita el procedimiento de la tomografía cuántica para los estados. Para reconstruir la matriz de densidad de 1 Qubit se necesitan 4 medidas en las bases de medición diferentes. Para 2 Qubits, el número de las medidas es igual 16 (Cramer, 2010).

1.5.3 Justificación práctica

La tomografía cuántica se ha propuesto como una herramienta fundamental para la caracterización de prototipos de dispositivos cuánticos de pocos Qubits. Permite la reconstrucción completa del estado producido a partir de una entrada dada en el dispositivo. A partir de esta matriz de densidad reconstruida, se pueden calcular cantidades de información cuántica relevantes, como el grado de entrelazamiento y la entropía. Generalmente, las medidas ortogonales han sido discutidas para esta reconstrucción tomográfica, por lo tanto, se va a llegar a demostrar cómo las medidas no ortogonales permiten la reconstrucción del estado del sistema siempre que las medidas abarquen el espacio de Hilbert. Luego detallamos cómo se puede realizar la tomografía de estado cuántico para multi-Qubits con un ejemplo específico que ilustra cómo lograr esto en sistemas de uno y dos Qubits (Quantum, 2021).

CAPÍTULO II

2 Marco Teórico

2.1 Postulados de la mecánica cuántica

Según Nielsen and Chuang (2000), menciona que previo a desarrollar este trabajo es muy importante presentar los conceptos y definiciones más relevantes asociados al tema de estudio. Principalmente se detallan términos de la teoría cuántica. Dentro de la Física, la Mecánica Cuántica es una rama que permite a explicar la naturaleza desde las escalas más pequeñas. Se puede nombrar cuatro postulados que tienen comprobada su validez desde el punto de vista experimental.

El primer postulado indica como las propiedades cuánticas pueden ser descritas matemáticamente, en específico se nota que cada sistema va a tener un vector unitario el cual tendrá información sobre el sistema que va a encontrarse viviendo en un espacio de Hilbert con características propias de ser separable y complejo cumpliendo el producto interior. Una característica importante es que el espacio de Hilbert permite la superposición de los estados cuánticos.

El segundo postulado nos muestra como con el tiempo los estados cuánticos van a ir cambiando, es decir que nos muestra la evolución temporal por medio de alguna operación unitaria $U(t)$. Además, la evolución temporal de los estados puede ser continua o discreta (para los circuitos cuánticos).

El tercer postulado es aquel que nos indica como se desarrollan las mediciones sobre estados cuánticos, que vienen descritas por operadores de medición los cuales intervienen sobre el espacio de estados que se está midiendo, pudiendo perturbarlos. Las medidas son importantes porque nos permite extraer la información sobre el estado.

El cuarto y último postulado nos muestra cual es el formalismo que se debe utilizar al trabajar con sistemas compuestos, lo cual nos plantea que tras tener un sistema global formado mediante el producto tensorial.

2.2 Espacio de Hilbert

Todo espacio lineal complejo H con un producto interno es definido como espacio de Hilbert siempre que satisfaga ciertas condiciones (Griffiths 2002). Además, se puede combinar varios espacios H al ejecutar las operaciones de suma directa ($H_1 \oplus H_2$) y producto tensorial ($H_1 \otimes H_2$). Esta noción matemática tiene aplicaciones en la física real, como se verá en la sección 1.2., pues constituye la base de la teoría cuántica. En (Ladd et al. 2010) se defiende que es el gran espacio de Hilbert de un ordenador cuántico lo que le permite realizar operaciones que no están al alcance de los ordenadores clásicos.

2.3 Matriz densidad

Para describir los estados de los sistemas cuánticos abiertos, se necesita introducir un concepto más general. Supongamos que un sistema cuántico se encuentra en un estado específico de un número mayor de estados, llamado conjunto de estados puros $\{p_i|\psi_i\rangle\}$. Entonces, el operador de densidad para el sistema está definido por la expresión:

$$\rho \equiv \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i| \quad (2-1)$$

Un operador ρ es el operador de densidad asociado a algún conjunto $\{p_i|\psi_i\rangle\}$ si y sólo si satisface las condiciones:

- Condición de traza: ρ tiene traza igual a uno.
- Condición de positividad: ρ es un operador positivo.

La matriz densidad (u operador densidad) es útil para describir estados mixtos, esto es, cuando existe información insuficiente sobre el estado del sistema. El estado cuántico se puede caracterizar mediante una medida llamada la “Pureza, la cuál es dada como $P = \text{Tr}[\rho^2] \leq 1$. Si la pureza es igual a 1, ρ representa un estado puro, en contrario para $P < 1$ el estado este mixto. El valor mínimo de la pureza depende de la dimensión del espacio de Hilbert. (Nielsen & Chuang, 2010).

2.4 Teoría cuántica y computación

2.4.1 Qubits

Un qubit es un sistema cuántico con dos estados. Los qubits se representan matemáticamente utilizando la base vectorial del espacio C^2 , al ser un vector complejo de tamaño 2, siguiendo la notación de Dirac (Griffiths 2002), sin embargo, en el presente trabajo la representación se la hace mediante la base computacional:

$$|\psi\rangle = [\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle] \quad (2-2)$$

donde debe cumplirse que la probabilidad total (el módulo cuadrado de estos números complejos) tenga el valor de 1, tal que

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (2-3)$$

Las operaciones sobre un qubit deben preservar esta norma. De hecho, un solo qubit en el estado $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ puede visualizarse como un punto (θ, ϕ) en la esfera unitaria, donde $\alpha = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$, $\beta = e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$. Esta es precisamente la representación de la esfera de Bloch, y $\vec{r} = (\cos\phi \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\phi \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \cos\left(\frac{\theta}{2}\right))$ es el vector en la superficie de la esfera de Bloch (Nielsen & Chuang, 2010).

2.4.2 Esfera de Bloch

Es una representación geométrica del espacio de estados puros de un sistema cuántico. El estado de un qubit puede representarse geoméricamente utilizando la esfera de Bloch (Chen et al. 2019): este se dibuja como un vector sobre una esfera unitaria tal como se muestra en la figura 1. A pesar de que esta representación es útil para tratar un qubit, resulta limitada pues no hay generalización sencilla de la esfera de Bloch para varios qubits (Nielsen & Chuang, 2010).

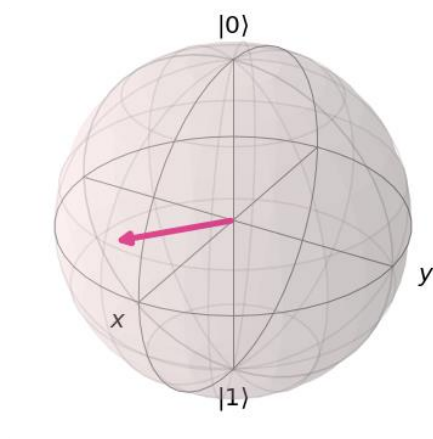


Ilustración 1-2: Ejemplo de la esfera de Bloch

Realizado por: Obando, R. 2022.

Nota. Esta es una representación geométrica de un sistema mecánico cuántico de 2 niveles (es decir, aplica para un solo qubit). Además, nótese que $|0\rangle$ y $|1\rangle$ corresponden a los polos norte y sur, respectivamente, ubicados de forma antiparalela en la presente esfera, pero en el espacio de Hilbert son ortogonales.

2.5 Compuertas cuánticas

Son circuitos cuánticos que pueden describirse como matrices, es decir, son operadores que actúan sobre qubits, siendo el equivalente a un circuito lógico de los ordenadores clásicos. Para examinar la bondad de estas puertas, se las puede caracterizar utilizando el método estándar de QPT (Chen et al. 2019). Esta investigación se basa en el hecho de que los ordenadores cuánticos de IBM ya han sido utilizados para implementar varias tareas de computación cuántica. En muchos trabajos se ha realizado tomografía de estado cuántico (QST) y se ha informado de que la fidelidad del estado cuántico es baja o moderada (Shukla, et al. 2018).

2.5.1 Compuertas de un qubit

Las puertas cuánticas en un solo qubit pueden describirse mediante matrices unitarias de 2×2 . Es importante recordar que las matrices de Pauli pueden representar algunas compuertas cuánticas muy utilizadas, así se llega a la definición de las puertas de Pauli, las cuales ejercen un efecto sobre un solo qubit. Otras tres puertas cuánticas muy esenciales en operaciones con un qubit son la puerta de Hadamard (H), la puerta de fase (S) y la puerta $\pi/8$ (T) (Nielsen & Chuang, 2010). Todas estas puertas se pueden encontrar en la tabla 1-2.

2.5.2 Compuertas de dos qubits

Este análisis es generalizable para múltiples qubits; en este caso para compuertas de dos qubits basta con tener dos qubits de entrada, los cuales se denominan qubit de control y qubit objetivo. El funcionamiento de esta compuerta se puede describir como sigue. Si el qubit de control es 0, entonces el qubit objetivo ejecutará cierta respuesta. Si el qubit de control es 1, entonces el qubit objetivo hará la acción opuesta por defecto. Por ejemplo, para la compuerta CNOT se tendría (Nielsen & Chuang, 2010):

Tabla 1-2: Partes cuánticas de single Qubit investigadas

OPERADOR	Matriz
\hat{X}	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
\hat{Y}	$\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$
\hat{Z}	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
\hat{H}	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
S	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$
\hat{T}	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{\frac{i\pi}{4}} \end{pmatrix}$

Realizado por: Obando, R. 2022-

$$|00\rangle \rightarrow |00\rangle;$$

$$|01\rangle \rightarrow |01\rangle;$$

$$|10\rangle \rightarrow |11\rangle;$$

$$|11\rangle \rightarrow |10\rangle$$

2.6 Computación Cuántica

Un ordenador cuántico se constituye de un circuito cuántico de cables y puertas cuánticas elementales para transportar y manipular la información cuántica, es decir, los cambios que se producen en un estado cuántico pueden describirse utilizando el lenguaje de la Computación Cuántica (Nielsen & Chuang, 2010).

Dentro de los problemas que se intenta resolver por medio de la Mecánica Cuántica están la simulación de sistemas cuánticos, machine learning para mejorar la inteligencia artificial, problemas de optimización, encriptación, resolución de problemas factoriales complejos, entre otros (Zambrano Valenzuela, 2021).

Criterios para indicar que un sistema cuántico alberga computación cuántica: un sistema debe ser escalable, es decir debe existir una forma definida de incrementar el número de qubits. En segundo debe tener habilidad de llevar al sistema a un estado inicial y controlado. En tercero el tiempo de coherencia deber ser más extenso que la duración de las operaciones a realizar. En cuarto deber contener un conjunto de compuertas cuánticas que puedan recrear otra compuerta posible. Finalmente debe existir una forma de medir los qubits. (Zambrano, V., et. al. 2021).

2.7 Fidelidad

Mide la cercanía entre estados cuánticos. Para dos matrices densidad ρ y σ que actúan sobre el mismo espacio de Hilbert está dada por:

$$F(\rho, \sigma) = \text{Tr} \left[\sqrt{\sqrt{\sigma}\rho\sqrt{\sigma}} \right] \quad (2-4)$$

La fidelidad se caracteriza porque se preserva bajo la acción de evoluciones unitarias U , es simétrica por cuanto a sus argumentos $F(\rho, \sigma) = F(\sigma, \rho)$ y sus valores pueden estar comprendidos entre 0 y 1. Si la fidelidad $F() = 1$ entonces $\delta = \sigma$. Si uno de los estados es puro, la fidelidad se simplifica a:

$$F(|\psi\rangle, \sigma) = \sqrt{\langle \psi | \sigma | \psi \rangle} \quad (2-5)$$

2.8 Tomografía cuántica

Dado que la tomografía cuántica es la herramienta más eficaz para estimar la calidad de preparación y transformación de estados cuánticos, su desarrollo es crucial para la depuración de procesadores cuánticos (Bantysh et al., 2020). Muchos métodos existentes de tomografía cuántica difieren en el tipo de mediciones realizadas, así como en los procedimientos implementados, por lo que previo a la aplicación práctica de la tomografía cuántica se deben comparar diferentes métodos, lo que resulta complicado debido a la ausencia de una metodología general de estimación. En el presente trabajo se propone el uso de MLE (maximum likelihood estimation) que según (Bantysh et al., 2020) y (Acharya et al., 2019) opera eficientemente con estados casi puros, lo cual tiene gran relevancia para la base tecnológica actual de los experimentos.

2.8.1 Tomografía cuántica de estados

Una medición de una sola partícula cuántica perturba su estado, volviéndola ineficaz para su posterior uso, por lo que la tomografía cuántica se realiza por etapas en una serie de copias idénticas del mismo estado. A esto se le denomina QST. La tomografía es descriptiva, siendo que cada nuevo tipo de medición arroja una nueva dimensión de un estado desconocido; al someter más copias idénticas de ese estado a un solo tipo de medición hace que ese observable en particular se vea con mayor claridad (Altepeter et al., 2005).

Así, una medición destruye la información del estado o, como mínimo, la perturba, lo que niega la posibilidad de realizar múltiples mediciones sobre el mismo estado. Tampoco es posible clonar el estado que se desea estudiar: esto implica que las mediciones no pueden realizarse sobre copias exactas de un estado (Wootters, 1982). Además, un estado es generalmente desconocido (puede ser

puro o mixto, de alta o baja dimensión), por lo que sólo es posible inferir un poco de información cada vez sondeando un aspecto concreto de un estado cuántico. El enfoque estándar que permite recopilar información sobre un estado cuántico consiste en realizar múltiples mediciones tomográficas, denominadas mediciones proyectivas, en lo que se conoce como tomografía de estados cuánticos (QST) (Master, 2007).

El proceso llamado tomografía de estado cuántico, cuyo objetivo es reconstruir completamente una matriz de densidad de estado cuántico. Hay que tener en cuenta que las medidas directas sólo nos dan las partes diagonales, que representan las probabilidades, de la matriz de densidad rho. Cualquier matriz de densidad de un único estado Qubit, mixto o puro, puede expresarse mediante las matrices de Pauli:

$$\rho = \frac{1}{2}(\hat{I}_2 + \vec{r} \cdot \vec{\sigma}) \quad (2-6)$$

r es un vector en R^3 $|r|^2 \leq 1$ y $\hat{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$

r es un vector en R^3 $|r|^2 \leq 1$ y $\hat{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ es el vector de matrices de Pauli. Los componentes de r se definen como $r_i = Tr(\rho \cdot \sigma_i)$ donde $i = 1, 2, 3$.

Por lo tanto, la reconstrucción de la matriz de densidad se basa en la obtención de los coeficientes r_i . Estos coeficientes están relacionados con los parámetros de Stokes utilizados para la descripción de la polarización, que es un muy buen ejemplo de un sistema de dos niveles. Conociendo estos parámetros, se puede obtener el estado, utilizando las intensidades/probabilidades de detectar el estado 0 y 1 en diferentes bases de medida. Entonces, utilizando la definición de los parámetros de Stokes:

$$S_0 = P_0 + P_1 = 1 \quad (2-7)$$

$$S_1 = P_0 - P_1 \quad (2-8)$$

$$S_2 = P_{0+1} - P_{0-1} \quad (2-9)$$

$$S_3 = P_{0+1} + P_{0-1} \quad (2-10)$$

Combinando todos estos parámetros obtenemos:

$$\rho = \frac{1}{2} \sum_i S_i \sigma_i \quad (2-11)$$

2.8.2 Tomografía cuántica de procesos

Al procesar información cuántica se inicializa los qubits en un estado elegido y se manipula el estado inicial con operaciones cuánticas para obtener el estado de salida deseado, medirlo y obtener el valor del observable. La precisión con la que se puede realizar una operación cuántica está limitada por errores de diseño e implementación de imperfectos y por efectos del entorno. Es

allí donde se debe efectuar campos de control contra efectos negativos, lo que se denomina tomografía de procesos cuánticos (QPT) (Shukla et al., 2018). En el presente apartado se diferencia la tomografía de estados y la tomografía de procesos.

La tomografía de procesos, de hecho, es semejante a la desarrollada en sistemas clásicos y se basa precisamente en la tomografía de estados para caracterizar por completo sistemas cuánticos, es decir, para todos los estados que lo componen: para un espacio de estados de dimensión d se crean d^2 estados cuánticos puros tal que las matrices de densidad formen un conjunto base. Para cada $|i\rangle$ estado se prepara un estado en el sistema cuántico, se somete este estado a la caracterización, cuya “salida” $\epsilon(|i\rangle\langle i|)$ será determinada por la TCE. Así, la TCP será más bien una extensión lineal de para todos los estados posibles.

Es sencillo implementar una rutina numérica que automatice el cálculo, siempre y cuando se disponga de procedimientos experimentales de tomografía de estados y de preparación de estados en el laboratorio. Cuando se tiene un solo qubit el método de TCP es simple ya que se pueden generar fórmulas útiles en experimentación, esto gracias a que se eligen ciertos operadores E_i (Nielsen & Chuang, 2000). Una vez es posible determinar los estados cuánticos es posible proceder con la caracterización de las puertas cuánticas. Cada puerta cuántica se considera como una caja negra y el objetivo perseguido es determinar su comportamiento.

Para lograrlo, se prepara un conjunto de estados entrantes $|1\rangle, |2\rangle, \dots, |n\rangle$ los cuales deben ser procesados por la caja negra. Esta cambia los estados (o no) respecto de la operación que sea realizada.

$$|in\rangle \rightarrow \epsilon \rightarrow \rho_{out} \quad (2-12)$$

Una vez se obtiene el segundo conjunto de $\hat{\rho}_{out}$ se puede reconstruir la representación de la suma:

$$\rho_{out} = \epsilon(\rho_{in} = \sum_i E_i \rho_{in} E_i^\dagger) \quad (2-13)$$

Esto nos permite a todos incluir la evolución no unitaria. Cada operador $E_i = \sum_j \alpha_{ij} \sigma_j$ lo determina la matriz α_{ij} (Nielsen and Chuang, 2000). Entonces:

$$\rho_{out} = \epsilon(\rho_{in}) = \sum_i E_i \rho_{in} E_i = \sum_{i,j,k} \alpha_{ij} \alpha_{ik} \sigma_j E_i \rho_{in} \sigma_k = \sum_{i,j,k} X_{ijk} \sigma_j \rho_{in} \sigma_k \quad (2-14)$$

entonces la búsqueda es determinar $X_{ijk} = \alpha_{ij} \alpha_{ik}$. Lo que normalmente hace el MLE

(Banaszek et al., 1999) tratando de minimizar la siguiente función L:

$$L = f(|\rho_{out} - \sum_{i,j,k} X_{ijk} \sigma_j \rho_{in} \sigma_k|) \quad (2-15)$$

donde f es cualquier función utilizada para implementar la función de costo.

2.9 Proceso de calibración de errores de medidas

Dado que las computadoras cuánticas realmente disponibles son ruidosas, se debe utilizar un enfoque dado adecuado de mitigación de errores. Tal enfoque debe tener en cuenta que el ruido está presente especialmente en la medición. Seguimos el enfoque introducido en (Jattana et al., 2020) Denotemos \mathbf{x}_{real} como un vector de probabilidades obtenido utilizando los dispositivos cuánticos reales y \mathbf{x}_{ideal} como un vector de probabilidades obtenido mediante el modelo teórico sin ruido. Tengamos en cuenta que \mathbf{x}_{real} puede calcularse directamente a partir de los recuentos de detección. Ambos vectores están relacionados a través de

$$\vec{\mathbf{x}}_{real} = \mathbf{C} \cdot \vec{\mathbf{x}}_{ideal} \quad (2-16)$$

donde \mathbf{C} es $2^N \times 2^N$ es una matriz de correlación para N qubits, que requiere 2^N circuitos para obtener. Entonces, la tarea principal es invertir \mathbf{A} para obtener \mathbf{x}_{ideal} . Desafortunadamente, la factorización LU directa da como resultado valores negativos y genera cuasi-probabilidades. Esto se puede eludir empleando métodos de optimización en otros para minimizar la función:

$$f = \|\vec{\mathbf{x}}_{real} - \mathbf{A} \cdot \vec{\mathbf{x}}_{ideal}\|^2 \quad (2-17)$$

con restricciones $\|\vec{\mathbf{x}}_{ideal}\|^2 = 1$ y $0 \leq \rho_{ideal,i} \leq 1$ para todo i . Es más que claro, que la Ec. (2.17) requiere el procedimiento MLE.

2.10 Caracterización de errores

Para caracterizar los errores de puerta, utilizamos dos características. La primera se define como fidelidad de puerta (Nielsen & Chuang, 2000):

$$F_{min}(\hat{U}, \hat{V}) = \frac{\min}{|\Psi\rangle} \|(\hat{U} - \hat{V})|\Psi\rangle\| \quad (2-18)$$

Donde la minimalización se realiza sobre todos los estados de entrada posibles. Aquí, la puerta \hat{U} representa la puerta ideal \hat{V} es la puerta reconstruida (real).

Como medida alternativa, empleamos la fidelidad media de la puerta, que puede definirse como:

$$F_{avg}(\hat{U}, \hat{V}) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \|\hat{U} - \hat{V}\| \quad (2-19)$$

CAPÍTULO III

3 MARCO METODOLÓGICO

Para abordar la problemática de esta investigación se utilizó el lenguaje de programación Python conjunto con el módulo Qiskit [qis]. La metodología de caracterización de las puertas cuánticas se detalla a continuación.

3.1 Estados cuánticos de prueba

Una vez seleccionadas las puertas cuánticas que se van a evaluar y el procesador cuántico que se va a utilizar, hay que definir el conjunto óptimo de estados cuánticos utilizados para el QPT. Dicho conjunto debe ser óptimo para poder reconstruir completamente la puerta cuántica.

Considerando sólo la puerta cuántica de un qubit, el conjunto óptimo viene dado por:

$$|\psi_1\rangle = |0\rangle \quad (3-1)$$

$$|\psi_2\rangle = |1\rangle \quad (3-2)$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \quad (3-3)$$

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) \quad (3-4)$$

Este conjunto es suficiente, ya que se trata de reconstruir la matriz compleja de 2x2. Cada uno de estos estados se mide dos veces. En primer lugar, creamos el instante del circuito cuántico con registros cuánticos y clásicos como:

```
qr=QuantumRegister(1);  
cr=ClassicalRegister(1);  
qcircuit=QuantumCircuit(qr,cr)
```

El primer comando crea un registro cuántico (qbit) y el segundo crea un registro clásico (bit) para almacenar los resultados de las mediciones. A continuación, preparamos el estado inicial, uno de los estados de entrada, utilizando el siguiente código:

```

Nstate=6
Nm=21

phi=np.zeros((Nstate,1),dtype=loat)
theta=np.zeros((Nstate,1),dtype=float)

theta[0]=0
phi[0]=0
theta[1]=pi
phi[1]=0
theta[2]=pi/2
phi[2]=0
theta[3]=pi/2
phi[3]=pi/2
theta[0]=pi/2
phi[0]=pi
theta[1]=pi/2
phi[1]=3/2*pi

qt=QuantumRegister(1)
ct=ClassicalRegister(Nm*Nstate
+2)          circuit          =
QuantumCircuit(qt,ct)

for  istate  in
    range(Nsta
te):
    xtheta=thet
a[istate]
    xphi=phi[is
tate]
    initial_state=
        [cos(xtheta/2),sin(xtheta/2)*exp(1j*xphi)]
    circuit.initialize(initial_state, 0)

```

Los estados entrantes están parametrizados mediante los ángulos θ y φ . El proceso se repite para todos los estados necesarios. Dado que los dispositivos de medida sólo miden los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$, sólo se obtienen los conteos. Esto significa que para reconstruir toda la matriz de densidad que representa un estado cuántico, se debe aplicar la tomografía cuántica de estados, como se describe en la siguiente sección.

3.2 Tomografía cuántica de estados

Para reconstruir completamente la matriz de densidad, hemos utilizado el código python, la tomografía de estado cuántico de cada estado de entrada se realiza como:

```
circuit.initialize(initial_state, 0)
circuit.measure(0,0+istate*Nm)
circuit.reset(qt)

circuit.initialize(initial_state, 0)
circuit.h(0)
circuit.measure(0,1+istate*Nm)
circuit.reset(qt)

#circuit.u(theta,phi,lambd,0)
circuit.initialize(initial_state, 0)
circuit.s(0)
circuit.h(0)
circuit.measure(0,2+istate*Nm)
```

Estas líneas realizan y miden el estado de un solo Qubit. El estado de salida se obtiene de la misma manera. Aquí mostramos el ejemplo de la puerta

```
circuit.initialize(initial_state, 0)
circuit.x(0)
circuit.measure(0,3+istate*Nm)
circuit.reset(qt)

circuit.initialize(initial_state, 0)
circuit.x(0)
circuit.h(0)
circuit.measure(0,4+ista
te*Nm) circuit.reset(qt)

circuit.initialize(initial_state, 0)
circuit.x(0)
circui
t.s(0)
circui
t.h(0)
circuit.measure(0,5+istate*Nm)
```

En la siguiente figura 3.1 se muestra el circuito cuántico correspondiente.

Una desventaja particular de este enfoque es que la matriz de densidad reconstruida no es un estado cuántico legítimo, ya que $\hat{\rho}$ podría no ser negativo.

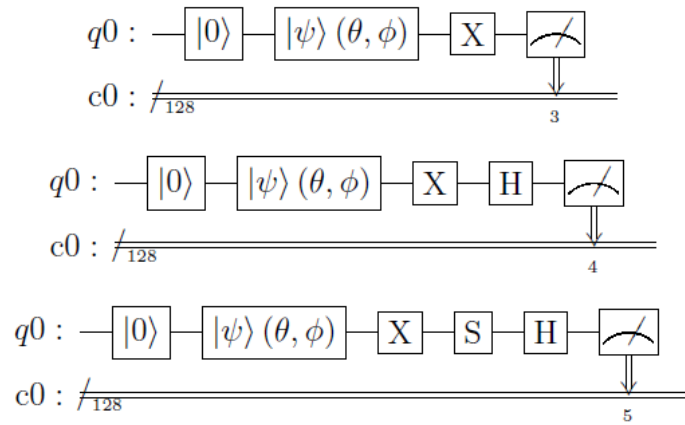


Ilustración 1-3: Circuitos cuánticos realizando la tomografía de los estados después de la puerta \hat{X} $|0\rangle$ denomina el reinicio de qubit.

Realizado por: Obando, R. 2022.

Para superar esto, se debe emplear un método ligeramente sofisticado. Hemos utilizado el método de estimación de máxima verosimilitud para encontrar la matriz de densidad legítima más cercana, como se ha mencionado anteriormente. El algoritmo MLE se implementa mediante el siguiente código:

```

def T(t):

    T=[[t[0],0],[t[1]+1j*t[2],t[3]]]
    T2=np.transpose(np.conj(T))

    rho=np.matm
    ul(T2,T)
    norm=np.trac
    e(rho)
    rho=rho/nor
    m

    return(rho)

def GetError(rho1,rho2):
    drho=rho1-rho2;
    E=drho[0][0]*drho[0][0]+drho[1][1]*drho[1][1]+2*abs(drho[0][1]*drho[1][0])
    ; return(abs(E))

def GetE(t,rho1):
    rho2=T(t);
    return(GetError(rho2,
    rho1));

Nmat=7
rho_mle=np.zeros((Nstate,Nmat,2,2),dtype=complex)

for ystate in range(Nstate):
    for imatrix in range(Nmat):

        S=np.zeros((4,1),dtype=float)
        rho_exp=np.zeros((2,2),dtype=complex)

        S[0]=P0c[0+imatrix*3+Nmat*ystate][0]+P1c[0+imatrix*3+Nmat*ystate][0]
        S[1]=P0c[1+imatrix*3+Nmat*ystate][0]-P1c[1+imatrix*3+Nmat*ystate][0]
        S[2]=(P1c[2+imatrix*3+Nmat*ystate][0]-P0c[2+imatrix*3+Nmat*ystate][0])
        S[3]=P0c[0+imatrix*3+Nmat*ystate][0]-P1c[0+imatrix*3+Nmat*ystate][0]

        for ii in range(4):
            rho_exp=rho_exp+0.5*sigma[ii]*S[ii][0]

##MLE

t0 = [1.3, 0.7, 0.8, 1.2]
ret=minimize(GetE,t0,method='SLSQP',args=(rho_exp))

rho_mle[ystate,imatrix,:]=T(ret.x)

```

Donde hemos utilizado la función `minimizar` para encontrar el valor más pequeño de la función de coste.

3.3 Tomografía cuántica de procesos

Una vez obtenidos todos los estados de entrada y salida para una puerta cuántica en estudio, la matriz χ que representa un canal cuántico (Ec.2.14). Esto se hace empleando de nuevo el algoritmo MLE, que toma los cuatro estados de entrada y los estados de salida relacionados e intenta aproximar los valores de la matriz χ , de forma que se obtenga el valormínimo de la función de coste. Esto se hace mediante el siguiente código:

```
for igate in range(Ngate):
    print(igate)
    rho_int=np.zeros((4,2,2),dtype=complex)
    rho_out=np.zeros((4,2,2),dtype=complex)
    xmax=10000

    for istate in range(4):
        rho_int[istate,:,:]=rho_mle[istate,0,:,:]
        #print(rho_mle[istate,0,:,:])
```



```

rho_out[istate,:,:]-rho_mle[istate,1+igate,:,:]

for ii in range(Ntest):
    ignore=0
    F=GetF(rho_int,rho_out,A,Ah);
    E=np.zeros((4,2,2),dtype=complex)
    for i in range(4):

        E[0,:,:]=E[0,:,:]+matmul(matmul(F[i,:,:],rho_int[0,:,:]),
            conj(transpose(F[i,:,:])));
        E[1,:,:]=E[1,:,:]+matmul(matmul(F[i,:,:],rho_int[1,:,:]),
            conj(transpose(F[i,:,:])));
        E[2,:,:]=E[2,:,:]+matmul(matmul(F[i,:,:],rho_int[2,:,:]),
            conj(transpose(F[i,:,:])));
        E[3,:,:]=E[3,:,:]+matmul(matmul(F[i,:,:],rho_int[3,:,:]),
            conj(transpose(F[i,:,:])));
    xxx=0

    xf=0
    for i in range(Nstate):
        xf=xf+matmul(F[i,:,:],conj(transpose(F[i,:,:])))
    print(xf)

    for iii in range(Nstate):
        xxx=xxx+dist(rho_out[iii,:,:],E[iii,:,:])
        print("trace=",trace(E[iii,:,:]))
        print("purity=",trace(matmul(E[iii,:,:],E[iii,:,:])))

        if ((abs(trace(E[iii,:,:]))\rangle1.001)or(trace(matmul(E[iii,:,:],
            E[iii,:,:]))
            \rangle1.001)):
            print("ignoring")
            ii=ii-1
            ignore=1

    if((xxx<xmax)and(ignore==0)):
        print(xxx)
        xmax=xxx
        Ff=F.copy()
F=Ff

```

3.4 Mitigación de errores

Teniendo en cuenta que el resultado de las mediciones siempre se ve afectado por las imperfecciones de los dispositivos de medición, deberá aplicarse una compensación o corrección adecuada para calibrar los datos obtenidos. Denotemos como x_{real} el vector de datos reales ruidosos obtenidos, que representa una distribución de probabilidad. Del mismo modo, los resultados ideales se anotan como x_{ideal} . A continuación, puede establecerse una relación sencilla entre estos dos vectores mediante la matriz de correlación M:

$$x_{ideal} = M \cdot x_{real} \quad (3-5)$$

A continuación, la tarea principal de la mitigación del error de medición es reconstruir la matriz de correlación M para poder obtener x_{ideal} . Esta matriz se obtiene mediante mediciones de los estados de entrada que representan la base computacional. Para explicarlo, consideremos únicamente un qubit, entonces su determinación se realiza midiendo las probabilidades de 0 y 1 y para los operadores I y X. En el código, esto se logra como:

```
#Calibration

circuit.reset(qt)
circuit.measure(0,Nm*Nstate)
circuit.reset(qt)
circuit.x(0)
circuit.measure(0,Nm*Nstate+1)
```

Una vez obtenida la matriz M, el último paso es invertir la relación (Ec.1):

$$x_{ideal} = M^{-1} \cdot x_{real} \quad (3-6)$$

Sin embargo, este paso suele fallar ya que la matriz invertida M puede contener valores negativos y tal x_{ideal} no será físico. Para sortear esto, hay que emplear otras técnicas, como la MLE.

```
P0=np.zeros((nc,1),dtype=float)
P1=np.zeros((nc,1),dtype=float)

P0c=np.zeros((nc,1),dtype=float)
P1c=np.zeros((nc,1),dtype=float)

C=np.array([[0,0],[0,0]])
```

```

print(Nn*Nstate)
for ii in range(ni):
    for iq in range(Nn*Nstate,Nn*Nstate+2):
        #print(Y[ii][iq])
        #print(iq)
        #print(Y[ii][iq])
        if (Y[ii][iq]==0):
            C[iq-nc][0]-C[iq-nc][0]+lAnswer[ii][1]
        else:
            C[iq-nc][1]-C[iq-nc][1]+lAnswer[ii][1]
C-C/Nshots
print(C)

for ii in range(ni):
    for iq in range(nc):
        ##print(Y[ii][iq])
        if (Y[ii][iq]==0):
            P0[iq]-P0[iq]+lAnswer[ii][1]
        else:
            P1[iq]-P1[iq]+lAnswer[ii][1]

P0-P0/Nshots

#print(P0)

P1-P1/Nshots

def fun(x,p0,p1,C):
    xx=(p0-C[0][0]*x[0]-C[0][1]*x[1])*(p0-C[0][0]*x[0]-C[0][1]*x[1])+
    (p1-C[1][0]*x[0]-C[1][1]*x[1])*(p1-C[1][0]*x[0]-C[1][1]*x[1])
    return(xx)

for iii in range(nc):

    x0 = np.random.rand(2)
    x0 = x0 / sum(x0)
    cons = ({'type': 'eq', 'fun': lambda x: 1 - sum(x)})
    bnds = tuple((0, 1) for x in x0)
    res = minimize(fun, x0, method='SLSQP', constraints=cons, bounds=bnds,
    → tol=1e-6,args=(P0[iii][0],P1[iii][0],C))

    P0c[iii][0] = res.x[0]
    P1c[iii][0] = res.x[1]

```

3.5 Ejecución de la simulación

Para ejecutar nuestra simulación en un dispositivo cuántico, primero tenemos que seleccionar un procesador cuántico de interés utilizando el siguiente código:

```
provider = IBMQ.get_provider(group='open')
#print(provider.backends())

backend = provider.get_backend('ibmq_quito')

t_qc = transpile(circuit,
backend) qobj = assemble(t_qc)

job_exp=backend.run(qobj,shots=
Nshots) job_id=job_exp.job_id()
print(job_id)

job_monitor(j
ob_exp)

job_exp=backend.retrieve_job(
job_id) print(job_exp)
result_exp = job_exp.result()
```

Cada ejecución nos dará los recuentos de detección de diferentes estados, que se almacenan en "*result_{exp}*". Estos resultados se procesan posteriormente.

1.1. Determinación del error de puerta

Basándose en la expresión dada por la Ec.(2.17), el error de puerta puede determinarse utilizando el siguiente código:

```
xmax=0
xs=0
Fmin=100
aFid=0

for iphi in range(Nphi):
    for itheta in range(Ntheta):
```

```

        theta=atheta[itheta]
        phi=aphi[iphi]

rho_00=np.zeros((2,2),dtype=complex)
rho2=np.zeros((2,2),dtype=complex)

rho_00[0,0]=cos(theta/2)**2
rho_00[1,1]=sin(theta/2)**2
rho_00[0,1]=cos(theta/2)*sin(theta/2)*exp(1j*phi)
rho_00[1,0]=cos(theta/2)*sin(theta/2)*exp(-1j*phi)

rho3=matmul(U[igate, :, :], rho_00[:, :])

for i in range(4):

    rho2[:, :]=rho2[:, :]+matmul(matmul(F[i, :, :], rho_00[:, :]),
    conj(transpose(F[i, :, :])))

drho=rho3-rho2

x=np.linalg.norm(drho, ord=None, axis=None)

Fid=qi.state_fidelity(rho2, rho3, validate=False)

aFid=aFid+Fid

if (Fid<Fmin):
    Fmin=Fid

    if (x\>ranglexmax):
        xmax=x

    xs=xs+x
xsd=xs*dphi*dtheta/4/pi
aFidd=aFid*dphi*dtheta/4/pi

```

El código procesa los datos obtenidos mediante el siguiente circuito cuántico:

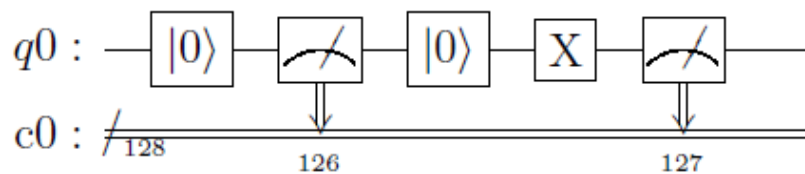


Ilustración 2-3: Circuito cuántico

Realizado por: Obando, R. 2022.

CAPÍTULO IV

4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Determinación de los valores óptimos

Debido a la naturaleza estadística de los resultados de las mediciones cuánticas, en primer lugar, tuvimos que establecer el valor óptimo para la cantidad de repeticiones experimentales. Esta variable se denomina "Nshots". Un valor pequeño permite ejecutar nuestros experimentos en los procesadores cuánticos con mayor rapidez, pero da como resultado unos datos deficientes. Por otro lado, un valor demasiado grande, nos dará unos buenos datos de estimación, pero nos costaría más tiempo. Por lo tanto, hemos realizado un estudio de optimización, que se muestra en la Ilustración 1-4.

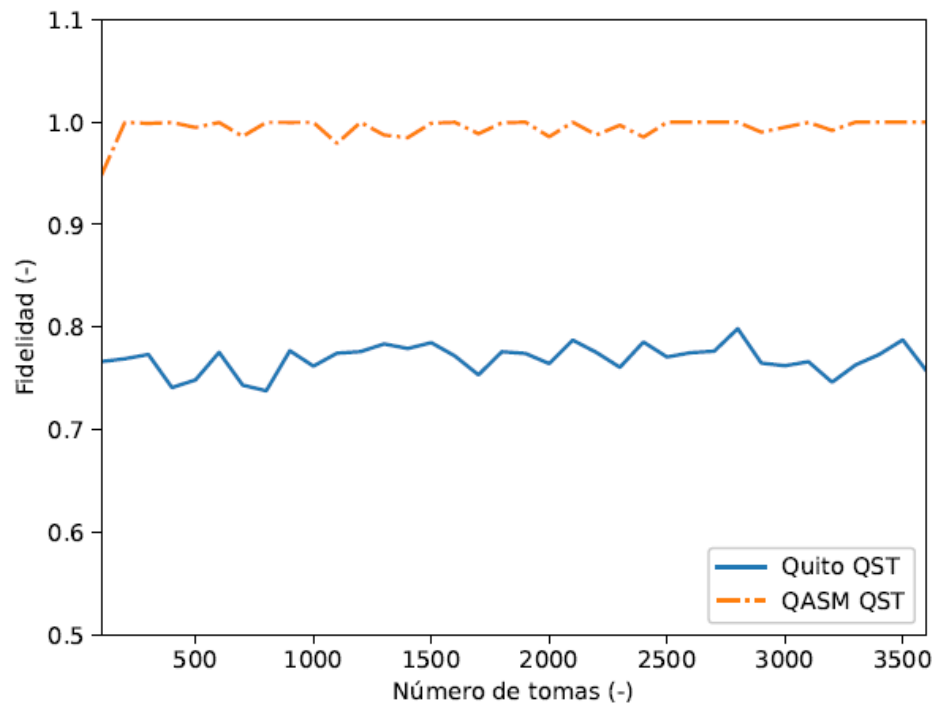


Ilustración 1-4: Estudio de optimización del número de repeticiones experimentales

Realizado por: Obando, R. 2022.

4.2 Análisis de resultados experimentales

Obtenidos los datos experimentales, que se obtuvieron utilizando los métodos descritos en la sección anterior, ahora podemos comparar las puertas cuánticas implementadas por diferentes procesadores cuánticos. Los resultados obtenidos se dividen en dos grupos, dependiendo del número de repeticiones experimentales. En todos los casos, se analizaron tres procesadores: Lima, Belem y Quito. Todos ellos son procesadores con 5 qubits.

Hemos fijado la cantidad de repeticiones $N_{shots} = 1024$, para las pruebas iniciales. En las tablas 4.1 se resumen todos los resultados. En términos generales, se puede observar que no hay grandes diferencias entre los procesadores cuánticos estudiados.

En primer lugar, hablaremos del procesador de Lima. Desde el punto de vista de la puerta con mejor rendimiento, hemos observado que es la puerta \hat{H} , siendo tanto la Fidelidad media $F_{avg} = 0,92$ como la Fidelidad mínima $F_{min} = 0,86$ siendo la más grande. La puerta con peor rendimiento, para este procesador, fue la puerta \hat{X} , con los valores más bajos de $F_{avg} = 0,88$ y $F_{min} = 0,41$. Todas las demás puertas tuvieron su rendimiento entre estos dos valores límite.

Tabla 1-4: Las fidelidades para los procesadores Lima, Belem, Quito, considerando $N_{shots} = 1024$

Name	Procesador Lima		Procesador Belem		Procesador Quito	
	F_{avg}	F_{min}	F_{avg}	F_{min}	F_{avg}	F_{min}
\hat{X}	0.882263	0.406090	0.868661	0.400037	0.850937	0.383876
\hat{Y}	0.875075	0.663754	0.851798	0.721407	0.802293	0.666615
\hat{Z}	0.838240	0.620651	0.870500	0.648578	0.893655	0.664501
\hat{H}	0.915532	0.855748	0.978810	0.818020	0.980159	0.814346
\hat{S}	0.849366	0.630239	0.865381	0.640070	0.826466	0.690807
\hat{T}	0.863364	0.642655	0.865889	0.642260	0.832871	0.613692

Realizado por: Obando, R. 2022.

En segundo lugar, analizamos el procesador Belem. La puerta con mejor rendimiento fue la \hat{H} , con la Fidelidad media $F_{avg} = 0,92$ y la Fidelidad mínima $F_{min} = 0,86$. La puerta con peor rendimiento, para este procesador, ha sido la puerta \hat{X} , con los valores más bajos de $F_{avg} = 0,88$ y $F_{min} = 0,40$.

Por último, hemos considerado el procesador Quito. Podemos decir claramente, que este procesador sigue la misma tendencia que los dos anteriores. La puerta \hat{H} ha sido la que mejor ha funcionado, alcanzando $F_{avg} = 0,98$ y $F_{min} = 0,81$. La puerta con peores resultados fue, de nuevo,

la \hat{X} , con $F_{avg} = 0,85$ y $F_{min} = 0,38$. También hay que señalar que este procesador cuántico es el de menor rendimiento entre los procesadores cuánticos de IBM examinados.

Para poder comparar, también hemos vuelto a examinar los tres procesadores, pero esta vez, para una mayor cantidad de repeticiones, por ejemplo, con $N_{shots} = 20000$. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 4.2. No hay diferencias significativas con las conclusiones mencionadas en los párrafos anteriores. Únicamente, se puede observar que globalmente todas las fidelidades han reducido muy ligeramente sus valores, lo cual es esperable a medida que se han obtenido resultados experimentales más precisos.

Tabla 2-4: Las fidelidades para los procesadores Lima, Belem, Quito, considerando $N_{shots} = 20000$.

Puerta	Procesador Lima		Procesador Belem		Procesador Quito	
	F_{avg}	F_{min}	F_{avg}	F_{min}	F_{avg}	F_{min}
\hat{X}	0.824350	0.358789	0.864595	0.396019	0.778659	0.313991
\hat{Y}	0.892778	0.596211	0.817378	0.614177	0.822145	0.531482
\hat{Z}	0.844963	0.534715	0.886276	0.664721	0.978437	0.742123
\hat{H}	0.983012	0.735053	0.925654	0.862896	0.988765	0.727410
\hat{S}	0.813183	0.596325	0.870952	0.650315	0.956223	0.714812
\hat{T}	0.841627	0.538649	0.864138	0.645282	0.812830	0.513884

Realizado por: Obando, R. 2022.

CONCLUSIONES

En conclusión, hemos observado que no existen diferencias significativas entre los procesadores cuánticos de IBM examinados. Los procesadores Lima, Quito y Belem han sido considerados en nuestro estudio. Todos estos procesadores tienen 5 qubits y características muy similares. Solo se han considerado las puertas de qubit individuales, como \hat{X} , \hat{Y} , \hat{Z} , \hat{H} , \hat{S} , y \hat{T} .

Inicialmente, hemos aplicado la técnica para la calibración de la medición de qubit, incluida la reconstrucción de la matriz de calibración. Esta matriz se utiliza posteriormente para la calibración de todos los datos medidos obtenidos.

La caracterización de las puertas se ha realizado en dos pasos. El primero es medir los estados de entrada y salida para cada puerta cuántica examinada. Los estados cuánticos de entrada y salida correspondientes se reconstruyen a través de la tomografía de estado cuántico utilizando el método de estimación de máxima semejanza. El segundo paso es reconstruir cada puerta cuántica, p. su representación del operador suma, basada en la tomografía de proceso cuántico. Estos resultados se utilizan luego para obtener la fidelidad de la puerta, para cada puerta y procesador en nuestro estudio.

Lo que hemos observado es que, en general, la puerta cuántica X ha presentado el rendimiento más bajo entre las puertas cuánticas estudiadas. Esto se ha encontrado válido para los tres procesadores cuánticos. Por otro lado, la puerta H ha sido la puerta con mejor desempeño. Al comparar los procesadores cuánticos, los procesadores Lima y Belem tienen desempeños muy similares, mientras que el procesador Quito tiene un desempeño ligeramente peor que los otros dos.

RECOMENDACIONES

Cabe mencionar que nosotros no controlamos los qubits que se están utilizando durante nuestro estudio, este ha sido asignado automáticamente por el compilador de QISKIT. Por lo tanto, una de las recomendaciones es usar el paquete Qiskit Pulse (Alexander et al., 2020) para controlar directamente los qubits individuales de los procesadores considerados.

BIBLIOGRAFÍA

ACHARYA, Aton; et al. *A comparative study of estimation methods in quantum tomography*, *Journal of Physics*. California. Edicions 1, 2019, p.18.

CAPELLUTO, Alexander; et al. *Programming quantum computers through the cloud with pulses*. Florida. Edicions 1, 2020, p.20.

ALTEPETER, Juan; et al. *Photonic state tomography. advances in atomic, molecular, and optical physics*. Chicago. Edicions 2, 2005, p.35.

BANASZEK, Karen; et al. *Maximum-likelihood estimation of the density matrix. physicalreview*. Florida. Edicions 1, 2020, p.40.

BANTYSH, Blanca; et al. *Comparison of tomography methods for pure and almost pure quantum states*. Chicago. Edicions 4, 2020, p.28.

BAYERSTADLER, Alexander; et al. *Industry quantum computing applications, epj quantum technology*. California. Edicions 3, 2021, p.25.

CHEN, Yen; et al. *Detector tomography on ibm quantum computers and mitigation of an imperfect measurement. physicalreview*. Chicago. Edicions 5, 2019, p.35.

FISCHER, David; et al. *Quantum-state estimation by self-learning measurements*. Florida. Edicions 4. 2020, p.18.

GRIFFITHS, Rony; et al. *Consistent quantum theory*. Cambridge. Edicions 2, 2001, p.15.

JATTANA, Matias; et al. *General error mitigation for quantum circuits*. Chicago. Edicions 2, 2020, p.37.

LADD, Tommas; et al. *Quantum computers*. Florida. Edicions, 2010, pp.45-53.

LADD, Daniel; et al. *Quantum computers. nature*. México, Edicions 2, 2010, p.5.

MALL, L. *Quantum theory of successive projective measurements*. Florida. Edicions 6, 2010, p.87.

NIELSEN JIMENEZ, Montoya; & CHUANG JU, Inan. *Quantum computation and quantum information*. Chicago. Edicions 3, 2000, p.56.

SHUKLA, Alex; et al. *Complete characterization of the single-qubit quantum gates used in the ibm quantum processors.* España. Edicions 3, 2020, p.45.

SHUKLA, Anna; et al. *Complete characterization of the directly implementable quantum gates used in the ibm quantum processors.* Chicago, Edicions 1, 2020, p.40.

WOOTTERS, W. *A single quantum cannot be cloned.* España. Edicions 2, 1982, p.67.

A blue ink signature is written over a circular stamp. The stamp contains the text "D.E.R.A." and "Ing. Celso San Castillo".





epoch

Dirección de Bibliotecas y
Recursos del Aprendizaje

UNIDAD DE PROCESOS TÉCNICOS Y ANÁLISIS
BIBLIOGRÁFICO Y DOCUMENTAL

REVISIÓN DE NORMAS TÉCNICAS, RESUMEN Y
BIBLIOGRAFÍA

Fecha de entrega: 17 / 08 / 2022

INFORMACIÓN DEL AUTOR/A (S)
Nombres – Apellidos: Romario Bolívar Obando Montaña
INFORMACIÓN INSTITUCIONAL
Facultad: Ciencias
Carrera: Física
Título a optar: Físico
f. Analista de Biblioteca responsable: Ing. Rafael Inty Salto Hidalgo


Ing. Cristian Castillo



1356-DBRA-UPT-2023