



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE CIENCIAS

CARRERA DE INGENIERÍA EN ESTADÍSTICA INFORMÁTICA

“MODELACIÓN ESTADÍSTICA DE EVENTOS EXTREMOS PARA LA PREDICCIÓN DE TERREMOTOS EN EL ECUADOR”

Trabajo de titulación

Tipo: Proyecto de Investigación

Presentado para obtener el grado académico de:

INGENIERA EN ESTADÍSTICA INFORMÁTICA

**AUTORAS: PILCO CORO VIVIANA LIZBETH
VALLADOLID SANCHEZ CRISTINA MICAELA**

DIRECTORA: ING. AMALIA ISABEL ESCUDERO

Riobamba - Ecuador

2021

© 2021, Viviana Lizbeth Pilco Coro & Cristina Micaela Valladolid Sanchez

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento, siempre y cuando se reconozca el Derecho de Autor.

Nosotras, Viviana Lizbeth Pilco Coro y Cristina Micaela Valladolid Sanchez, declaramos que el presente trabajo de titulación es de nuestra autoría y los resultados del mismo son auténticos. Los textos en el documento que provienen de otras fuentes están debidamente citados y referenciados.

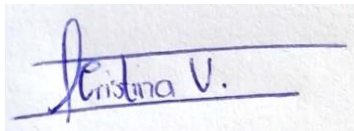
Como autoras asumimos las responsabilidades legal y académica de los contenidos de este trabajo de titulación; El patrimonio intelectual pertenece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Riobamba, 21 de enero de 2021



Viviana Lizbeth Pilco Coro

060430484-0



Cristina Micaela Valladolid Sanchez

172424071-6

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS
CARRERA DE INGENIERÍA EN ESTADÍSTICA INFORMÁTICA

El Tribunal del Trabajo de Titulación, certifica que: El trabajo de investigación: **“MODELACIÓN ESTADÍSTICA DE EVENTOS EXTREMOS PARA LA PREDICCIÓN DE TERREMOTOS EN EL ECUADOR”**, de responsabilidad de las señoritas Viviana Lizbeth Pilco Coro y Cristina Micaela Valladolid Sanchez, ha sido minuciosamente revisado por los Miembros del Tribunal del trabajo de titulación, el mismo que cumple con los requisitos científicos, técnicos y legales, en tal virtud el Tribunal Autoriza su presentación.

	FIRMA	FECHA
<p>Dra. Jaqueline Elizabeth Balseca Castro PRESIDENTA DEL TRIBUNAL</p>	 -----	<p>2021-01-21</p> <p>-----</p>
<p>Ing. Amalia Isabel Escudero Villa DIRECTORA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN</p>	 -----	<p>2021-01-21</p> <p>-----</p>
<p>Dr. Jorge Washington Congacha Aushay MIEMBRO DEL TRIBUNAL</p>	 -----	<p>2021-01-21</p> <p>-----</p>

DEDICATORIA

El presente trabajo de titulación dedico principalmente a Dios, quien con su infinito amor y bondad me ha dado la sabiduría para culminar con éxito una etapa más en mi vida.

A mis padres Walter Pilco y Clara Coro por ser mi mayor ejemplo a seguir y haberme forjado como la persona que soy hoy en día, sobre todo a mi madre quien a lo largo de este camino ha sido mi mayor contención, con su esfuerzo, palabras de aliento y amor. A mis dos hermanas Anahy y Belén por ser quienes alegran mis días y mayor motivo de inspiración. A mi ángel en el cielo, mi ñaña Mada quien con sus sabios consejos supo inculcarme la importancia que tiene el superarse académicamente.

A Bryan y Martita quienes se convirtieron en esos hermanos que nos regala la Universidad, gracias por todos los momentos compartidos, llenos de risas, de llantos, de ocurrencias, de momentos buenos y malos y a Cristina Valladolid mi compañera de tesis por haber formado una bonita amistad y sobre todo un excelente grupo de trabajo. Les deseo lo mejor.

Viviana

El presente trabajo de titulación dedico a Dios por haberme guiado por el buen camino y permitirme cumplir una meta más en mi vida. A mis padres Wilber y Luisa por haberme inculcado valores y principios que me ayudaron a convertirme en la persona que soy en la actualidad, además, por brindarme su amor, apoyo y ayuda con todos los recursos necesarios para poder estudiar. A mis hermanos Jefferson y Dennis quienes han confiado siempre en mí y son mi inspiración para ser mejor cada día. A Jhonny por ser alguien muy especial en mi vida, quien con sus consejos y apoyo incondicional me ha demostrado que puedo contar con él. A mi amiga Viviana Pilco por haber formado un buen equipo para poder culminar esta tesis. Asimismo, a cada miembro de mi familia y que de una u otra manera me apoyaron para poder cumplir este sueño tan anhelado.

Cristina

AGRADECIMIENTO

Principalmente agradecemos a Dios por darnos salud y vida, permitiéndonos culminar con éxito un peldaño más de nuestra etapa profesional y a nuestros familiares por ser un pilar fundamental en cada paso dado.

Queremos dar un sincero agradecimiento a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo por ser nuestro segundo hogar; permitiéndonos encontrar grandes amigos con quienes vivimos momentos muy gratos y sobre todo por formarnos académicamente para servir a la sociedad con ética y responsabilidad.

Agradecemos a todos los docentes que nos impartieron su sabiduría y un claro conocimiento a lo largo de nuestra trayectoria estudiantil. De manera especial agradecer a la Ing. Isabel Escudero; Directora del Trabajo de Titulación, Dr. Jorge Congacha; Miembro del Tribunal e Ing. Patricia Paredes; Asesora Externa por manifestar su ayuda incondicional para la culminación de este Trabajo de Titulación.

TABLA DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE TABLAS.....	ix
ÍNDICE DE FIGURAS.....	x
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	xi
ÍNDICE DE ANEXOS	xii
ÍNDICE DE ABREVIATURAS	xiii
RESUMEN	xiv
ABSTRACT.....	xv
INTRODUCCIÓN	1

CAPÍTULO I

1. MARCO TEÓRICO REFERENCIAL	7
1.1 Conceptos y aspectos generales de los terremotos.....	7
<i>1.1.1 ¿Qué son los terremotos?</i>	<i>7</i>
<i>1.1.2 Ondas Sísmicas.....</i>	<i>8</i>
<i>1.1.2.1 Ondas de cuerpo.....</i>	<i>8</i>
<i>1.1.2.2 Ondas superficiales</i>	<i>9</i>
<i>1.1.3 ¿Por qué ocurren los terremotos?</i>	<i>10</i>
<i>1.1.4 Tipos de Terremotos</i>	<i>10</i>
<i>1.1.4.1 Terremotos ligados a causas naturales</i>	<i>10</i>
<i>1.1.4.2 Terremotos ligados a causas antrópicas</i>	<i>12</i>
<i>1.1.5 Medida de los Terremotos</i>	<i>13</i>
<i>1.1.5.1 Momento Sísmico</i>	<i>13</i>
<i>1.1.5.2 Magnitud.....</i>	<i>13</i>
<i>1.1.5.3 Intensidad.....</i>	<i>14</i>
<i>1.1.6 Terremotos más fuertes en el siglo XXI.....</i>	<i>16</i>
1.2 Leyes Sismológicas	17

1.2.1	<i>Ley de Gutenberg- Richter</i>	17
1.2.1.1	<i>Ley de Gutenberg- Richter doble truncada</i>	18
1.2.1.2	<i>Método de Deluca y Corral</i>	20
1.2.2	<i>Ley Modificada de Omori-Utsu</i>	21
1.2.2.1	<i>Distribución de Poisson</i>	22
1.2.2.2	<i>Distribución Binomial Negativa</i>	22
1.2.2.3	<i>Criterio de Información de Akaike (AIC)</i>	23
1.3	Modelación Estadística	23
1.4	Teoría de la Verosimilitud	24
1.5	Teoría de Valores Extremos (EVT)	24
1.6	Modelación estadística de Valores Extremos	25
1.7	Modelos para valores Extremos	25
1.7.1	<i>El método tradicional</i>	25
1.7.2	<i>El método Picos por encima del umbral (POT)</i>	26
1.7.2.1	<i>Distribución de Pareto Generalizada (GPD)</i>	26
1.8	Modelo ETAS	27
1.9	Error Cuadrático Medio (ECM)	29
1.10	Raíz del Error Cuadrático Medio (RECM)	29

CAPÍTULO II

2.	MARCO METODOLÓGICO	30
2.1	Tipo y Diseño de la Investigación	31
2.1.1	<i>Localización del estudio</i>	31
2.1.2	<i>Población en estudio</i>	32
2.1.3	<i>Técnicas de recolección de datos</i>	32
2.1.4	<i>Recolección de la información</i>	32
2.2	Variables en estudio	32
2.2.1	<i>Operalización de variables</i>	32

2.3	Análisis estadístico.....	33
-----	---------------------------	----

CAPÍTULO III

3.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	34
3.1	Construcción de la base de datos.....	34
3.2	Georreferenciación de los terremotos	34
3.3	Análisis de la Ley de Gutenberg-Richter en los datos	36
3.3.1	<i>Estimación de los parámetros a y b.....</i>	<i>36</i>
3.4	Análisis de los Eventos Extremos	38
3.5	Análisis de la Ley de Omori-Utsu en los datos	40
3.5.1	<i>Recuento de los terremotos.....</i>	<i>40</i>
3.5.2	<i>Distribución de los recuentos de terremotos</i>	<i>43</i>
3.5.3	<i>Estimación de los parámetros k, c y p</i>	<i>44</i>
3.6	Propuesta de un modelo y comparación con el modelo ETAS	45
3.6.1	<i>Modelo Propuesto.....</i>	<i>45</i>
3.6.2	<i>Modelo ETAS</i>	<i>46</i>
3.6.3	<i>Comparación del modelo propuesto con el modelo ETAS.....</i>	<i>48</i>
	CONCLUSIONES.....	49
	RECOMENDACIONES.....	50
	BIBLIOGRAFÍA	
	ANEXOS	

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1-1: Características en un terremoto, en magnitud e intensidad.	14
Tabla 2-1: Terremotos más fuertes en el siglo XXI.....	16
Tabla 1-2: Operalización de las variables en estudio.....	33
Tabla 1-3: Terremotos registrados entre los años 1976-2018 en el Ecuador	34
Tabla 2-3: Parámetros obtenidos por el método Deluca y Corral	37
Tabla 3-3: Resultados AIC.....	43
Tabla 4-3: Estimación de los parámetros de Omori-Utsu.....	44
Tabla 5-3: Tasa de réplicas y tiempo después del terremoto principal	44
Tabla 6-3: Probabilidades de ocurrencia del modelo propuesto	45
Tabla 7-3: Parámetros por defecto del modelo ETAS	47
Tabla 8-3: Estimaciones de los parámetros del modelo ETAS.....	47
Tabla 9-3: Probabilidades de ocurrencia del modelo ETAS	48
Tabla 10-3: Errores del modelo propuesto y del modelo ETAS	48

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-2. Origen del terremoto.....	8
Figura 2-2. Tipo de Ondas Sísmicas	9
Figura 3-2. Monte Huascarán después del desastre	11
Figura 4-2. Cráter del meteorito Barringer en Arizona.....	12
Figura 1-3. Código para obtención de los parámetros de la GPD.....	39
Figura 2-3. Test Dickey-Fuller Aumentado	42
Figura 3-3. Código para el catálogo sísmico	46

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1-2. Ubicación del área de estudio.....	31
Gráfico 1-3. Terremotos globales entre los años 1976-2018	35
Gráfico 2-3. Terremotos de Ecuador entre los años 1976-2018.....	36
Gráfico 3-3. Relación Gutenberg-Richter.....	38
Gráfico 4-3. Análisis de valores extremos para el momento sísmico mediante la GPD	39
Gráfico 5-3. Análisis de la cola derecha	40
Gráfico 6-3. Recuento de los terremotos para 7 días	41
Gráfico 7-3. Recuento de los terremotos para 20 días	41
Gráfico 8-3. Recuento de los terremotos para 30 días	42
Gráfico 9-3. Representación gráfica del catálogo sísmico	47

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo A: CÓDIGO PARA ESTIMAR EL VALOR β MEDIANTE EL MÉTODO DE DELUCA Y CORRAL

Anexo B: CÓDIGO PARA EL ANÁLISIS DE EVENTOS EXTREMOS UTILIZANDO LA GDP

Anexo C: CÓDIGO PARA EL ANÁLISIS DE LA LEY DE OMORI

Anexo D: CÓDIGO ETAS

ÍNDICE DE ABREVIATURAS

AIC: Criterio de la Información Akaike

ECM: Error Cuadrático Medio

RECM: Raíz del Error Cuadrático Medio

EMV: Estimador de Máxima Verosimilitud

EPU: Espectros de Peligro Uniforme

ETAS: Modelo de Secuencia de Réplica de Tipo Epidémico

EVT: Teoría de los Valores Extremos

Global CMT: The Global Centroid Moment Tensor

GPD: Distribución de Pareto Generalizada

IGEPN: Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional

MDA: Máximo Dominio de Atracción

POT: Picos por Encima del Umbral

cdf: Función de distribución

pdf: Función de densidad

v.a: Variable aleatoria

v.a.i.i.d: Variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida

RESUMEN

El objetivo de este estudio fue modelar los eventos extremos y proponer un modelo que permita obtener probabilidades de ocurrencia de un terremoto, para lo cual se utilizó el catálogo sísmico *Global Centroid Moment Tensor (CMT)* filtrando la información de Ecuador entre los años 1976-2018 y el catálogo sísmico del Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional (IGEPN) entre los años 2013-2018. Unificando estos catálogos se realizó una georreferenciación observando que en el país predominaron terremotos con magnitudes entre 2.0-6.0 en la escala Richter. Para la modelación, a partir del valor umbral 6.4 calculado en la ley de Gutenberg-Richter se identificó que los eventos extremos siguen una Ley de Potencia puesto que, el parámetro de forma de la Distribución de Pareto Generalizada (GPD) es mayor a cero y en la propuesta del modelo se utilizó los parámetros de la Ley de Gutenberg-Richter y la Ley de Omori-Utsu, para estimar sus parámetros se aplicó el Método de Máxima Verosimilitud (EMV) teniendo como resultado en la Ley de Gutenberg-Richter un nivel de sismicidad regional, 11.94 y una proporción de sismos grandes frente a pequeños, 1.39, calculando β mediante el método de Deluca y Corral, mientras que, en la Ley de Omori-Utsu tomando al terremoto del 16 de abril de 2016, se obtuvo una productividad en réplicas, 171.91, mayor número de réplicas después del terremoto principal, 0.083 y una tasa de decaimiento de réplicas, 0.96. Finalmente, se comparó el modelo propuesto con el modelo de Secuencia de réplicas de tipo epidémico (ETAS) mediante el error cuadrático medio y la raíz cuadrática media dando un error menor en el modelo propuesto, concluyendo que también ayuda a obtener probabilidades de ocurrencia. Se recomienda realizar más estudios aplicados a esta línea de investigación dado que, la sismicidad en el país es alta por su ubicación geográfica y estos estudios ayudarían de manera significativa.

Palabras claves: <ESTADÍSTICA>, <TERREMOTOS>, <EVENTOS EXTREMOS>, <LEY GUTENBERG-RICHTER>, <LEY OMORI-UTSU>, <MÉTODO DELUCA Y CORRAL>, <SECUENCIA DE RÉPLICAS DE TIPO EPIDÉMICO (ETAS)>



Firmado electrónicamente por:
**LUIS ALBERTO
CAMINOS
VARGAS**



0572-DBRAI-UPT-2021

ABSTRACT

The objective of this study was to model extreme events and propose a model that allows obtaining probabilities of occurrence of an earthquake, for which the Global Centroid Moment Tensor (CMT) seismic catalog was used, filtering the information from Ecuador between the years 1976-2018. And the seismic catalog of the Geophysical Institute of the National Polytechnic School (IGEPN) between the years 2013-2018. Unifying these catalogs, a georeferencing was carried out, observing that earthquakes with magnitudes between 2.0-6.0 on the Richter scale predominated in the country. For the modeling, from the threshold value 6.4 calculated in the Gutenberg-Richter law, it was identified that extreme events follow a power law since the shape parameter of the Generalized Pareto Distribution (GPD) is greater than zero and in the proposal of the model, the parameters of the Gutenberg-Richter law and the Omori-Utsu law were used, to estimate their parameters, the Maximum Likelihood Estimation method (MLE) was applied, resulting in the Gutenberg-Richter law a level regional seismicity, 11.94 and a proportion of large earthquakes versus small, 1.39, calculating β using the Deluca and Corral method, while in the Omori-Utsu law taking the earthquake of April 16, 2016, the aftershock productivity obtained, 171.91, higher number of aftershocks after the main earthquake, 0.083 and an aftershock decay rate, 0.96. Finally, the proposed model was compared with the Epidemic-type Aftershock Sequence (ETAS) model using the mean square error and the root mean square, giving a lower error in the proposed model, concluding that it also helps to obtain probabilities of occurrence. It is recommended to carry out more studies applied to this line of research since the seismicity in the country is high due to its geographical location and these studies would help significantly.

Keywords: <STATISTICS>, <EARTHQUAKES>, <EXTREME EVENTS>, <GUTENBERG-RICHTER LAW>, <OMORI-UTSU LAW>, <DELUCA AND CORRAL METHOD>, <EPIDEMIC TYPE AFTERSHOCK SEQUENCE (ETAS)>

INTRODUCCIÓN

Los terremotos son fenómenos naturales que conllevan mayor potencial destructor, con mayor coste de vidas y pérdidas materiales, siendo el riesgo sísmico uno de los que requieren más atención (Benito, 2013, p.1).

En los últimos años se ha evidenciado una gran actividad sísmica en diferentes regiones del mundo; sismos de grandes magnitudes que dejan a su paso grandes pérdidas humanas como económicas siendo un tema de gran importancia a prestar atención. Se conoce que el Ecuador se encuentra ubicado en el Cinturón de Fuego del Pacífico por tanto su actividad sísmica es considerada alta, incluyendo eventos como el de 1906 que alcanzó una magnitud de 8.8, identificando este sismo dentro de los más grandes de la historia (Quinde y Reinoso, 2016: p.2), y el último registrado en el 2016 con una magnitud de 7.8 en la escala Richter.

En el Ecuador existen varios estudios que usan como referencia este evento en diferentes áreas de investigación, de estos estudios muy pocos se centran en el modelado de eventos extremos o su probabilidad de ocurrencia. En un estudio publicado por (Quinde y Reinoso, 2016) se realiza una investigación enfocada en el análisis de la peligrosidad sísmica en el Ecuador y a partir de este estudio inicial se propone un diseño de catálogos sísmicos para la ciudad de Cuenca. Según el Instituto Geofísico de la Escuela Superior Politécnica Nacional (IGEPN, 2020), el país no está en capacidad de predecir sismos y consideran que la población debe estar preparada en todo momento para afrontar un evento igual o mayor al último terremoto registrado en el territorio ecuatoriano. Por tanto, en el país hacen falta más estudios que aporten a esta línea de investigación cuyo objetivo sea modelar estos eventos extremos, es decir, terremotos de grandes magnitudes puesto que, son los que más daño dejan a su paso.

Los eventos extremos de fenómenos naturales se presentan frecuentemente y surge la interrogante si son valores anómalos o son un efecto normal de años de evolución, los eventos extremos se encuentran en muchos ámbitos de la ciencia y su modelación, se utiliza en varios campos siendo la sismología uno de ellos. Debido a su singularidad deben tratarse de manera separada al resto de datos observados, pues su distribución es diferente con el resto de los datos o simplemente es de interés modelar estos valores. Estadísticamente, el objeto que analiza los eventos extremos son las colas de las distribuciones sobre un valor umbral, estas colas hacen referencia a sucesos que pueden ocasionarse una vez de cada mil (Serra, 2013).

En este estudio también se pretende proponer un modelo con las dos leyes empíricas que todo modelo de terremotos debe tener: Ley de Gutenberg-Richter y Ley de Omori-Utsu, dando como resultado la probabilidad de ocurrencia de un terremoto. Cabe mencionar que en la actualidad

existe un modelo estadístico básico “ETAS” que describe la sismicidad en una región determinada, el cual será comparado con el modelo a proponer mediante el Error Cuadrático Medio y la Raíz Cuadrática Media.

Esta investigación contiene tres capítulos: El capítulo I; describe la fundamentación teórica de terremotos y las técnicas estadísticas a utilizar. El capítulo II; detalla la metodología aplicada a los datos sismológicos. El capítulo III muestra los resultados obtenidos. Finalmente, las conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas y anexos.

Antecedentes

Según la enciclopedia *Britannica Académic*, cada año se producen unos 100 terremotos lo suficientemente fuertes para provocar daños importantes. Además, el Servicio Geológico de los Estados Unidos informa: “*Tomando en cuenta los registros que tenemos desde 1900 todos los años esperamos unos 17 terremotos mayores*”.

Ecuador presenta una actividad sísmica muy alta, dado que, está ubicado en una de las zonas con mayor actividad sísmica en el planeta, los eventos más fuertes que se han presentado son: en 1906, localizado en la costa del país con una magnitud de 8.8; en agosto de 1907, en Bahía de Caráquez con una magnitud de 7.1; y el último sismo, el 16 de abril de 2016 con una magnitud de 7.8 (Parra et al. 2018: p.14). Este último, produjo considerables daños en algunos sectores del país, dejando en evidencia la necesidad de métodos que ayuden en la predicción de estos eventos para reducir las consecuencias.

La comunidad internacional en la década de los 80 dedicó enormes esfuerzos en la línea de predicción de terremotos, esta se basaba en determinar el lugar y el momento de ocurrencia del terremoto. El sismo ocurrido el 4 de febrero de 1974 en Haicheng-Yingkou (China) fue una predicción satisfactoria, permitiendo evacuar tres grandes ciudades previamente dos días antes del terremoto. No obstante, poco después ocurrió otro sismo también en China donde no se logró predecir y fallecieron 250 000 personas. Además, se presentaron casos de predicción fallida, en el que se evacuó la población y el terremoto no ocurrió (Benito, 2013, p.3).

Gioacchino Giampaolo Giuliani ex técnico investigador en el Laboratorio Nacional de Física de Gran Sasso, en Italia, predijo la llegada de un terremoto en la zona de L'Aquila. Donde intentó alertar a todos los vecinos subiéndose a una furgoneta y con la ayuda de un megáfono, pero fue denunciado por el alcalde ante la policía por escándalo público. Finalmente, el sismo se produjo, dejando como resultado 179 personas fallecidas. Giuliani comenzó a investigar estos fenómenos utilizando un sistema que había inventado, este sistema detectaba altas concentraciones de gas radón en áreas sísmicas, que, según sus estudios confirmaban la llegada de un terremoto (Navarro, 2018, p.14).

La tesis “Estudio estadístico de la peligrosidad sísmica del Ecuador mediante la teoría de valores extremos” describe el comportamiento de las máximas magnitudes sísmicas registradas mediante la teoría del análisis de valores extremos con el fin de identificar una distribución de probabilidad que se ajuste a los datos de las máximas magnitudes, además de la técnica de clustering denominada k-medias la cual permitió agrupar las observaciones de las ocurrencias sísmicas de acuerdo a sus características similares. Dando como resultado que el modelo Gumbell resulto ser

el más adecuado para ajustar las máximas magnitudes a nivel general de los sismos ocurridos en el Ecuador (Chancay, 2018).

En la tesis doctoral “Desarrollos metodológicos y aplicaciones hacia el cálculo de la peligrosidad sísmica en el Ecuador continental y estudio de riesgo sísmico en la ciudad de Quito” desarrollaron un estudio de peligrosidad sísmica en Ecuador continental, siguiendo una metodología probabilista zonificada. Este estudio presenta como principales aportaciones: la elaboración de un Estado del Arte sobre Tectónica y Geología de Ecuador, la confección de un Catálogo Sísmico de proyecto, la propuesta de una nueva zonificación sísmica, la caracterización sísmica de cada zona estimando los parámetros de recurrencia y magnitud máxima, la generación de mapas de peligrosidad sísmica y la estimación de espectros de peligrosidad uniforme y sismos de control. Para obtener la sismicidad de cada zona usaron un modelo de Gutenberg-Richter truncado a una magnitud mínima de 4.0 M_w donde los parámetros de este modelo se obtuvieron mediante el método de máxima verosimilitud, utilizando la propuesta de Weichert (1980). Además, en el mapa de peligrosidad de Ecuador, destacaron como zona de mayor peligro a la provincia de Esmeraldas corroborando el terremoto ocurrido el 16 de abril de 2016 en esta provincia (Parra, 2016, p.165).

En la publicación “Estudio de peligro sísmico de Ecuador y propuesta de espectros de diseño para la Ciudad de Cuenca” se hace referencia a la falta de catálogos sísmicos completos o poca información relacionada al peligro sísmico en el país, por tanto, se realiza un análisis probabilista de amenaza sísmica obteniendo como resultados: curvas de peligro, espectros de peligro uniforme y mapas de peligro sísmico. En los mapas de peligro sísmico, las zonas más sensibles detectadas fueron la Costa y la zona Centro Sur del país, donde se encuentra la ciudad de Quito (Quinde y Reinoso, 2016: p.1).

En el artículo “Determinación del período de recurrencia y magnitud máxima para el control de las estructuras en el rango elástico ante un sismo asociado a las fallas inversas” se obtienen los períodos de recurrencia asociados a sismos de diferente magnitud que pueden producirse en los segmentos de la falla ciega de Quito a través de Gutenberg-Richter modificado. Como resultado de los periodos de recurrencia se tienen 188, 138, 105, 183, 115 años para cada segmento de falla. A partir, del tamaño del plano de falla de los diferentes segmentos de la falla ciega de Quito, estimaron la magnitud máxima que se generaría en cada segmento de falla y la tasa de momento sísmico que se acumuló en cada segmento de acuerdo con la tasa de deslizamiento estimada en dichos segmentos. De la relación que existe entre la tasa acumulada de sismos con la magnitud determinaron un rango de variación de las magnitudes para períodos de recurrencia de 50, 75 y 100 años correspondientes a la vida útil de viviendas, puentes y presas. Las viviendas y oficinas pueden trabajar en el rango elástico ante un sismo de magnitud 5.5; los puentes con una magnitud

de 5.7 no deben sufrir ningún daño y las presas deben tener un comportamiento elástico ante un sismo de 5.8 (Rivas, Aguiar y Benito, 2014: p.6).

En el artículo “*Predictability in the Epidemic-Type Aftershock Sequence model of interacting triggered seismicity*”, *Journal of Geophysical Research*, desarrollaron una metodología sistemática para el pronóstico de terremotos utilizando el modelo de secuencia de réplica de tipo de epidemia (ETAS), esta está basada en la ley de Omori (no normalizada), la ley de Gutenberg-Richter y la idea de que los grandes eventos desencadenan réplicas más numerosas, concluyendo que los algoritmos de reconocimiento de patrones pueden funcionar mejor para terremotos fuertes que para terremotos más débiles. En el modelo ETAS la previsibilidad de un terremoto no depende de su magnitud, las predicciones son mejores para los eventos con mayor magnitud ya que son menos numerosos y, por ende, es más probable que estén asociados con períodos de grandes tasas de sismicidad siendo más predecibles (Helmstetter y Sornette, 2003: p.17).

Planteamiento del Problema

Enunciado del Problema

Ante la falta de investigaciones enfocadas en esta línea de investigación que son los eventos extremos y modelos estadísticos en terremotos, siendo Ecuador un país altamente sísmico por su ubicación geográfica ya que se encuentra sobre la Placa Tectónica de Nazca y forma parte del Cinturón de Fuego del Pacífico, es preocupante porque estudios como estos pueden dar información significativa.

Sin embargo, este trabajo de titulación no consiste en predecir en dónde, cuándo y qué magnitud tendrán futuros terremotos, sino el modelar eventos extremos, es decir, terremotos de grandes magnitudes para identificar su comportamiento y, además, proponer un modelo que dé como resultados probabilidades de ocurrencia de un terremoto respectivamente.

Formulación del Problema

El proyecto pretende dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿El modelado de los eventos extremos ayuda a identificar el comportamiento de terremotos de grandes magnitudes?

¿El modelo obtenido mediante las dos leyes empíricas, Gutenberg-Richter y Omori-Utsu mejoran la probabilidad de ocurrencia?

Justificación

La predicción de terremotos ha sido un problema difícil para los investigadores debido a la dificultad que estos presentan, ya que son procesos condicionados en el tiempo, en cada zona y de acuerdo con su distribución a escala global se los puede considerar como un proceso aleatorio según el Prof. Francisco Vidal Sánchez, sismólogo investigador del Instituto Andaluz de Geofísica de la Universidad de Granada (BBC, 2010). La predicción de terremotos consiste en estimar con mayor precisión y fiabilidad posible la magnitud y probabilidad que pueda ocurrir un terremoto (Espada, 2015, p.13).

Ante el terrible terremoto ocurrido en Ecuador el 16 abril del 2016, con una magnitud de 7.8 en la escala de Richter siendo en los últimos años el sismo más fuerte sentido en el país, dejó como resultado a 671 personas fallecidas y más de 380.000 damnificadas según la (Secretaría Nacional de Gestión de Riesgos, 2016, p.1), donde se pudo evidenciar que su población no está capacitada adecuadamente para reaccionar de manera segura y rápida ante este fenómeno.

Por tanto, conocer la distribución que siguen los eventos extremos es de suma importancia puesto que, al ser terremotos de grandes magnitudes son los que más daño dejan a su paso tanto económicamente como pérdidas humanas. Asimismo, proponer un modelo estadístico mediante dos leyes definidas en sismología Gutenberg-Richter y Omori-Utsu, pretende dar la probabilidad de ocurrencia de un terremoto siendo un resultado significativo dentro del estudio.

Objetivos

Objetivo General

Modelar las máximas magnitudes de los terremotos utilizando la Teoría de Valores Extremos para la predicción de terremotos en el Ecuador.

Objetivos Específicos

- Estructurar una base de datos mediante los catálogos sísmicos: *Global CMT* y *IGEPN*.
- Generar gráficos de georreferenciación sobre los terremotos en el Ecuador.
- Analizar la Ley de Gutenberg-Richter en los datos.
- Modelizar los eventos extremos de los terremotos.
- Analizar la Ley de Omori-Utsu en los datos.
- Proponer un modelo estadístico mediante la ley de Gutenberg-Richter y la Ley de Omori-Utsu para compararlo con el modelo ETAS y determinar el mejor modelo que realice probabilidades de ocurrencia.

CAPÍTULO I

1. MARCO TEÓRICO REFERENCIAL

En este apartado, se definen conceptos y fundamentos que detallan las bases conceptuales acerca de los terremotos, dos leyes empíricas utilizadas en sismología Gutenberg-Richter y Omori-Utsu Modificada, además la metodología de cálculo existente para estimar sus parámetros. Seguido, la modelación estadística y la Teoría de Valores Extremos. Finalmente, se describe el Modelo ETAS y el Error cuadrático medio (ECM).

1.1 Conceptos y aspectos generales de los terremotos

1.1.1 *¿Qué son los terremotos?*

Un terremoto es un fenómeno natural provocado por una ruptura súbita y violenta de las rocas que componen la Litosfera, liberando gran cantidad de energía que se propaga en forma de ondas sísmicas en todas las direcciones por el interior de la Tierra, de modo que al alcanzar la superficie de la tierra se produce una sacudida sísmica. Dependiendo de las características de los terremotos como: magnitud, profundidad, tipo de ruptura, distancia a la que se encuentre el foco sísmico, condiciones geotécnicas y topográficas del terreno; el movimiento sísmico del suelo en un cierto emplazamiento se producirá con diferente severidad alcanzando en muchos casos valores lo suficientemente altos como para dañar o incluso producir colapso en edificaciones e infraestructuras que se encuentran en la superficie de la tierra (Rivas, 2014, p.3).

La mayoría de los terremotos son de origen tectónico debido a la inestabilidad en la fricción de las fallas que ocurren por desplazamientos muy rápidos, como una ruptura que se propaga dinámicamente sobre la superficie de la falla, estos movimientos generan ondas sísmicas que al llegar a la superficie provocan sacudidas sísmicas del terreno (Sanchez, 1994, pp.18-19).

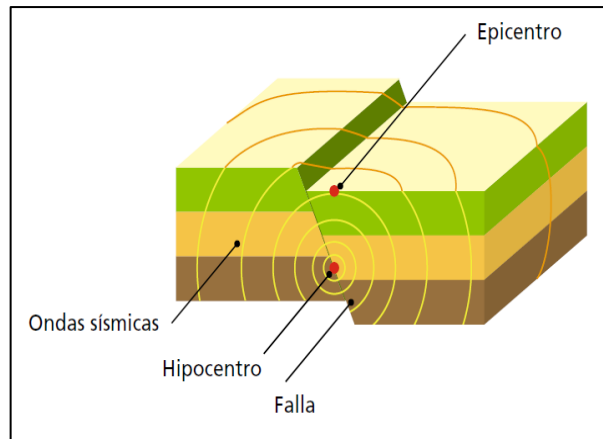


Figura 1-2. Origen del terremoto

Fuente: (Jiménez et al., 2014)

El lugar donde se produce el terremoto se lo conoce como hipocentro o foco, localizado a varios kilómetros de profundidad. Sobre la vertical en la superficie se localiza el epicentro siendo el lugar donde se producen los mayores daños, mientras que la energía liberada por la fricción de las fallas se propaga mediante ondas que recorren grandes distancias por la superficie y por el interior de la tierra, las cuales proporcionan información muy importante para conocer la estructura del planeta (Jiménez et al., 2014: p.4).

1.1.2 Ondas Sísmicas

La sacudida de un terremoto no es continua, puesto que se producen varios trenes de ondas que se registran en distintos momentos viajando a diferentes velocidades (Jiménez et al., 2014: p.4). Una perturbación como un terremoto en cualquier punto de la tierra produce ondas energéticas conocidas también como ondas sísmicas, las cuales se encuentran dentro de la categoría de ondas elásticas que son perturbaciones tensionales que se propagan a lo largo de un medio (Zafra, 2017, p.2).

Existen dos tipos de ondas sísmicas: Ondas de cuerpo y Ondas superficiales.

1.1.2.1 Ondas de cuerpo

Conocidas también como ondas corporales debido a que viajan por el interior de la tierra.

- Ondas P

Son ondas que se mueven en forma de acordeón, es decir, comprimiendo y estirando alternativamente los materiales en la dirección en que se mueve la onda, motivo por el cual se las denomina ondas de compresión. Son las más rápidas y primeras en ser detectadas cuando ocurre un terremoto (Panchuk, 2019, p.7).

- Ondas S

Son ondas que se mueven con un movimiento cortante, sacudiendo partículas de lado a lado simulando el movimiento de una cuerda. Son más lentas que las ondas P y son las segundas en ser detectadas, estas ondas no pueden viajar a través de líquidos (Panchuk, 2019, p.7).

Las ondas P y las ondas S pueden viajar rápidamente a través de materiales geológicos a velocidades superiores a la velocidad de sonido en el aire.

1.1.2.2 Ondas superficiales

Estas ondas resultan de la partición de la energía de las ondas corporales al alcanzar la superficie de la tierra. Existen dos tipos de ondas superficiales: las Ondas de Rayleigh (Ondas R) que se caracterizan por el movimiento vertical de la superficie del suelo y las Ondas Love (Ondas L) que se caracterizan por el movimiento de lado a lado y su velocidad es ligeramente superior a las ondas Rayleigh. Estas ondas superficiales son más lentas y se las detectan después de las ondas corporales, causando más daño debido a que ocasionan más movimiento en el suelo (Panchuk, 2019, pp.7-8).

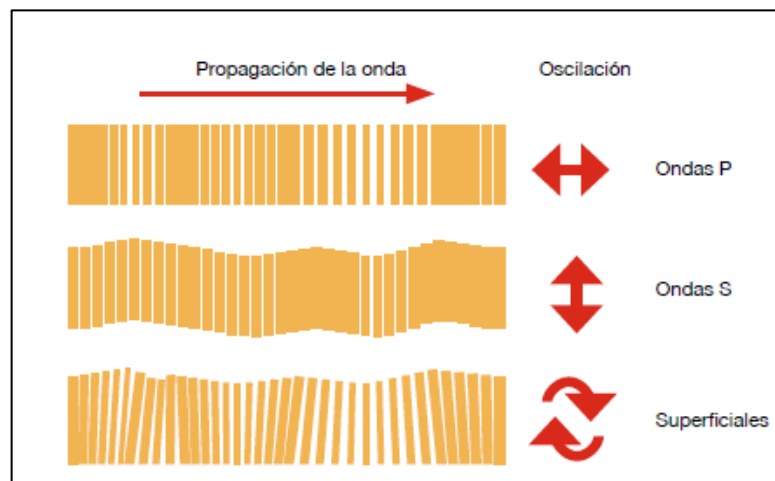


Figura 1-2. Tipo de Ondas Sísmicas

Fuente: (Jiménez et al., 2014)

1.1.3 ¿Por qué ocurren los terremotos?

Desde la antigüedad hasta el periodo helénico y durante la edad media, atribuyeron una explicación mítica a los efectos de los terremotos, por ejemplo, los japoneses creían que en el centro de la tierra habitaba un enorme pez lagarto, quién a través de sus sacudidas ocasionaba los terremotos; en Siberia lo relacionaban con el paso de un dios en trineo bajo la Tierra; los maoríes creían que los terremotos se originaban por los gruñidos del dios Raumoko, quién fue enterrado por su madre, la Tierra y los aztecas pensaban que al final de cada era denominada “Sol”, se extinguía periódicamente la humanidad por diferentes calamidades (Nava, 2002, p.15).

Los primeros en asignar causas naturales a los terremotos fueron los filósofos de la antigua Grecia. Anaxímenes (siglo V a.C) y Demócrito (siglo IV a.C), quienes pensaban que la humedad y el agua los causaban. Anaxágoras y Empédocles (siglo IV a.C), propusieron la teoría de que eran producidos por salidas súbitas de aire caliente. La relación entre fallas y terremotos fue mencionada nuevamente por E. Suess en 1875, posiblemente el primero en establecer esta relación fue A. Von Humboldt, sin embargo, su teoría no fue aceptada universalmente. En 1881, en Japón se produjo un terremoto, a raíz de este, Koto y Milne propusieron que las fallas se originan de la energía sísmica. H. Reid propuso el primer modelo mecánico de la fuente sísmica, la Teoría del Rebote Elástico, por un estudio que realizó respecto al terremoto de San Francisco en 1906; actualmente versiones mejoradas de este modelo son investigadas (Nava, 2002, pp.16-17).

1.1.4 Tipos de Terremotos

De acuerdo con el modo de generación, los terremotos pueden clasificarse en: Terremotos ligados a causas naturales y terremotos ligados a causas antrópicas.

1.1.4.1 Terremotos ligados a causas naturales

- Terremotos tectónicos

Se producen por la ruptura súbita y violenta de las rocas a causa de la deformación acumulada en el medio. Existe una etapa previa de acumulación de la deformación elástica de la corteza terrestre provocado por el movimiento lento de las placas, originando una acumulación de esfuerzos hasta que llega a un punto de colapso superando la resistencia del material, provocando así una dislocación. Parte de la energía elástica se disipa en forma de calor y procesos no elásticos en la zona de ruptura y otra parte en forma de ondas sísmicas. La etapa de acumulación de esfuerzos

puede durar varios años, mientras que la de relajación por medio de terremotos tan solo duran segundos. Esto se produce generalmente en zonas de contacto entre placas (terremoto entre placas) y ocasionalmente en zonas de debilidad dentro de las placas (terremotos intra-placa) (Sanchez, 1994, p.19).

- Terremotos volcánicos

Se producen en las zonas afectadas por los fenómenos o la actividad volcánica. Estos terremotos pueden ser: Tectónico; a causa de ruptura de rocas producidas por la deformación que generan los cambios de densidad en la zona y Explosivo; debido a la explosión de las zonas donde existe magma. Los terremotos volcánicos no son muy bien explicados ya que pueden durar de minutos a horas, generalmente están asociados a fenómenos eruptivos o intrusivo y suelen tener una frecuencia dominante entre 1 y 5 Hz (Sanchez, 1994, p.19).

- Terremotos de colapso

Causados por hundimientos de zonas debido a la existencia de cavidades o áreas de baja densidad con huecos sometidos a cargas, por lo general verticales. Entre estos existen terremotos de colapso asociados a desplazamientos de masas de tierra que son causados por movimientos bruscos de masas de rocas o de tierra como el deslizamiento rápido de laderas. Este deslizamiento es el efecto de grandes terremotos como el terremoto registrado en mayo de 1970 en el Perú, provocando una ruptura en el monte Huascarán y una avalancha de rocas nieve, hielo y suelos de unos 50 millones de metros cúbicos con una velocidad de unos 200 km/h (Sanchez, 1994, pp.19-20).



Figura 3-2. Monte Huascarán después del desastre

Fuente:(PrensaHuaraz, 2017)

- Terremotos por impacto de meteoritos

Son muy escasos y se producen cuando un meteorito ingresa a la tierra y se impacta contra el suelo produciendo sacudidas violentas. Existen restos terrestres de algunos de estos impactos por ejemplo el cráter del meteorito de Arizona con 1.2 km de diámetro y 100 m de profundidad (Sanchez, 1994, p.20).



Figura 4-2. Cráter del meteorito Barringer en Arizona

Fuente:(Curiosidades, 2013)

1.1.4.2 Terremotos ligados a causas antrópicas

Son producidos por consecuencia de diversas actividades humanas:

- Terremotos inducidos por grandes embalses

Se debe a la sobre carga de la masa de agua embalsada y sobre todo en casos de cambios bruscos en ésta, lo cual altera las condiciones locales de esfuerzos liberando energía de deformación previamente acumulada y facilitando la relajación brusca de esfuerzos en zonas tectónicamente activas (Sanchez, 1994, p.20).

- Terremotos por explosiones nucleares

Son el resultado de las pruebas nucleares bajo tierra generando una liberación de energía equivalente a terremotos de magnitudes 5 y 6. Debido a este tipo de explosiones se desarrolló la Red mundial de sismógrafos estandarizados (WWSSN) y redes especiales (arrays) a modo de radares sísmico (Sanchez, 1994, p.20).

- Terremotos debido a explosiones de minas y canteras

Generalmente se presentan de baja intensidad, pero teniendo un efecto local notable de acuerdo a las cargas (Sanchez, 1994, p.20).

- Terremotos debido a inyecciones o extracción de fluidos

Cuando se realizan inyecciones de fluidos como residuos químicos, radiactivos, entre otros, se produce un aumento de micro terremotos y de terremotos incluso en zonas determinadas, zonas sísmicas tranquilas (Sanchez, 1994, p.21) debido a que estos fluidos discurren por las zonas de fractura y actúan como lubricantes en zonas de tensión facilitando movimientos tectónicos.

1.1.5 Medida de los Terremotos

Magnitud, momento sísmico e intensidad son los parámetros generalmente utilizados para evaluar el tamaño o energía durante un terremoto. La magnitud es una aproximación cuantitativa en función de la máxima amplitud del área registrada en los sismógrafos. La intensidad es una semicuantitativa que se basa en los daños ocasionados por el terremoto sobre las personas, edificaciones y la naturaleza (Herrera et al., 2016: p.65) y el momento sísmico es una medida más consiente del tamaño de un terremoto siendo en la actualidad el parámetro más utilizado.

1.1.5.1 Momento Sísmico

El momento sísmico (M) es la cantidad de energía liberada por un terremoto, donde M es una variable aleatoria medido en Newton metros (Nm), sigue una ley de potencia. Existe una relación entre momento sísmico y magnitud que viene definida por la siguiente ecuación:

$$M = 10^{\left(\frac{3}{2}m+9.1\right)}$$

Donde m es la magnitud de un terremoto y el valor de 9.1 viene dado por la unidad de medida, Newton-metro (Nm) que se está utilizando en esta investigación.

1.1.5.2 Magnitud

La magnitud (m) es una medida instrumental que toma en cuenta el valor de la amplitud de las ondas sísmicas registradas por un sismógrafo. Donde m , es una variable aleatoria medida en la

escala de Gutenberg Richter y sigue una distribución exponencial. A partir de la expresión matemática del M y haciendo uso de la siguiente propiedad de los logaritmos:

$$a^x = b \rightarrow \log_a b = x$$

Se procedió a despejar m ,

$$M = 10^{\left(\frac{3}{2}m + 9.1\right)}$$

$$\log_{10} M = \frac{3}{2}m + 9.1$$

$$\frac{2}{3}m = (\log_{10} M - 9.1)$$

$$m = \frac{2}{3}(\log_{10} M - 9.1)$$

Donde M es el momento sísmico y el valor de 9.1 viene dado por la unidad de medida, Newton-metro (Nm). En caso de trabajar con una Dinamómetros (Dcm) este valor cambiaría por 16.1 tanto para la magnitud y momento sísmico.

1.1.5.3 Intensidad

La intensidad es una estimación cualitativa de la energía liberada por un terremoto, estudia los daños producidos en las personas, edificios y obras de ingeniería civil en el terreno (Herrera et al., 2016: p.70).

Tabla 1-1: Características en un terremoto, en magnitud e intensidad.

Nivel	Magnitud (Escala Richter)	Intensidad	Características
I	<2.3	No perceptible	No es sentido, excepto por personas en condiciones especiales.
II	2.3 – 2.9	Débil	Sentido por pocas personas en reposo, especialmente las ubicadas en los pisos superiores de los edificios.
III	3.0 – 4.1	Leve	Sentido de manera fuerte por personas en interiores, especialmente las ubicadas en los pisos superiores de los edificios.

			(Algunos automóviles detenidos pueden oscilar ligeramente).
IV	3.7 – 4.2	Moderado	Sentido por muchas personas ubicadas en interiores y por pocas que se encuentran al aire libre. (Los automóviles detenidos se mueven bruscamente).
V	4.3 – 4.9	Medianamente fuerte	Sentido por casi todos. Algunas ventanas y puertas rotas. Caída de objetos inestables. Los relojes de péndulo se pueden detener.
VI	5.0 – 5.6	Fuerte	Sentido por todos. Pánico general. Daños leves.
VII	5.7 – 6.2	Muy fuerte	Daños insignificantes en edificios de buen diseño y bien construida; daños leves a moderados en estructuras ordinarias bien construidas; daños considerables en estructuras pobremente construidas o mal diseñadas.
VIII	6.3 – 6.9	Dañino	Daños leves en estructuras bien diseñadas; daños considerables en estructuras ordinarias, incluso con derrumbe parcial; daños grandes en estructuras pobremente construidas. Caída de chimeneas, paredes, columnas y monumentos. Caída lateral de muebles pesados.
IX	7.0 – 7.6	Destruyivo	Daño considerable en estructuras de diseño especial; colapso de estructura bien diseñadas. Daños importantes en edificios grandes con derrumbe parcial. Cambios en la cimentación de los edificios.
X	7.7 – 8.2	Devastador	Destrucción en algunas estructuras de madera bien construidas; grandes daños en la mayoría de las estructuras de

			mampostería y madera. Rieles de ferrocarril doblados.
XI	8.3 – 9.0	Catastrófico	Pocas estructuras permanecen en pie. Puentes destruidos, rieles doblados significativamente.
XII	>9.0	Muy catastrófico	Destrucción total. Grandes objetos lanzados al aire, los ríos cambian su curso y se pueden producir tsunamis.

Fuente: (Velasco y Sánchez, 2015)

1.1.6 Terremotos más fuertes en el siglo XXI

Desde los inicios del siglo XXI, se han presentado numerosos terremotos afectando a la humanidad, los cuales han dejado en su paso desde cientos hasta decenas de miles de víctimas mortales, heridos y desaparecidos, dejando a millones de familias sin hogar y provocando grandes pérdidas materiales y económicas en los países afectados por este fenómeno natural.

Tabla 2-1: Terremotos más fuertes en el siglo XXI

Lugar	Fecha	Magnitud	Victimas
Océano Índico	26 de diciembre de 2004	9.3	Alrededor de 230.000 muertos.
Sichuán China	12 de mayo de 2008	8	87.587 muertos y 474.643 heridos.
Haití	12 de enero de 2010	7	222.570 muertos y 311.000 heridos.
Chile	27 de febrero de 2010	8.8	799 muertos.
Japón	11 de marzo de 2011	9 y 9.1	15.894 muertos y 6.152 heridos.
Nepal	25 de abril de 2015	7.8	8.964 muertos y 21.952 heridos.
Afganistán	26 de octubre de 2015	7.5	399 muertos y 2.536 heridos
Ecuador	16 de abril de 2016	7.8	673 muertos

Fuente: (RT, 2017)

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020.

1.2 Leyes Sismológicas

Todo modelo sismológico debe cumplir con dos leyes empíricas: la Ley de recurrencia de Gutenberg-Richter y la Ley de Omori que es el decaimiento de la tasa de réplicas con el tiempo.

1.2.1 Ley de Gutenberg- Richter

Establece una relación entre la magnitud con la frecuencia de ocurrencia de sismos grandes y pequeños para una determinada zona en un determinado intervalo de tiempo, conociendo que el número acumulativo de sismos que supera cada grado de magnitud varía linealmente con este parámetro, mediante dos constantes positivas a y b . Su expresión matemática es:

$$\dot{N}(m) = 10^{a-b*m}$$

Donde m es la magnitud, $\dot{N}(m)$ indica la tasa acumulada de sismos de magnitud mayor o igual a una magnitud (Rivas, 2014, p.16), el valor $b = \beta + 1$ indica la proporción de sismos grandes frente a pequeños y el valor a representa el nivel de sismicidad regional (Kossobokov y Keilis-Borok, 2000; citado en Espada, 2015, p.19).

Consentino et al. (1977; citados en Rivas, 2014, p.17) propuso aplicar a esta ley un doble truncamiento en magnitud, limitando un rango entre una magnitud mínima (m_0) y una magnitud máxima (m_p), debido a que existen terremotos demasiado pequeños para ser detectados y terremotos demasiado grandes que ocurren de manera limitada, dificultando así realizar un análisis riguroso de dichos eventos (Corral y González, 2019: p.2). Por tanto es necesario determinar adecuadamente estas magnitudes que determinan el rango lineal, ya que el valor b es extremadamente sensible en la zona límite entre la relación de Gutenberg-Richter y la zona no lineal (Jorquera, 2008, p.61).

Por esta razón en este trabajo de investigación para encontrar el parámetro β , se hará uso de la Ley de Gutenberg-Richter doble truncada, mientras que, el parámetro a se encontrará mediante la siguiente expresión:

$$a = \log \left(f_{M_0, M_p}(M) \right) - b * \log (M)$$

donde $\log = \ln$, en está y las siguientes expresiones matemáticas debido al software que se va a utilizar.

1.2.1.1 Ley de Gutenberg- Richter doble truncada

Consiste en encontrar una linealidad en los datos mediante la determinación de un m_0 y m_p fijos. Además, se puede encontrar la función de densidad de probabilidad (f) y la función de distribución acumulada (F) para las variables aleatorias m y M .

- Función de densidad de probabilidad para la variable m

El cálculo del doble truncamiento entre m_0 y m_p , demuestra que se vulnera una propiedad básica de toda función de densidad de probabilidad, es decir, el área bajo la curva no es igual a 1.

$$\begin{aligned}
 \int_{m_0}^{m_p} f_m(m) dm &= \int_{m_0}^{m_p} \frac{3}{2} \log(10) \beta 10^{-\frac{3}{2}\beta(m-m_0)} dm \\
 &= \frac{3}{2} \log(10) \beta \int_{m_0}^{m_p} 10^{-\frac{3}{2}\beta(m-m_0)} dm \\
 &= \frac{3}{2} \log(10) \beta \left(-\frac{10^{-\frac{3}{2}\beta(m_p-m_0)}}{\log(10)} * \frac{2}{3\beta} + \frac{10^{-\frac{3}{2}\beta(m_0-m_0)}}{\log(10)} * \frac{2}{3\beta} \right) \\
 &= \frac{3}{2} \log(10) \beta \left(\frac{2}{3\log(10)\beta} + \frac{2 * 10^{-\frac{3}{2}\beta(m_p-m_0)}}{3\log(10)\beta} \right) \\
 &= \frac{3}{2} \log(10) \beta \left[\frac{2}{3\log(10)\beta} \left(1 - 10^{-\frac{3}{2}\beta(m_p-m_0)} \right) \right] \\
 &= 1 - 10^{-\frac{3}{2}\beta(m_p-m_0)} = C_p
 \end{aligned}$$

De modo que, para cumplir esta propiedad, se aplica:

$$f_{m_0, m_p}(m) = \frac{f_m(m)}{C_p}$$

Obteniendo así, la función de densidad de probabilidad:

$$f_{m_0, m_p}(m) = \frac{\frac{3}{2} \log(10) \beta 10^{-\frac{3}{2}\beta(m-m_0)}}{1 - 10^{-\frac{3}{2}\beta(m_p-m_0)}}, \quad m_0 \leq m \leq m_p$$

- Función de densidad de probabilidad para la variable M

Conociendo la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria $f_{m_o, m_p}(m)$ es posible aplicar el teorema de cambio de variable $m = g(M)$ obteniendo así la función de densidad de probabilidad de M : $f_{M_o, M_p}(M) = f_{m_o, m_p}(g(M)) * |g'(M)|$

$$\begin{aligned}
f_{M_o, M_p}(M) &= \frac{\frac{3}{2} \log(10) \beta 10^{-\frac{3}{2}\beta(m-m_o)}}{1 - 10^{-\frac{3}{2}\beta(m_p-m_o)}} * \frac{2}{3} \left(\frac{1}{M}\right) * \log_{10}(e) \\
&= \frac{\frac{3}{2} \log(10) \beta 10^{-\frac{3}{2}\beta \left[\frac{2}{3}(\log_{10} M - 9.1) - \frac{2}{3}(\log_{10} M_o - 9.1) \right]}}{1 - 10^{-\frac{3}{2}\beta \left[\frac{2}{3}(\log_{10} M_p - 9.1) - \frac{2}{3}(\log_{10} M_o - 9.1) \right]}} * \frac{2}{3} \left(\frac{1}{M}\right) * \log_{10}(e) \\
&= \frac{\frac{3}{2} \log(10) \beta 10^{-\beta(\log_{10} M - \log_{10} M_o)}}{1 - 10^{-\beta(\log_{10} M_p - \log_{10} M_o)}} * \frac{2}{3} \left(\frac{1}{M}\right) * \log_{10}(e) \\
&= \frac{\frac{3}{2} \log(10) \beta 10^{-\beta(\log_{10} M)} * 10^{\beta(\log_{10} M_o)}}{1 - 10^{-\beta(\log_{10} M_p - \log_{10} M_o)}} * \frac{2}{3} \left(\frac{1}{M}\right) * \log_{10}(e) \\
&= \frac{\frac{3}{2} \log(10) \beta M^{-\beta} * M_o^\beta}{1 - M_p^{-\beta} * M_o^\beta} * \frac{2}{3} M^{-1} * \log_{10}(e) \rightarrow \log(10) * \log_{10}(e) = 1 \\
&= \frac{\beta M_o^\beta * M^{-(1+\beta)}}{1 - \left(\frac{M_p}{M_o}\right)^{-\beta}}
\end{aligned}$$

$$f_{M_o, M_p}(M) = \frac{\beta M^{-(1+\beta)}}{M_o^{-\beta} - M_p^{-\beta}}, \quad M_o \leq M \leq M_p$$

Aplicando el estimador de máxima verosimilitud a la función de densidad ya sea para m o M se encuentra el parámetro β . En este caso, se aplicará a la variable M .

Siendo la siguiente expresión la función de verosimilitud,

$$L(\beta; M_i) = \prod_{i=1}^N f_{M_o, M_p}(M_i; \beta)$$

y la función log-verosimilitud, la siguiente:

$$\begin{aligned}
l(\beta; M_i) &= \log L(\beta; M_i) = \sum_{i=1}^N \log f_{M_o, M_p}(M_i; \beta) \\
&= \sum_{i=1}^N \log \left(\frac{\beta M^{-(1+\beta)}}{M_o^{-\beta} - M_p^{-\beta}} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^N \left[\log \left(\frac{\beta}{M_0^{-\beta} - M_p^{-\beta}} \right) + \log \left(M_i^{-(1+\beta)} \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^N \left[\log \beta - \log \left(M_0^{-\beta} - M_p^{-\beta} \right) - (1 + \beta) \log(M_i) \right] \\
l(\beta; M_i) &= N \log(\beta) - N \log \left(M_0^{-\beta} - M_p^{-\beta} \right) - (1 + \beta) \sum_{i=1}^N \log(M_i)
\end{aligned}$$

Para encontrar el estimador de máxima verosimilitud de $L(\beta)$, se deriva con respecto a β , este resultado se iguala a cero y posterior se despeja β .

$$\begin{aligned}
\frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta} &= \frac{N}{\beta} - \frac{N}{\left(M_0^{-\beta} - M_p^{-\beta} \right)} \left[-M_0^{-\beta} \ln(M_0) + M_p^{-\beta} \ln(M_p) \right] - \sum_{i=1}^N \log(M_i) \\
\frac{N}{\beta} - \frac{N}{\left(M_0^{-\beta} - M_p^{-\beta} \right)} \left[-M_0^{-\beta} \ln(M_0) + M_p^{-\beta} \ln(M_p) \right] - \sum_{i=1}^N \log(M_i) &= 0
\end{aligned}$$

Por la dificultad que existe al despejar β , se opta por utilizar métodos computacionales que faciliten la obtención de estos resultados. Por tal motivo, se utiliza el método de Deluca y Corral.

1.2.1.2 Método de Deluca y Corral

Este método se basa en la estimación de máxima verosimilitud y en la prueba de bondad de ajuste de Kolmogórov-Smirnov y la simulación de Montecarlo. El cual consiste en repetir un algoritmo varias veces para obtener la distribución de la distancia de Kolmogórov-Smirnov, donde el valor p se obtiene como la probabilidad de que esta distancia sea mayor a la distancia empírica. Este procedimiento se repite para todos los valores posibles de m_0 y m_p , considerando un p “aceptables” si este es mayor o igual a $p_{min}(0.10)$, en caso de existir más de un par de valores de p “aceptables” se elige el par de m_0, m_p que conduzca a la relación más grande de m_p/m_0 , los valores resultantes de m_0, m_p y β dan el ajuste aceptado, si no se encuentran valores de p mayores a P_{min} se rechaza la ley de potencia (Corral y González, 2019: p.9).

El estadístico de la distancia de Kolmogórov-Smirnov, viene definida por:

$$D = \max \left| \hat{F}_n(x_i) - F_0(x_i) \right|$$

Donde

x_i : es el i -ésimo valor observado en la muestra (cuyos valores se han ordenado de menor a mayor).

$\hat{F}_n(x_i)$: es un estimador de la probabilidad de observar valores menores o iguales a x_i .

$F_0(x_i)$: es la probabilidad de observar valores menores iguales que x_i cuando H_0 es cierta.

1.2.2 Ley Modificada de Omori-Utsu

En el año 1984 Omori propone la Ley empírica de Omori,

$$n(t) = \frac{K}{(c + t)}$$

y tras observar que el número de réplicas de los sismos de Nobi (Japón, 1981) y de otros terremotos, decreció con el tiempo, propuso una fórmula que representa la tasa de réplicas con el tiempo. Investigaciones posteriores dieron lugar a la ley modificada de Omori-Utsu (Utsu et al, 1995; citados en Espada, 2015, p.22).

$$n(t) = \frac{K}{(c + t)^p}$$

Donde $n(t)$ es la tasa de réplicas en un tiempo t después del terremoto principal. En la fórmula original se dice que p (tasa de decaimiento de las réplicas) es constante y su valor es uno. Sin embargo, la expresión modificada puede variar entre 0.7 y 1.5, afectando a la tasa de decaimiento. K depende del límite inferior de magnitudes de las réplicas consideradas en $n(t)$, es decir, depende de la magnitud mínima de completitud M_c ; p y c son constantes (Espada, 2015, p.22).

Para encontrar el valor de los parámetros (K, c, p) , que mejor ajustan la Ley de Omori-Utsu, se utiliza el estimador de máxima verosimilitud (EMV) (Ogata, 1999; Lolli y Gasperine, 2006; citados en Monterrubio, 2013, p.51), cuya función de máxima verosimilitud, $L(\theta)$ (log-likelihood), para un grupo de parámetros $\theta(K, c, p)$, se expresa de la forma (Ogata, 1983; citados en Monterrubio, 2013, p.51):

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^N \ln(n(\theta; t_i)) - \int_{T_s}^{T_e} n(\theta; t) dt$$

donde en el sumatorio se acumula el logaritmo de la Ley de Omori-Utsu para los distintos tiempos de ocurrencia de las réplicas:

$$\sum_{i=1}^N \ln(n(\theta; t_i)) = -N \ln(k) - p \sum_{i=1}^N \ln(t_i + c)$$

y la integral representa el número acumulado de réplicas sísmicas, evaluado entre el tiempo inicial (T_s) del evento y el tiempo final (T_e) que se considere (Ogata, 1983; citados en Monterrubio, 2013, p.51).

El recuento de los terremotos debe ser no estacionario y además se debe identificar la distribución a la que se ajustan estos datos, se conoce de antemano que siguen distribuciones estadísticas discretas según Kanga (2010, pp. 1313-1314), las más conocidas son: la Distribución de Poisson debido que describe razonablemente la ocurrencia de terremotos y la Distribución Binomial Negativa puesto que tiene una varianza mayor que la Distribución de Poisson y una relativa simplicidad.

Para determinar a cuál de estas dos distribuciones se ajusta el recuento de los terremotos se aplica el criterio de la información Akaike (AIC), donde se elige el valor mínimo que resulta de la comparación entre estas dos distribuciones.

1.2.2.1 Distribución de Poisson

Se aplica a sucesos que se representan en el tiempo o espacio, tales como el número de llamadas telefónicas a una central, número de goles que marca un equipo en un partido, entre otros. Una variable aleatoria X puede tomar un número finito de valores $X = 0, 1, 2, \dots$, sigue una Ley de Poisson con parámetro $\lambda > 0$ si la

$$P(X = x) = p(x, \lambda t) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!}$$

Donde λt es el número promedio de eventos por unidad de tiempo y x el número de eventos por unidad o intervalo de tiempo (Walpole et al. 2007: p.162).

1.2.2.2 Distribución Binomial Negativa

Este tipo de distribución nace de pruebas repetidas e independientes donde puede tener dos resultados posibles, probabilidad de éxito (p) y probabilidad de fracaso ($q = 1 - p$). Su variable aleatoria X , es el número de pruebas en las que ocurre el k -ésimo éxito (Walpole et al. 2007: p.159), y su distribución de probabilidad es:

$$P(X = x) = b^*(x, k, p) = \binom{x-1}{k-1} p^k q^{x-k}, \quad x = k, k+1, k+2, \dots$$

1.2.2.3 Criterio de Información de Akaike (AIC)

Este método sirve para seleccionar el mejor modelo de un grupo de modelos candidatos, tomando en cuenta el ajuste del modelo y el número de parámetros (Hanke y Wichern, 2010: p.431), que se define por:

$$AIC = (-2) \max(\log \text{likelihood}) + 2 (\text{número de parámetros de ajuste})$$

donde el \log representa el logaritmo natural. Un modelo con un AIC pequeño es considerado la mejor estimación (Ogata, 1983, p.10).

1.3 Modelación Estadística

La modelación estadística juega un papel importante en el análisis de datos u observaciones aparentemente anómalos por ser valores extremos. Tiene tres componentes: datos, modelo y un enlace entre estas dos. Cuya denotación

$$x = \{x_1, \dots, x_n\} = \underline{x}$$

El conjunto de n , natural finito, observaciones independientes de una variable aleatoria (v.a) real. Se usa $\{x_1, \dots, x_n\}$ para denotar un conjunto de n variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (v.a.i.i.d), de las que los datos \underline{x} son una realización.

La modelación estadística requiere de modelos que pueden tomar formas muy variadas. Un modelo estadístico consiste en una familia

$$\mathcal{F} = \{f(x; \theta)\}$$

donde cada valor de $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^k$ define una función de distribución (cdf) que se denota con letras mayúsculas o sus correspondientes funciones de densidad (pdf) que se denotan por letras minúsculas. Los parámetros de las distribuciones se denotan por letras griegas.

Dado una v.a, los valores extremos que son objeto de estudio son los valores que toman la variable por encima de un umbral. Se puede estandarizar, con transformaciones sencillas y, sólo considerar valores extremos aquellos que se hallen por encima de un umbral (Serra, 2013, p.1).

1.4 Teoría de la Verosimilitud

La modelación estadística siempre que sea posible estará basada en la Teoría de Verosimilitud desarrollada por Fisher (1922) la cual se encarga de enlazar datos y modelo. El enlace se describe como la función de verosimilitud:

$$L(\theta; x)$$

Y se calibra el modelo hallando los parámetros de la familia que maximizan la función de verosimilitud. Estos se denominan los estimadores de máxima verosimilitud (EMV) y se denota por $\hat{\theta}$. El EMV proporciona una calibración que no depende de la parametrización del modelo. Por tanto, se dice que se ha estimado la función de distribución. Esta propiedad de la teoría de la verosimilitud hace que no deba ser relevada por otra teoría de enlace que no la cumpla (Serra, 2013, p.2).

1.5 Teoría de Valores Extremos (EVT)

La Teoría del Valor Extremo se desarrolla a partir de los resultados de Fréchet (1927), Fisher y Tippet (1928) y Von Mises (1936), que sientan las bases de la teoría probabilística de valores extremos unidimensionales; sin embargo, su desarrollo teórico no tendrá lugar hasta principios de los años 70 con la tesis doctoral de Haan (1970) y los resultados de inferencia estadística desarrollados por Pickands (1975); estos resultados supusieron las primeras contribuciones a la teoría de valores extremos multivariantes y motivaron el desarrollo de modelos alternativos basados en excedencias de umbrales (Villanueva, 2016).

La Teoría del Valor Extremo es una disciplina estadística que se aplica para modelar las colas de las distribuciones, cuyo fin es prevenir los problemas que se derivan de un ajuste global de un conjunto de datos mediante un modelo único.

Esta teoría se enfoca en describir el comportamiento estadístico de:

$$M_n = \max \{X_1, \dots, X_n\}$$

donde X_1, \dots, X_n es una secuencia de variables aleatorias independientes con una distribución común F y M_n representa al máximo del proceso sobre n unidades de tiempo de observación (Villanueva, 2016, p.9).

1.6 Modelación estadística de Valores Extremos

La modelación estadística de los valores extremos ha sido enriquecida durante muchos años por metodologías y técnicas provenientes de muchos ámbitos de la ciencia y las ciencias sociales.

Evidentemente, el modelado estadístico de los valores extremos tiene casi tantas divisiones como la modelación estadística ordinaria: Modelación univariante, multivariante, con dependencia o sin ella, etc. Pero en cualquier caso hay un ingrediente básico.

Este ingrediente imprescindible del modelado de extremos tiene su analogía en la teoría estadística ordinaria del mismo modo que en la teoría estadística ordinaria se utiliza la esperanza y varianza para describir gran parte de la distribución de una variable, en estadística de los valores extremos se utiliza el índice de la cola. Remarcando que en el índice de la cola viene dado por el parámetro de forma, $\xi \in \mathbb{R}$ el cual caracteriza como los bloques de máximo como los excesos de un umbral. A modo genérico la esperanza y la varianza disponen de buenos estimadores: la media y la varianza muestral, en cambio, el índice de la cola no dispone de un estadístico muestral de tan buena calidad y este es el primer reto en el modelado estadístico.

Es evidente que el mejor modelo para los excesos de un umbral desde un punto de vista teórico es la GPD puesto que se tiene certeza matemática de que existe un umbral a partir del cual una distribución de la familia GPD ajusta tan bien como queremos nuestros datos (Serra, 2013, p.12).

1.7 Modelos para valores Extremos

Existen dos caminos en la modelación de datos de valores extremos univariante e independientes. Se puede modelar todos los datos utilizando modelos que ya contengan distribuciones con cierta variedad para el índice de la cola (en el caso en el que lo desconocemos) y calibrarlo según los datos. O bien, se puede modelar sólo los excesos de un umbral fijado (Serra, 2013, p.15).

1.7.1 El método tradicional

Sea X_1, \dots, X_n v.a.i.i.d. Si se conoce el índice de la cola se debe tener en cuenta para decidir el modelo y esto puede resultar una dificultad. La forma $\xi = 0$ es común a muchos modelos conocidos pero otros valores del máximo dominio de atracción (MDA) limitan mucho la elección. La modelación global de los datos considerando familias de distribuciones óptimas para modelar a su vez valores extremos suelen ser escasas (Serra, 2013, p.15).

1.7.2 El método Picos por encima del umbral (POT)

El modelo POT consiste en enlazar la distribución empírica hasta un umbral fijado con un modelo para los excesos de dicho umbral. Se observa que la distribución que se use para modelar los excesos debe ser nula para los valores negativos.

Sea X_1, \dots, X_n una muestra, μ un umbral fijado y sea F la distribución que se usará para modelar los excesos de dicho umbral de enlace. El uso de la GPD como familia para modelar los excesos es lo más utilizado puesto que, desde un punto de vista teórico existe un umbral a partir del cual se tiene una garantía de que el ajuste de los valores extremos sea realmente bueno.

Por tal motivo, en esta investigación se hará uso de la GPD puesto que se cuenta con dicho valor umbral (Serra, 2013, p.15).

1.7.2.1 Distribución de Pareto Generalizada (GPD)

La Distribución de Pareto Generalizada permite que los datos decidan que distribución es la adecuada a partir de un valor umbral. Esta distribución tiene tres parámetros, los parámetros de localización (μ), de escala (β) y de forma (ξ). El valor del parámetro de forma (ξ) indicará la distribución de los datos, estas pueden ser:

- Distribuciones donde las colas disminuyen exponencialmente, conllevan a que el parámetro de forma (ξ) tome el valor de cero.
- Distribuciones donde las colas son pesadas, conlleva a que el parámetro de forma (ξ) sea positivo.
- Distribuciones donde las colas son finitas o cortadas, conllevan a que el parámetro de forma (ξ) sea negativo.

Esta distribución viene dada por la siguiente forma:

- Distribución acumulada de Pareto Generalizada

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi(x - \mu)}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}} & \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\left(\frac{x - \mu}{\beta}\right)} & \xi = 0 \end{cases}$$

Todo esto para $x \geq \mu$, cuando $\xi \geq 0$, y $x \leq \mu - \frac{\beta}{\xi}$ cuando $\xi < 0$.

- Distribución de probabilidad de Pareto Generalizada

$$f(x) = \frac{1}{\beta} \left(1 + \frac{\xi(x - \mu)}{\beta} \right)^{\left(\frac{1}{\xi} - 1\right)}$$

O expresada también de la siguiente manera:

$$f(x) = \frac{\beta^{1/\xi}}{\left(\beta + \xi((x - \mu))\right)^{\left(\frac{1}{\xi} + 1\right)}}$$

Todo esto para $x \geq \mu$, cuando $\xi \geq 0$, y $\mu \leq x \leq \mu - \frac{\beta}{\xi}$ cuando $\xi < 0$, donde $\mu \in \mathbb{R}$.

Adicional, cuando la Distribución de Pareto Generalizada toma el valor de $\mu = 0$, es decir, cuando tiene dos parámetros (β, ξ) , la función de densidad viene dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{\xi x}{\beta} \right)^{\frac{1}{\xi} - 1} & \xi \neq 0 \\ \frac{1}{\beta} \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right) & \xi = 0 \end{cases}$$

Y su función de distribución es:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi x}{\beta} \right)^{-\frac{1}{\xi}} & \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right) & \xi = 0 \end{cases}$$

Todo esto para $x \geq 0$ cuando $\xi \geq 0$ y $0 \leq x \leq -\beta/\xi$ cuando $\xi < 0$ (Cuevas, 2011, pp.11-12).

La función de máxima verosimilitud viene dada por:

$$l(\xi, \beta) = n \left(-\log(\beta) + \left(\frac{1}{\xi} - 1 \right) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log \left(1 - \frac{\xi x_i}{\beta} \right) \right)$$

Donde $\beta > 0$ para $\xi \leq 0$ y $\beta > \xi x_{(n)}$ para $\xi > 0$.

1.8 Modelo ETAS

El modelo de secuencia de réplica de tipo epidémico (ETAS), fue propuesto por (Ogata, 1988) y describe la sismicidad en una región. En la actualidad, este es el modelo estadístico más utilizado para describir catálogos de terremotos.

Este modelo consta de tres leyes supuestas sobre la naturaleza de la sismicidad vista como un proceso puntual marcado. En primer lugar, ley de recurrencia de magnitudes de Gutenberg Richter, su función de densidad de probabilidad normalizada se expresa como:

$$f(m) = \frac{\frac{3}{2}\beta \log(10) 10^{-\frac{3}{2}\beta(m-m_0)}}{1 - 10^{-\frac{3}{2}\beta(m_p-m_0)}}, \quad m_0 \leq m \leq m_p$$

Donde b es un exponente constante típicamente cercano a uno y los valores m_0 y m_p sirven para normalizar la función de densidad de probabilidad. El límite superior m_p se introduce para evitar terremotos grandes. En segundo lugar, este modelo supone que las réplicas directas se distribuyen en el tiempo. Denotando el exponente habitual de la Ley de Omori por $p = 1 + \theta$ y suponiendo que $\theta > 0$, la función de densidad de probabilidad de la Ley de Omori se expresa de la siguiente manera:

$$n(t) = \frac{\theta c^\theta}{(t + c)^{1+\theta}}$$

Donde t es el tiempo transcurrido desde el terremoto y c es una constante (Somette y Werner, 2005: p.2).

En tercer lugar, se supone que el número de réplicas directas de un evento de magnitud m siguen la ley de productividad:

$$p(m) = k10^{\alpha(m-m_0)}, \quad m_0 \leq m \leq m_p$$

Donde k y α son constantes. La ley de productividad es cero por debajo del límite m_0 ; puesto que los terremotos más pequeños no desencadenan otros terremotos. Esto suele suponerse en los estudios que utilizan el modelo ETAS (Somette y Werner, 2005: p.2).

Este modelo considera que la secuencia de terremotos contiene réplicas (eventos desencadenados por otros terremotos) y terremotos de fondo (eventos que ocurren independientemente de otros terremotos) (Kattamanchi et al., 2017: p.3). La actividad de réplicas sigue un proceso no estacionario de Poisson de acuerdo con la formula modificada de Omori (Utsu, 1961; citado en Espada, 2015, p.23), así la tasa de ocurrencia de terremotos que suceden a un evento principal en un tiempo t viene dado por :

$$\lambda(t) = u + K \sum_{t_i < t} \frac{e^{\alpha(m-M)}}{(t - t_i + c)^p}$$

Los parámetros u, α, p, c y K , denotan algunas características de la actividad sísmica de la zona. Asimismo, pueden tener una correlación con las condiciones tectónicas y variar espacial y temporalmente en ciertos casos, u representa la intensidad de fondo que asume que es constante

(se mide en eventos/día), K representa la productividad de un evento de magnitud umbral M_r , la sumatoria se toma sobre las réplicas que se producen antes del tiempo t , c (unidad de tiempo escogida para el estudio) y p vienen a ser los parámetros de la Ley de Omori-Utsu y α mide la eficiencia de magnitud de un terremoto de generar sus réplicas (Espada, 2015, p.23).

Si se asume que la intensidad de fondo no es constante, sino que depende de la longitud y la latitud x, y , pero no del tiempo se tiene:

$$\lambda(t) = u(x, y) + K \sum_{t_i < t} \frac{e^{\alpha(m-M)}}{(t - t_i + c)^p}$$

donde $u(x, y)$ se mide en eventos/día por unidad de longitud y por unidad de latitud. Regularmente se asume que $u(x, y) = u_u(x, y)$ (Crespo, 2016, p.22).

Estimando el modelo ETAS, se puede predecir la tasa de ocurrencia esperada de terremotos en secuencias normales (Espada, 2015, p.23).

1.9 Error Cuadrático Medio (ECM)

Es un estimador que mide el promedio de los errores al cuadrado, es decir, la diferencia entre el valor observado y el valor estimado y viene dado por la siguiente ecuación:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2$$

Donde Y_t , representa el valor observado en el periodo t y \hat{Y}_t , representa el valor estimado en el periodo t .

1.10 Raíz del Error Cuadrático Medio (RECM)

La raíz del error cuadrático medio se obtiene al aplicar la raíz cuadrada al error cuadrático medio.

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}$$

Este tipo de error tiene la misma escala que los valores originales.

CAPÍTULO II

2. MARCO METODOLÓGICO

En el presente trabajo de titulación se realizó una modelación de los eventos extremos de terremotos para identificar la distribución a la que estos se ajustan permitiendo conocer su comportamiento, asimismo, la propuesta de un modelo que da como resultado la probabilidad de ocurrencia de un terremoto.

Los datos representan los registros de terremotos ocurridos en el territorio ecuatoriano desde el 09 de abril de 1976 hasta el 31 de diciembre de 2018, los cuales fueron extraídos de las plataformas virtuales *Página Web de Global Centroid-Moment-Tensor* (Global CMT) entre los años 1976-2018 para Ecuador e Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional (IGEPN) entre los años 2013-2018, teniendo un total de 2372 registros de terremotos. Estas plataformas brindan información como magnitud, latitud, longitud, fecha, entre otras características de este fenómeno natural.

Una vez unificada la información de estas dos plataformas virtuales se realizó una georreferenciación a los datos.

Para realizar el estudio de la Teoría de Eventos Extremos fue necesario aplicar en los datos el análisis de la Ley de Gutenberg-Richter puesto que, a partir de esta se encontró un valor umbral, desde el cual se modeló los eventos extremos y, además esta ley juntamente con la Ley de Omori-Utsu Modificada ayudaron en la propuesta del modelo, el cual está compuesto por cada uno de sus parámetros dando como resultado probabilidades de ocurrencia de un terremoto, cabe mencionar que todo modelo de terremotos debe cumplir con estas dos leyes.

Finalmente, el modelo propuesto fue comparado con el modelo ETAS a través del Error Cuadrático Medio (ECM) el cual determina que modelo da mejores resultados de probabilidades de ocurrencia.

2.1 Tipo y Diseño de la Investigación

La investigación es:

- Según el tipo de investigación es cuantitativa debido a que las variables a analizar son Magnitud (m) y Momento Sísmico (M).
- Según el objetivo es aplicada porque la finalidad del estudio es la modelación de eventos extremos.
- Según el nivel de profundización es explicativa dado que al modelar los eventos extremos se identificará la distribución a la cual se ajusten estos eventos.
- Según la manipulación de la variable es no experimental puesto que, los datos de estudio se obtuvieron de los registros realizados por las plataformas virtuales *Página Web de Global Centroid-Moment-Tensor* e Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional, es decir, que se realizará el estudio sin la manipulación de las variables.
- Según el tipo de inferencia es inductivo porque se pretende realizar una modelación de los eventos extremos lo cual permitirá identificar la distribución de estos.
- Según el periodo temporal es transversal dado que los registros de terremotos ocurridos en el Ecuador han sido tomados entre los años 1976 - 2018.

2.1.1 Localización del estudio

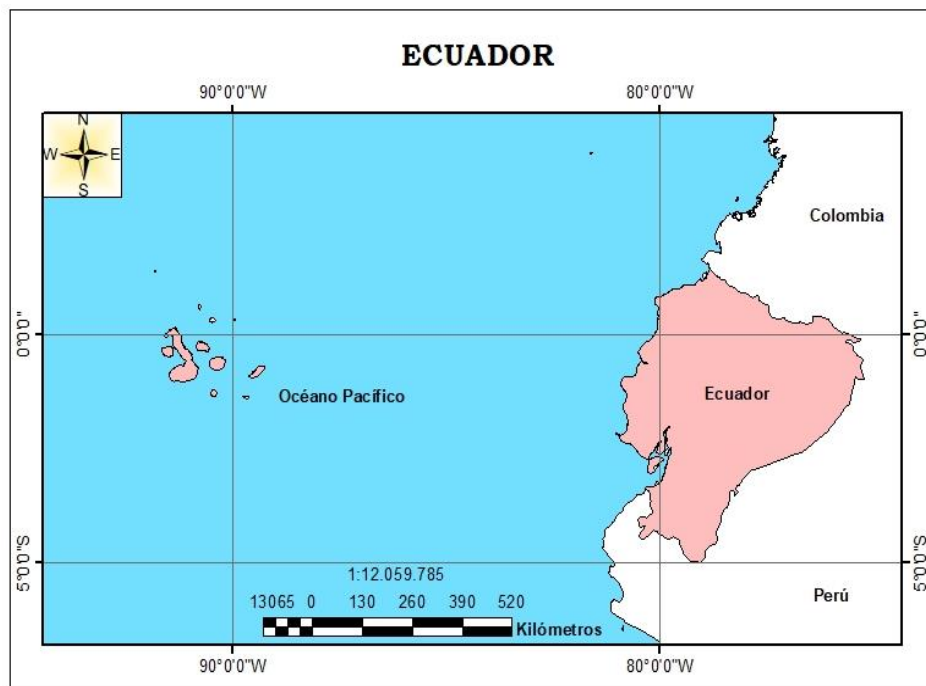


Gráfico 1-2. Ubicación del área de estudio

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

La presente investigación abarca como área de estudio a todo Ecuador, ubicado en el Cinturón de Fuego del Pacífico, al noroeste de América del Sur, con una extensión de 283 561 km^2 y coordenadas geográficas decimales: longitud -78.183406 y latitud -1.831239.

2.1.2 Población en estudio

Para este estudio se tomó los registros de los terremotos del Catálogo Sísmico Global CMT en el periodo 1976 - 2018 y del Catálogo Sísmico IGEPN en el periodo 2013 - 2018, obteniendo un total de 2372 datos.

2.1.3 Técnicas de recolección de datos

Los datos se obtuvieron del registro de terremotos que se encuentran en las plataformas virtuales Página Web global de CMT e Informe de los últimos sismos del IGEPN. La Página Web global de CMT presenta registros a nivel mundial a partir del 01 de enero de 1976 hasta la actualidad (27 de marzo de 2020) mientras tanto, Informe de los últimos sismos del IGEPN tiene registros desde el 05 de febrero de 2013 hasta la actualidad (02 de abril de 2020), en cada una de estas páginas la información es actualizada diariamente.

2.1.4 Recolección de la información

La información fue obtenida desde las plataformas virtuales Página Web global de CMT e Informe de los últimos sismos del IGEPN, estas páginas son plataformas virtuales donde se encuentran datos de los registros de terremotos como magnitud, latitud, longitud, fecha, entre otros. Además, son accesibles a todo el público en general.

2.2 Variables en estudio

2.2.1 Operalización de variables

La siguiente tabla muestra las variables en estudio:

Tabla 1-2: Operalización de las variables en estudio

Variable	Definición Conceptual	Definición Operacional	Unidad de medida	Escala
Magnitud	Es una medida que tiene relación con la cantidad de energía liberada en forma de ondas.	Describe la amplitud de una onda máxima y el tiempo trascurrido entre la aparición de la onda P y onda S.	Escala de Richter	Razón
Momento Sísmico	Representa la cantidad de energía liberada durante un terremoto.	Mide la distancia del movimiento a lo largo de una falla o fractura y el área de la falla o superficie de la fractura.	Nm o Dcm	Razón

Fuente: (IGEPN)

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020.

2.3 Análisis estadístico

En el proyecto de investigación se trabajó con 2372 observaciones, cada observación representa el registro de un terremoto que se haya presentado entre los años 1976-2018.

Para el análisis estadístico de esta investigación se utilizó el Estimador de Máxima Verosimilitud (EMV) y la Distribución de Pareto Generalizada (GPD) de la Teoría de Valores Extremos (EVT). Donde el EMV permitió estimar el parámetro de la Ley de Gutenberg-Richter ($b = \beta + 1$) y los parámetros de la Ley de Omori-Utsu (k, c, p). Dentro de la Ley de Gutenberg-Richter para estimar el valor β se utilizó el Método de Deluca y Corral el cual permitió realizar un doble truncamiento en magnitud, mínima (m_o) y máxima (m_p) a esta ley, de manera que además de estimar el valor β se encontró el valor umbral m_p el cual se requiere en la GPD para, a partir de ese valor modelizar los eventos extremos permitiendo identificar el comportamiento de las máximas magnitudes.

CAPÍTULO III

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En este trabajo de investigación se utilizó el software estadístico RStudio 1.3.1093, para obtener los resultados que a continuación se presentan.

3.1 Construcción de la base de datos

De la información proporcionada por el catálogo sísmico Global CMT se procedió a filtrar todos los terremotos ocurridos sobre el territorio ecuatoriano que se encuentra entre 76°W hasta 90°W en longitud y 1.20°N hasta 4.3°S en latitud, entre los años 1976 al 2018, dejando como resultado 225 registros, luego se procedió a descargar el catálogo sísmico que proporciona el IGEPN desde el año 2013 al 2018 con un registro de 2147 terremotos y finalmente se unificó toda esta información en una sola base de datos obteniendo un total de 2372 datos, según muestra la Tabla 1-3.

Tabla 1-3: Terremotos registrados entre los años 1976-2018 en el Ecuador

N°	Fecha	Longitud	Latitud	Magnitud	Momento Sísmico
1	09/04/1976	-79.80	0.78	6.63	1.11E+19
2	08/05/1977	-81.07	-1.25	5.49	2.19E+17
3	01/03/1979	-80.07	0.67	5.68	4.17E+17
4	18/02/1980	-79.73	-2.25	5.71	4.65E+17
5	20/04/1980	-78.50	-2.52	5.15	6.89E+16
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2370	26/12/2018	-78.52	-2.47	3.60	3.16E+14
2371	31/12/2018	-78.88	-1.94	3.60	3.16E+14
2372	31/12/2018	-77.86	-2.31	3.80	6.31E+14

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020.

3.2 Georreferenciación de los terremotos

Se realizó una georreferenciación sobre el registro de los terremotos globales y locales mediante las librerías “*mapdata*” y “*ggplot2*” para la generación de los mapas.

Para una mejor visualización de los terremotos, se realizó una clasificación de la magnitud por intervalos, donde se pudo identificar que la actividad sísmica fue sumamente alta sobre las placas tectónicas, además se observó que a lo largo de los años se ha registrado mayor cantidad de terremotos de magnitudes entre 4.0 a 6.0 (representados por los puntos naranjas) a diferencia de los terremotos con magnitudes superiores a 8.0 (representados por los puntos rojos) que son escasos como se observa en la Gráfico 1-3.

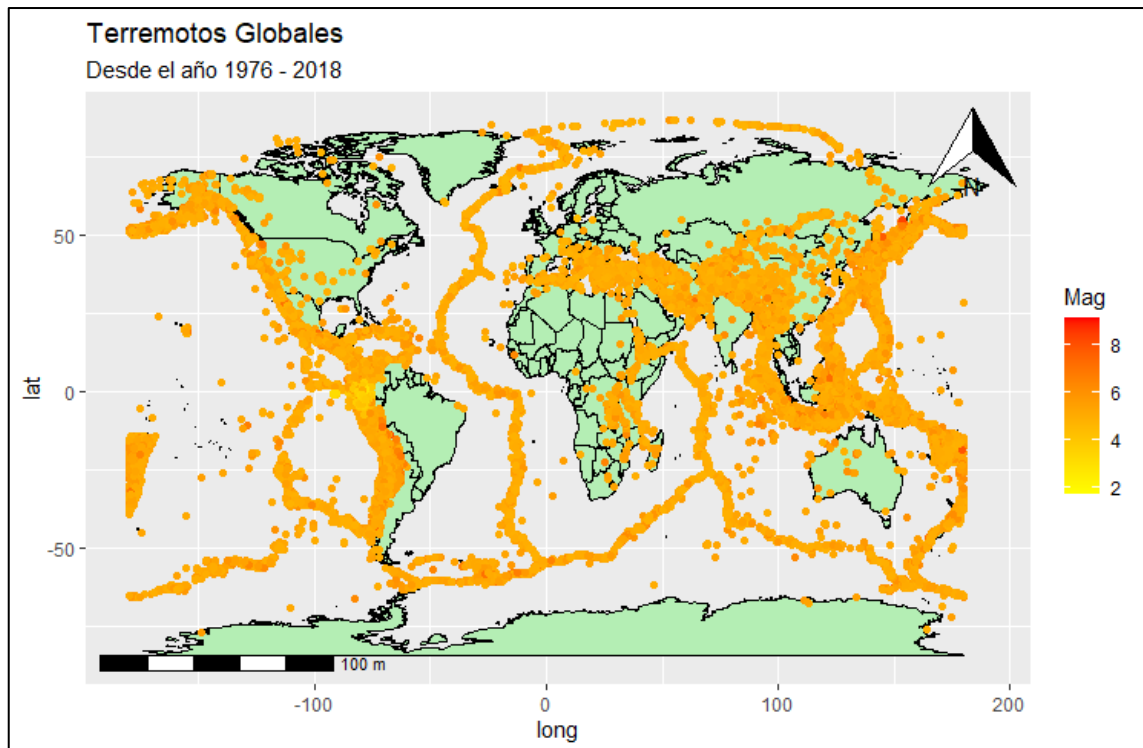


Gráfico 1-3. Terremotos globales entre los años 1976-2018

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

El Ecuador además de estar situado sobre el Cinturón de Fuego del Pacífico el cual representa un peligro eminente debido a que en ella se concentra algunas de las zonas más importantes de subducción, se encuentra sobre la placa tectónica de Nazca que empuja y desliza bajo la placa Sudamericana. Todo esto hace que al país se lo considere altamente sísmico.

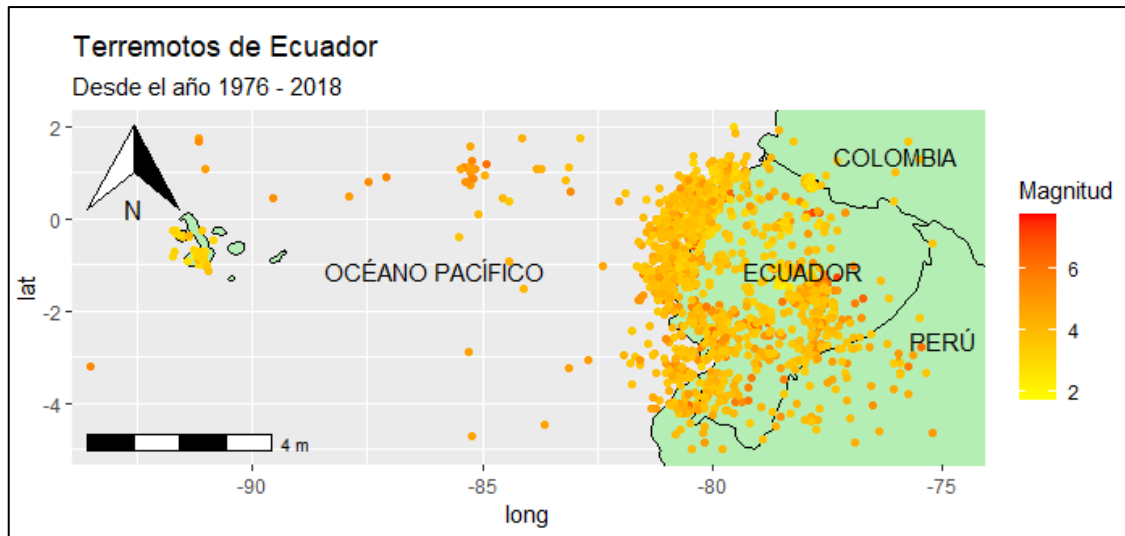


Gráfico 2-3. Terremotos de Ecuador entre los años 1976-2018

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

El Gráfico 2-3 muestra que existió gran cantidad de terremotos registrados en el territorio ecuatoriano, donde eventos con magnitudes de 2.0 a 6.0 (representados por los puntos amarillos y naranjas respectivamente) son los que más ocurrieron en el periodo de estudio, mientras que, eventos con magnitudes mayores a 6.0 (representados por puntos rojos) fueron escasos.

3.3 Análisis de la Ley de Gutenberg-Richter en los datos

3.3.1 Estimación de los parámetros a y b

Para estimar el parámetro b y encontrar el valor a se trabajó con el momento sísmico (M) debido a que el Método de Deluca y Corral trabaja con esta variable, pero, para una mejor comprensión a los resultados se le realizó una transformación a magnitud (m) como se observa en la Tabla 2-3.

- **Parámetro b**

En la Tabla 2-3, se muestra los valores obtenidos tras el ajuste de la Ley Gutenberg-Richter doble truncada: magnitud mínima (m_0), magnitud máxima (m_p) y la estimación del parámetro $\hat{\beta}$, mediante el método de Deluca y Corral.

Tabla 2-3: Parámetros obtenidos por el método Deluca y Corral

Magnitud (m)					
m_0	m_p	$\hat{\beta}$	Valor p	N	m_p/m_0
4.76	6.44	0.39	0.13	358	1.35
4.76	6.31	0.39	0.11	350	1.32
5.03	5.84	0.39	0.15	72	1.16

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

Se obtuvo tres valores p “aceptables”, es decir, con un valor p mayor o igual a $p_{min} = 0.10$, dado que existió más de un valor p “aceptable”, se eligió el par $(m_0; m_p)$ que presentó la relación más grande ($m_p/m_0 = 1.35$), de modo que los valores obtenidos son: $m_0 = 4.76$, $m_p = 6.44$ y $\hat{\beta} = 0.39$ y dan el ajuste aceptado. Por tanto, el valor del parámetro b estimado de la Ley de Gutenberg-Richter es:

$$b = \hat{\beta} + 1 = 0.394613 + 1$$

$$b = 1.39$$

- **Parámetro a**

Para encontrar el parámetro a se realizó un despeje a la fórmula de la Ley Gutenberg-Richter, dando como resultado lo siguiente:

$$a = \log \left(f_{M_0, M_p}(M) \right) - b * \log (M)$$

$$a = 11.94$$

Una vez que se encontró los parámetros a y b fue posible determinar la relación frecuencia-magnitud de la actividad sísmica del Ecuador, mediante la siguiente ecuación lineal:

$$\dot{N}(m) = 10^{11.94 - 1.39 * m}$$

Como se muestra en el Gráfico 3-3, los registros que se encuentran en el intervalo $(m_0; m_p)$ se ajustan adecuadamente a la ecuación lineal antes mencionada (línea azul) pero, esta relación lineal no se mantiene en el caso de eventos muy pequeños o grandes, debido a que existen terremotos pequeños que no han sido detectados o registrados adecuadamente y terremotos grandes que no ocurren con frecuencia.

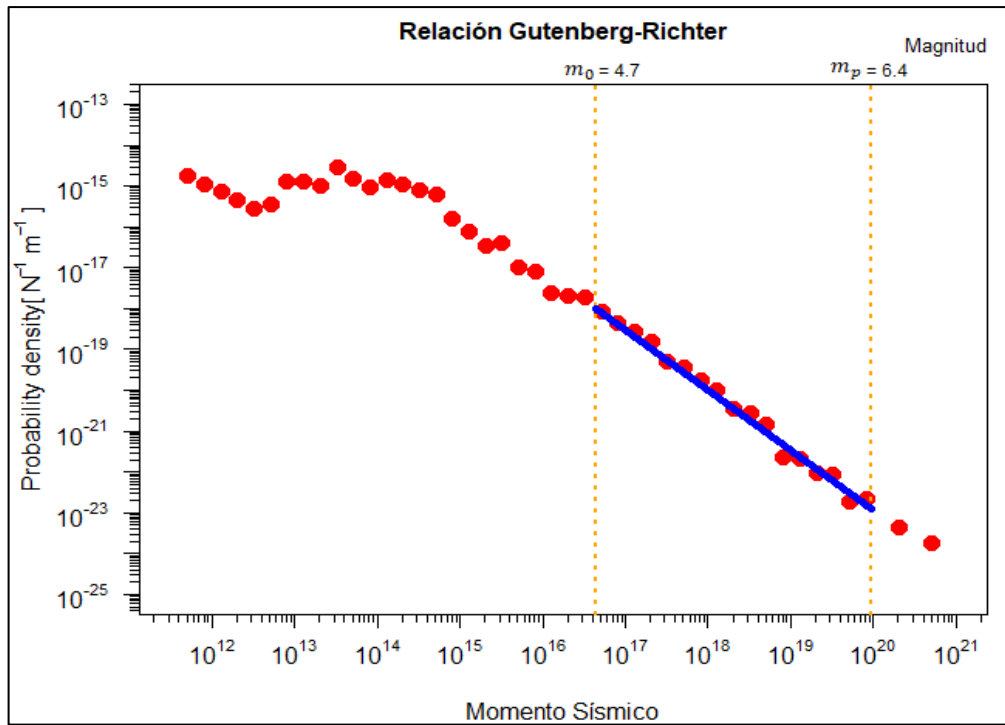


Gráfico 3-3. Relación Gutenberg-Richter

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

3.4 Análisis de los Eventos Extremos

Para modelar los eventos extremos se utilizó como valor umbral a la magnitud máxima $m_p = 6.44$ (representada por línea entrecortada roja) que se encontró en el método de Deluca y Corral. A partir de este valor, se identificó la presencia de 18 eventos extremos, es decir, terremotos de grandes magnitudes ubicados en la cola derecha (línea anaranjada) del Gráfico 4-3, dado a su importancia fue necesario conocer a qué distribución se ajustan estos eventos, puesto que, son los que más daño dejan a su paso.

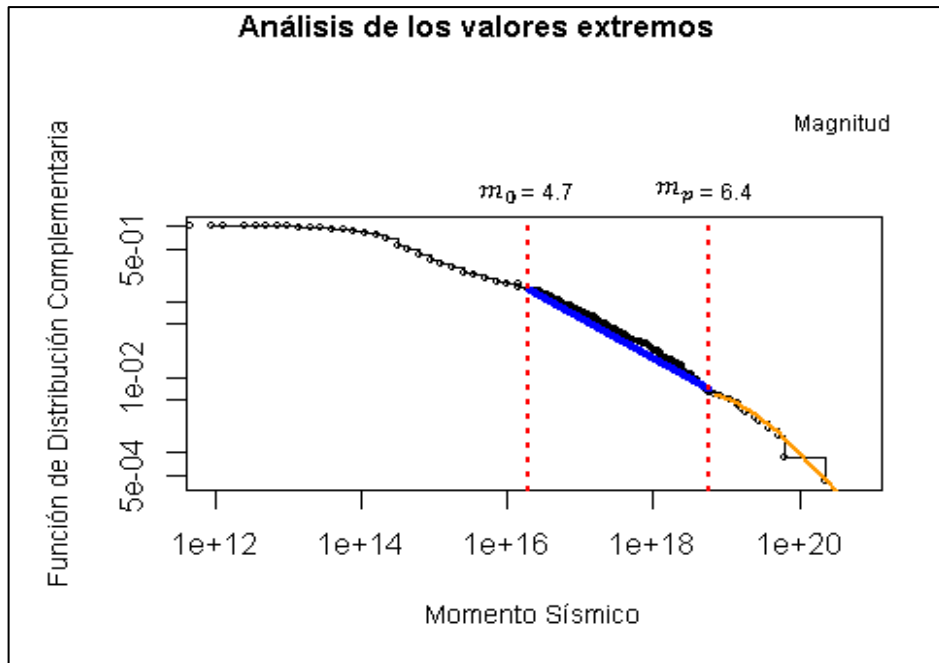


Gráfico 4-3. Análisis de valores extremos para el momento sísmico mediante la GPD

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

Para identificar analíticamente la distribución a la que se ajusta la cola derecha se aplicó la GPD mediante la librería “*ercv*”, la cual da como resultado:

- *evi*: Parámetro de forma de la GPD (ξ).
- *psi*: Parámetro de escala de la GPD.
- *Threshold*: Es el valor límite desde donde se quiere modelar la cola de otra distribución.
- *prob*: Proporción del tamaño de los datos correspondientes a los extremos superiores modelados con la GPD.

```
> library(ercv)
> z1<-fitpot(Earth$MS,threshold=(5.93E+18))
> z1
```

	<i>evi</i>	<i>psi</i>	<i>threshold</i>	<i>prob</i>
	8.819133e-01	2.011756e+19	5.930000e+18	6.323777e-03

Figura 1-3. Código para obtención de los parámetros de la GPD

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

Se obtuvo un $\xi = 8.819133E-01$ el cual, al ser mayor a cero, indicó que la cola derecha es pesada por tanto sigue una distribución de ley de potencia.

Para una mejor visualización del comportamiento de la cola derecha se realizó el Gráfico 5-3, de Coeficiente de Variación, CVplot, donde se puede observar que la cola derecha (línea azul) se

encuentra fuera de los límites (líneas amarillas) casi en su totalidad, corroborando el resultado obtenido anteriormente, es decir, los eventos extremos se ajustan a una ley de potencia.

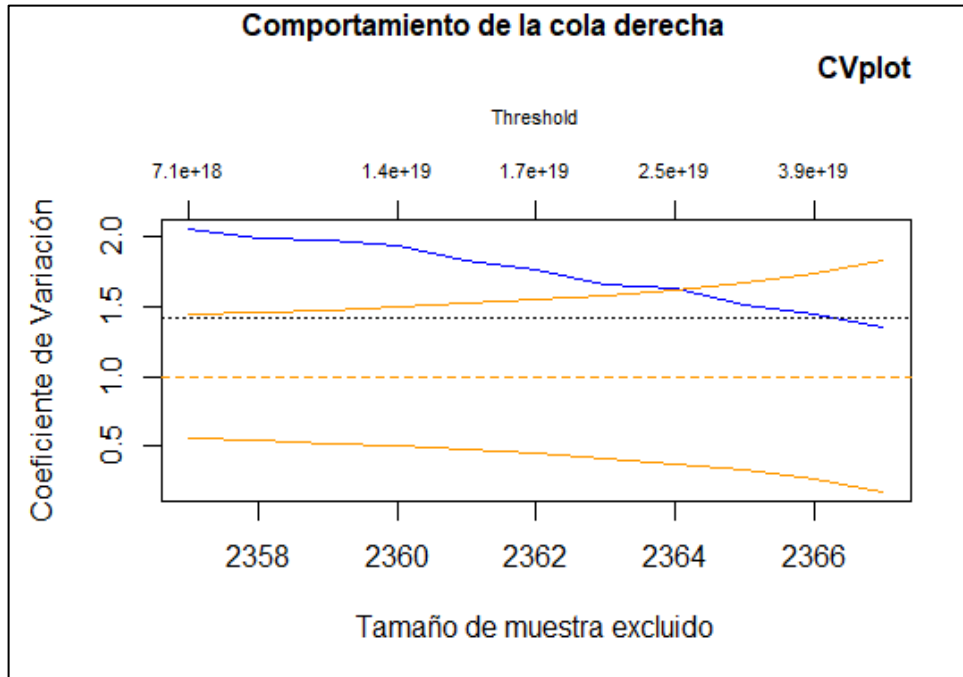


Gráfico 5-3. Análisis de la cola derecha

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

3.5 Análisis de la Ley de Omori-Utsu en los datos

3.5.1 Recuento de los terremotos

Para identificar el tipo de serie de los recuentos de los terremotos se realizó recuentos en tres intervalos de tiempo: 7 días, 20 días y 30 días para magnitudes mayores o iguales a 6.0 como se muestra en los Gráficos 6-3, 7-3 y 8-3.

En el Gráfico 6-3 del recuento de terremotos para 7 días, se identificó que a finales de la década de los 80, se registraron 4 terremotos con magnitudes mayores o iguales a 6.0 en la escala de Richter, a mediados del 2000, se registraron 2 terremotos con magnitudes mayores o iguales a 6.0 en la escala de Richter y en los años posteriores al 2010 hubo mayor ocurrencia de estos eventos con un repunte de 4 terremotos con magnitudes mayores o iguales a 6.0.

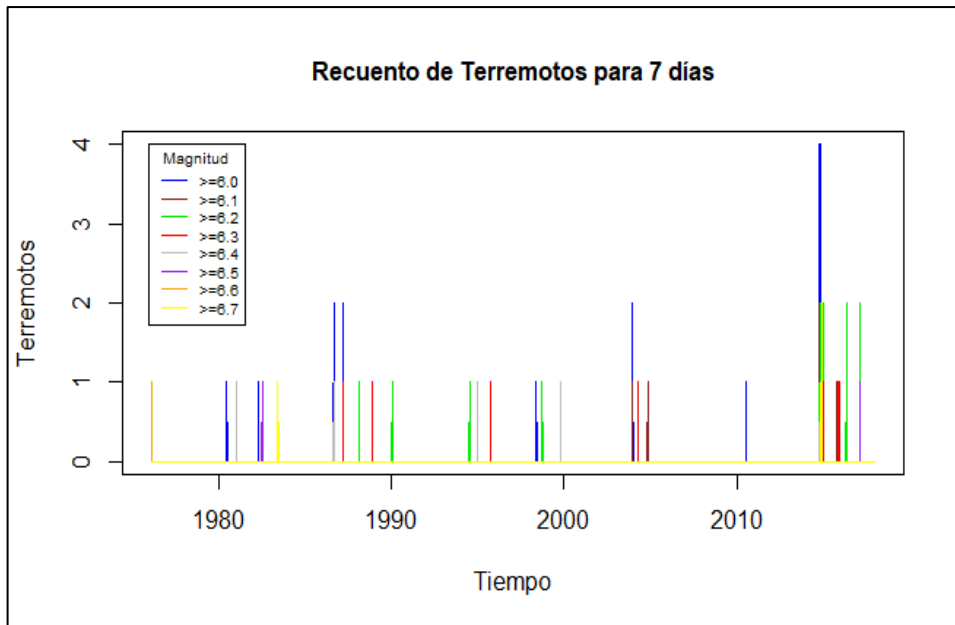


Gráfico 6-3. Recuento de los terremotos para 7 días

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

Como se observa en el Gráfico 7-3, el recuento de terremotos para 20 días tiene un comportamiento similar a la serie de 7 días, excepto en los años posteriores al 2010, donde se visualiza un incremento de registros de terremotos, con un repunte de 5 eventos para magnitudes mayores o iguales a 6.0 en la escala Richter.

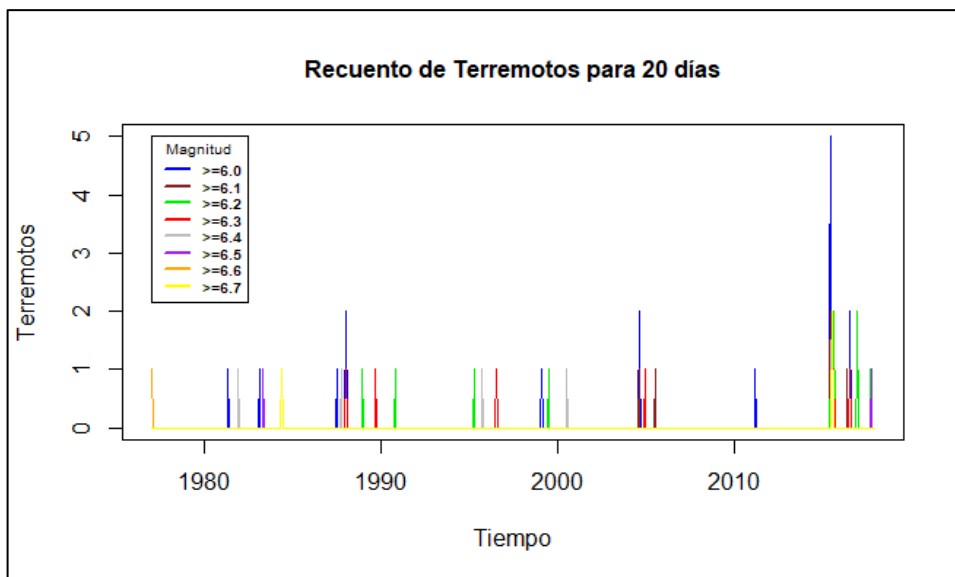


Gráfico 7-3. Recuento de los terremotos para 20 días

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

En el Gráfico 8-3 del recuento de terremotos para 30 días, se identificó que a lo largo de la década de los 80 se registraron 4 terremotos de magnitudes mayores o iguales a 6.0 en la escala Richter. A principios del 2000, se registraron 3 terremotos con magnitudes mayores o iguales a 6.0 en la escala Richter y en años posteriores al 2010 como en las series anteriores hubo un mayor registro de eventos, con un repunte de 8 terremotos para magnitudes mayores o iguales a 6.0.

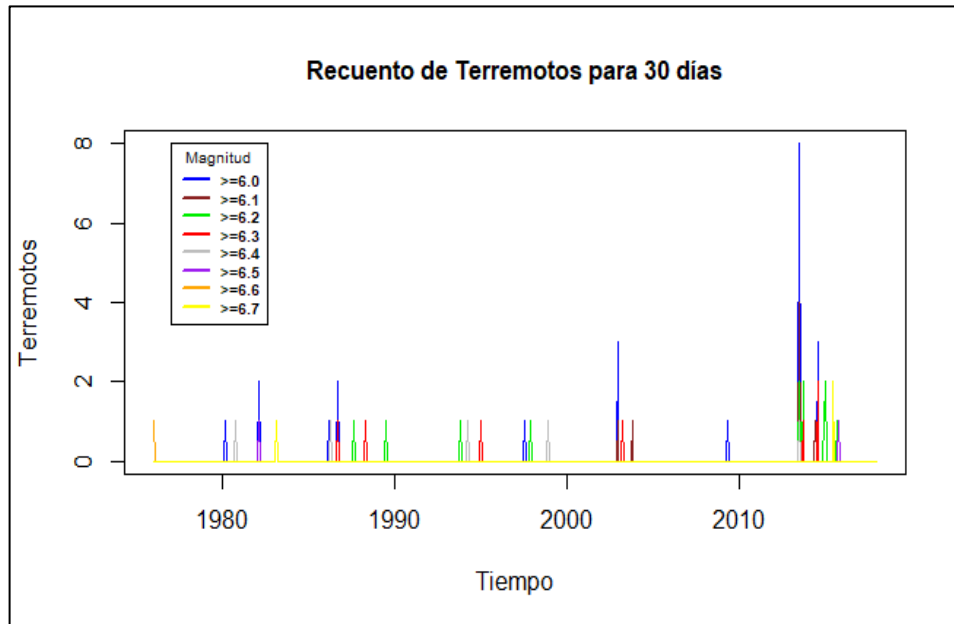


Gráfico 8-3. Recuento de los terremotos para 30 días

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

Gráficamente el recuento de los terremotos para los tres intervalos de tiempo establecidos son estacionarios, debido a que su comportamiento varía y analíticamente a través de la prueba de *Dickey-Fuller Aumentado* con un p valor 0.01, se corroboró que efectivamente el recuento de los terremotos es una serie estacionaria.

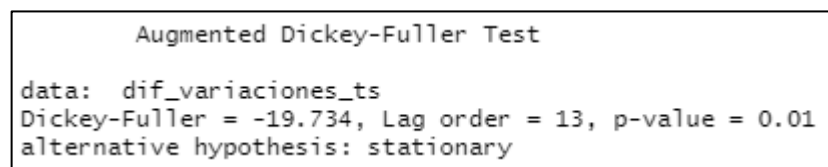


Figura 2-3. Test Dickey-Fuller Aumentado

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

3.5.2 Distribución de los recuentos de terremotos

Se analizó el recuento de los terremotos en los mismos tres intervalos de tiempo: 7 días, 20 días y 30 días, para determinar qué distribución se ajusta a los datos, como se muestra en la Tabla 3-3:

Tabla 3-3: Resultados AIC

<i>m</i>	7 días		20 días		30 días	
	Poisson	Binomial Negativa	Poisson	Binomial Negativa	Poisson	Binomial Negativa
3.8	3175.56	1246.17	3137.72	1228.4	3137.86	1228.36
3.9	2325.8	1073.05	2296.5	1056.92	2295.56	1056.92
4	2325.8	1073.05	2296.5	1056.92	2295.56	1056.92
4.1	2025.33	1004.45	2000.01	989.09	1999.07	989.08
4.2	1796.1	928.44	1776.99	916.39	1776.05	916.38
4.3	1404.58	786.57	1387.43	775.12	1390.55	777.94
4.4	1404.58	786.57	1387.43	775.12	1390.55	777.94
4.5	1242.96	735.24	1226.91	724.24	1229.55	726.91
4.7	1056.86	654.56	1044.83	646.54	1048.06	649.14
4.8	851.48	567.67	847.87	565.1	850.67	567.55
4.9	807.38	535.83	810.97	538.38	813.72	540.8
5	710.35	482.72	710.35	482.72	712.86	485.06
5.1	581.81	401.08	581.81	401.08	584.44	403.45
5.2	501.97	353.22	501.97	353.22	504.51	355.56
5.3	372.15	291.84	372.15	291.84	374.33	294
5.4	339.31	265.94	339.31	265.94	342.33	268.32
5.5	265.46	214.77	265.46	214.77	268.33	217.09
5.6	217.85	182.87	217.85	182.87	220.71	185.2
5.7	181.08	157.59	181.08	157.59	181.08	157.59
5.8	153.32	131.33	153.32	131.33	153.32	131.33
5.9	130.96	117.98	130.96	117.98	130.96	117.98
6	103.44	93.91	103.44	93.91	103.44	93.91
6.1	88.73	76.86	88.73	76.86	88.73	76.86
6.2	74.45	64.54	74.45	64.54	74.45	64.54
6.3	52.65	50.63	52.65	50.63	52.65	50.63
6.4	33.6	34.18	33.6	34.18	33.6	34.18
6.5	26.45	28.41	26.45	28.41	26.45	28.41
6.6	22	24	22	24	22	24
6.7	20.69	22.7	20.69	22.7	20.69	22.7
6.8	13.27	15.27	13.27	15.27	13.27	15.27
6.9	13.14	15.14	13.14	15.14	13.14	15.14
7	9.66	11.67	9.66	11.67	9.66	11.67
7.1	7.23	9.23	7.23	9.23	7.23	9.23
7.2	4.61	6.62	4.61	6.62	4.61	6.62

7.3	4.61	6.62	4.61	6.62	4.61	6.62
7.4	4.61	6.62	4.61	6.62	4.61	6.62
7.5	4.61	6.62	4.61	6.62	4.61	6.62
7.6	4.00	6.00	4.00	6.00	4.00	6.00
7.7	4.00	6.00	4.00	6.00	4.00	6.00
7.8	4.00	6.00	4.00	6.00	4.00	6.00

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

Para esto se hizo uso del Criterio AIC, el cual dio como resultado que la serie a partir de la magnitud 6.4 sigue una distribución de Poisson, debido a que sus valores son menores a los de la distribución Binomial Negativa, en los tres intervalos de tiempo analizados.

3.5.3 Estimación de los parámetros k , c y p

En la Tabla 4-3, se muestra la estimación de los parámetros (K , c , p) de la Ley de Omori-Utsu mediante el EMV que se encuentra dentro de la librería “Sapp”, tomando como evento principal el terremoto ocurrido el 16 de abril de 2016 de magnitud 7.8 en la escala Richter.

Tabla 4-3: Estimación de los parámetros de Omori-Utsu

K	c	p
171.91	0.08	0.96

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

Dando como resultado, un valor $K = 171.91$ que representa la productividad de un evento, es decir, un terremoto de magnitud 7.8 tiene más productividad en réplicas, un valor $c = 0.08$ que indica que hubo mayor número de réplicas inmediatamente después del terremoto principal y una tasa de decaimiento de réplicas, $p = 0.96$ indicando que el número de réplicas decrece lentamente en el tiempo.

Una vez que se estimaron estos parámetros fue posible encontrar la tasa de réplicas en un tiempo t después del terremoto principal, $n(t)$ y el tiempo, t en el que terminará la secuencia de réplicas desencadenadas por el evento principal, como se muestra en la Tabla 5-3:

Tabla 5-3: Tasa de réplicas y tiempo

después del terremoto principal

$n(t)$ (sismos/días)	0.07
t (años)	8.76

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

Se espera que el final de la secuencia de réplicas desencadenadas por el terremoto ocurrido el 16 de abril de 2016 sea a los $8.76 \approx 9$ años, es decir, en el año 2025, con una tasa de réplicas de 0.07 sismos/días.

3.6 Propuesta de un modelo y comparación con el modelo ETAS

3.6.1 Modelo Propuesto

Un modelo para terremotos tiene que cumplir con dos leyes, Ley de Gutenberg Richter y Ley de Omori. El modelo propuesto está compuesto por la adición de estas dos leyes.

Modelo propuesto = Ley de Gutenberg – Richter + la Ley de Omori

Cada ley tiene sus parámetros:

a, b : parámetros de la Ley de Gutenberg-Richter.

K, c, p : parámetros de la Ley de Omori-Utsu.

$$P(m) = \frac{m + a + b + K + c + p}{2^3 * 3^{2+0.9}}$$

En el numerador del modelo propuesto se encuentra la suma de los parámetros obtenidos por las dos leyes desarrolladas en los apartados anteriores y la magnitud (m) del terremoto que se desea analizar, mientras que, en el denominador se encuentran como base el número de parámetros de cada ley elevado al número de parámetros de la ley contraria. En el segundo término del denominador se le suma una medida de incertidumbre de 0.9.

Este modelo pretende dar como resultado la probabilidad de ocurrencia de un dicho evento, como se muestra en la Tabla 6-3.

Tabla 6-3: Probabilidades de ocurrencia del modelo propuesto

Nº	Magnitud	Probabilidad
1	6.63	1,00
2	5.49	0,99
3	5.68	0,99
4	5.71	0,99
5	5.16	0,99
6	6.63	0,99

⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
2369	3.10	0,98
2370	3.60	0,98
2371	3.60	0,98
2372	3.80	0,98

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

Se recomienda calcular la probabilidad de ocurrencia de un terremoto a partir de magnitudes 6.4 en la escala Richter, puesto que, es el valor umbral que indica la magnitud de un evento extremo.

3.6.2 Modelo ETAS

El cálculo de los parámetros del modelo ETAS se ha realizado a través del paquete ETAS, donde el primer paso a realizar fue convertir los datos en estudio en un catálogo sísmico mediante la función `catalog`, un objeto de esta clase contiene:

- `data`: Datos de los terremotos
- `time.begin`: Comienzo del lapso de tiempo del catálogo.
- `study.star`: Comienzo del período de estudio.
- `study.end`: Final del período de estudio.
- `lat.range` y `long.range`: Latitud y longitud de la región de estudio.
- `Mag.threshold`: Magnitud umbral.

```
ecuador.cat <-catalog(data1, time.begin="1976/01/01",
  study.start="1976/04/09", study.end="2018/12/31",
  lat.range=c(-5, 2), long.range=c(-90, -75),
  mag.threshold=1.7)
```

Figura 3-3. Código para el catálogo sísmico

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

Una vez convertido los datos a catalogo sísmico se lo puede representar en una gráfica dividida en seis subtramas: una gráfica para mostrar la distribución espacial de los eventos de acuerdo con la región seleccionada (panel superior izquierdo), tres gráficos para ver como la latitud, la longitud y la magnitud de los eventos cambian con el tiempo (paneles de la derecha), logaritmo de frecuencia por magnitud (panel inferior izquierdo) y la frecuencia acumulada a lo largo del tiempo (panel central inferior) como se observa en el Gráfico 9.3.

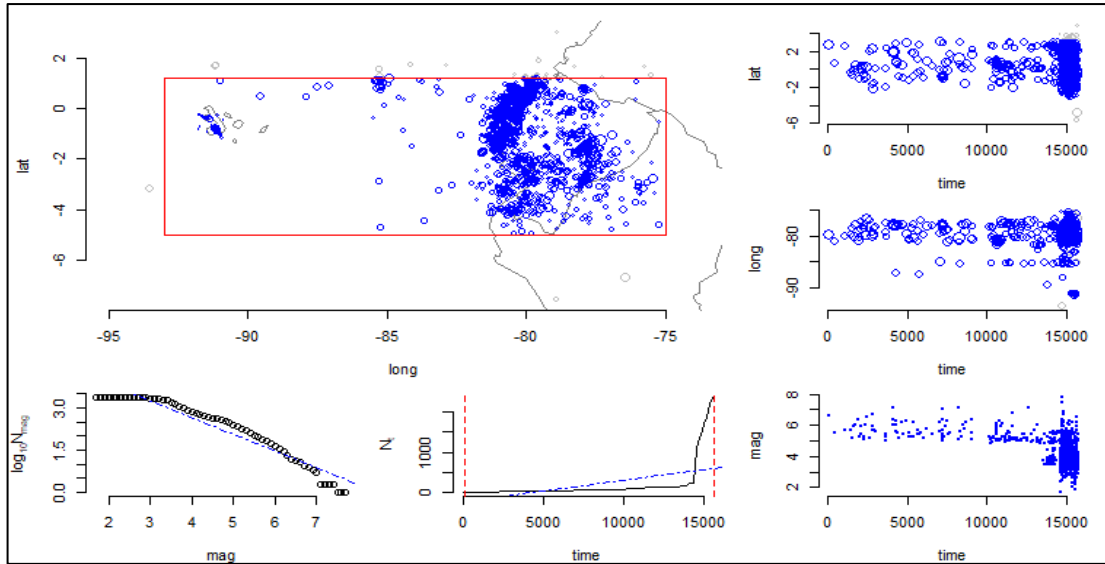


Gráfico 9-3. Representación gráfica del catálogo sísmico

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

El gráfico $\log_{10}(N_m)$ con respecto a la magnitud muestra la relación lineal que se espera de la Ley Gutenberg-Richter. La gráfica de N_t con respecto al tiempo presentó un mayor registro de terremotos en los últimos años.

Para ajustar el modelo ETAS al catálogo creado, se utilizó los parámetros que por defecto nos proporciona el modelo ETAS, como lo muestra la Tabla 7-3:

Tabla 7-3: Parámetros por defecto del modelo ETAS

Parámetros	M	A	C	α	P	D	q	γ
Valores	0.92	0.01	0.01	1.00	1.30	0.01	2.00	1.00

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

Obteniendo, así como resultado las estimaciones de máxima verosimilitud de los parámetros del modelo ETAS, los errores estándar asintóticos estimados, como lo muestra la Tabla 8-3:

Tabla 8-3: Estimaciones de los parámetros del modelo ETAS

Parámetros	β	M	A	C	α	P	D	q	Γ
Estimaciones	0.29	0.50	0.02	0.01	57.35	0.75	0.075	4.94	0.61
Errores	0.01	0.70	3.31	0.70	0.03	0.07	1.81	0.22	0.64

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

La tasa de sismicidad de fondo para la región del Ecuador es $\mu = 0.29$, con una productividad de un evento de magnitud umbral 1,7 de $A = 0.02$, con un valor bajo en $c = 0.012$ indicando mayor número de réplicas tras el terremoto principal, un valor alto en $\alpha = 57.35$ el cual muestra la eficacia de magnitud de un terremoto de generar réplicas y finalmente una tasa de decaimiento de las réplicas baja de $p = 0.75$, es decir, el número de réplicas decrece lentamente en el tiempo.

A demás el modelo ETAS entrega la probabilidad de ocurrencia como se muestra en la Tabla 9-4:

Tabla 9-3: Probabilidades de ocurrencia del modelo ETAS

N°	Magnitud	Probabilidad
1	6.63	0.00
2	5.49	1.00
3	5.68	1.00
4	5.71	1.00
5	5.16	1.00
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
2369	3.10	1.00
2370	3.60	1.00
2371	3.60	1.00
2372	3.80	1.00

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

3.6.3 Comparación del modelo propuesto con el modelo ETAS

Para identificar si hubo una mejora en las probabilidades de ocurrencia entre los dos modelos se aplicó el ECM y RECM dando un error menor para el modelo propuesto como se muestra en la Tabla 10-3.

Tabla 10-3: Errores del modelo propuesto y del modelo ETAS

	ECM	RECM
Modelo Propuesto	0,000304089	0,017438144
Modelo ETAS	0,000421763	0,020541201

Realizado por: Pilco V., Valladolid C. 2020

Por tanto, se llegó a la conclusión que el modelo propuesto también es bueno para calcular probabilidades de ocurrencia de un evento sísmico.

CONCLUSIONES

- La matriz de datos consta de un total de 2372 terremotos registrados entre el 9 de abril de 1976 y el 31 diciembre de 2018, de los cuales 225 registros fueron filtrados del Catálogo Sísmico Global CMT y 2147 registros fueron obtenidos del Catálogo Sísmico del Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional. Esta matriz de estudio está formada por 6 variables: Fecha, Hora, Longitud, Latitud, Magnitud y Momentos Sísmico.
- A través de las gráficas de georreferenciación se identificó que en el Ecuador predominaron eventos con magnitudes entre 2.0 a 6.0 en la escala Richter, mientras que eventos con magnitudes mayores a 6.0 en la escala Richter se presentaron con menor frecuencia. Además, se observó que la mayor concentración de terremotos en el periodo de estudio fue en la zona costera y esto pudo ser ocasionado por la ubicación geográfica del país, ya que forma parte del Cinturón de Fuego del Pacífico.
- Mediante el análisis de la ley de Gutenberg-Richter se determinó que el nivel de sismicidad en la región es alto ($a = 11.94$) y que la proporción de sismos grandes frente a pequeños es relativamente baja ($b = 1.39$). Asimismo, se determinó que 358 registros se ajustan a la ley de potencia, entre el intervalo de magnitudes 4.7 a 6.4 en la escala de Richter.
- Mediante el análisis de la ley de Omori-Utsu se determinó que el terremoto de magnitud 7.8 en la escala Richter ocurrido el 16 de abril de 2016 tuvo una productividad alta en réplicas ($K = 171.91$) y estas se produjeron inmediatamente después del evento ($c = 0.08$) y, con el pasar de los días estas réplicas fueron decreciendo lentamente ($p = 0.96$) y se espera que las réplicas desencadenadas por este evento finalicen aproximadamente en 9 años, es decir, en el año 2025.
- A través de la Distribución Generalizada de Pareto se identificó que los eventos extremos de terremotos se ajustan a una ley de potencia a partir del valor umbral de 6.4, es decir, los eventos con magnitudes mayores a este valor umbral se presentarán a lo largo del tiempo con menor frecuencia. Se conoce de antemano que después de 50 años se tendrá suficiente información de estos eventos que permitirán realizar análisis más rigurosos.
- El modelo propuesto al tener un menor error cuadrático medio ante el modelo ETAS, se concluye que también es bueno para calcular probabilidades de ocurrencia de un evento sísmico.

RECOMENDACIONES

- Los catálogos sísmicos del Ecuador deberían añadir más información que detallen a los terremotos como por ejemplo el momento sísmico y tipo de fallas, puesto que a partir de ello se podría realizar estudios más amplios que ayuden a las entidades de control a tomar mejores medidas de prevención.
- Para este tipo de estudios se sugiere realizar un doble truncamiento a la Ley de Gutenberg-Richter, por tanto, se recomienda seguir indagando en nuevas técnicas estadísticas que permitan encontrar los parámetros de esta ley.
- Realizar estudios estratégicos aplicados a esta línea de investigación en vista de que el país no cuenta con modelos estadísticos para la predicción de terremotos, permitiendo a los estadísticos explorar nuevas áreas de conocimiento.
- Dar continuidad a esta investigación debido a que es un tema sumamente amplio y los resultados que se podrían llegar a obtener, pueden ayudar de manera significativa en la toma de decisiones frente a este fenómeno natural.

BIBLIOGRAFÍA

BBC. ¿Por qué tantos terremotos?. [en línea], 2010, [Consulta: 26 junio 2020]. Disponible en: https://www.bbc.com/mundo/ciencia_tecnologia/2010/03/100303_terremotos_frecuencia_men

BENITO, B. "Geología, Terremotos Y Riesgo Sísmico: Avances Y Perspectivas". *Universidad Autónoma de Madrid. Fundación General* [en línea], 2013, pp.1-6. [Consulta: 30 diciembre 2019]. ISSN 1139-9325. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10486/678735>

CÁRDENAS, C; et al. "Modelo de Poisson para la ocurrencia y magnitud espacio-temporal de los sismos en Colombia". *UD y la Geomática*, 2010, vol. 4, pp. 28-43.

CHANCAY, A. Estudio estadístico de la peligrosidad sísmica del Ecuador mediante la teoría de los valores extremos. [en línea]. (Trabajo de Titulación) (Pregrado). Escuela Superior Politécnica del Litoral, Facultad de Ciencias Naturales y Matemática. Guayaquil-Ecuador. 2018. pp. 1-70. [Consulta: 2020-12-17]. Disponible en: <https://www.dspace.espol.edu.ec/handle/123456789/48894>

CORRAL, Á.; & GONZÁLEZ, Á. "Power Law Size Distributions in Geoscience Revisited". *Earth and Space Science* [en línea], 2019, vol. 6, no. 5, pp. 673-697. [Consulta: 29 julio 2020]. ISSN 2333-5084. DOI 10.1029/2018EA000479. Disponible en: <https://doi.org/10.1029/2018EA000479>

CUEVAS, G. Teoría de valores extremos empleada en la gestión de riesgo financiero [en línea] (Trabajo de titulación) (Pregrado). Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Santiago de Chile-Chile. 2011. pp. 5-25. [Consulta: 2020-06-15]. Disponible en: <http://repositorio.uchile.cl/handle/2250/104224>

CURIOSIDADES. El increíble Cráter del Meteorito Barringer en Arizona. [en línea], 2013, [Consulta: 26 junio 2020]. Disponible en: <https://curiosidades.com/el-increible-crater-del-meteorito-barringer-en-arizona/>

DÜMBGEN, L.; & RUFIBACH, K. "Maximum likelihood estimation of a log-concave density and its distribution function: Basic properties and uniform consistency". *Bernoulli* [en línea], 2009, vol. 15, no. 1, pp. 40-68. [Consulta: 29 julio 2020]. ISSN 13507265. DOI 10.3150/08-BEJ141. Disponible en: <https://projecteuclid.org/euclid.bj/1233669882>

ESPADA, Y. Análisis de parámetros sísmicos de dos series ocurridas en el sur y este de España. [en línea] (Trabajo de Titulación) (Pregrado). Universidad Politécnica de Madrid, Escuela de Técnica Superior de Ingenieros en Topografía, Geodesia y Cartografía. Madrid-España. 2015. pp. 1-90. [Consulta: 2020-06-07]. Disponible en: <http://oa.upm.es/37334/>

GLOBAL CMT. Global Centroid Moment Tensor Catalog. [en línea]. [Consulta: 26 junio 2020]. Disponible en: <https://www.globalcmt.org/CMTsearch.html>

HANKE, J; & WICHERN, D. *Pronóstico en los negocios*. 9ª ed. México: Pearson Educación, 2010. ISBN 9786074427004, pp. 399-480.

HELMSTETTER, A.; & SORNETTE, D. "Predictability in the Epidemic-Type Aftershock Sequence model of interacting triggered seismicity". *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* [en línea], 2003, vol. 108, no. B10, pp. 8-18. [Consulta: 04 enero 2020]. ISSN 2169-9356. DOI 10.1029/2003jb002485. Disponible en: <https://doi.org/10.1029/2003JB002485>

HERRERA, G; et al. *Introducción a los riesgos geológicos* [en línea]. Madrid: UNED - Universidad Nacional de Educación a Distancia, 2016. [Consulta: 26 mayo 2020]. Disponible en: <https://elibro.net/es/lc/epoch/titulos/48895>

IGEPN. Cuatro años después del terremoto de Pedernales: Un testimonio sobre el peligro sísmico en el Ecuador. [en línea], 2020, [Consulta: 03 junio 2020]. Disponible en: <https://www.igepn.edu.ec/interactuamos-con-usted/1810-cuatro-anos-despues-del-terremoto-de-pedernales-un-testimonio-sobre-el-peligro-sismico-en-el-ecuador>

IGEPN. Informe de los últimos sismos. [en línea]. [Consulta: 26 junio 2020]. Disponible en: <https://www.igepn.edu.ec/ultimos-sismos>

JORQUERA, E. Estimación del Peligro Sísmico en la Zona Andina de Chile Central [en línea]. (Trabajo de titulación) (Pregrado). Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería Civil, Santiago de Chile-Chile, 2008. pp. 61-107. [Consulta: 2020-10-16] Disponible en: <http://repositorio.uchile.cl/handle/2250/103191>.

JIMÉNEZ, J; et al. Terremotos ¿Estás preparado?. *Parque de las Ciencias*. [en línea], 2020, [Consulta: 18 mayo 2020]. Disponible en: <http://www.parqueciencias.com/educacion-formacion/microexposiciones/lista-microexposiciones/terremotos/index.html>

KAGAN, Y. "Statistical distributions of earthquake numbers: Consequence of branching process". *Geophysical Journal International* [en línea], 2010, vol. 180, no. 3, pp. 1313-1328. ISSN 0956540X. DOI 10.1111/j.1365-246X.2009.04487.x. Disponible en: <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2009.04487.x>

KATTAMANCHI, S; et al. "Non-stationary ETAS to model earthquake occurrences affected by episodic aseismic transients". *Earth, Planets and Space* [en línea], 2017, vol. 69, no. 1, pp. 1-14. [Consulta: 07 junio 2020]. ISSN 1880-5981. DOI 10.1186/s40623-017-0741-0. Disponible en: <https://doi.org/10.1186/s40623-017-0741-0>

MONTERRUBIO, M. Análisis estadístico y comportamiento fractal de las réplicas sísmicas del Sur de California [en línea] (Trabajo de titulación) (Doctorado). Universitat Politècnica de Catalunya, Departamento de Física Aplicada, Cataluña-España. 2013. pp. 37-60. [Consulta: 2020-08-07]. Disponible en: <http://hdl.handle.net/2117/94859>

NAVA, A. *Terremotos* [en línea]. México D.F: FCE - Fondo de Cultura Económica, 2002. [Consulta: 22 mayo 2020]. Disponible en: <https://elibro.net/es/lc/epoch/titulos/71949>

NAVARRO, E. L'Aquila tras el terremoto de 2009. Fotolibro [en línea] (Trabajo de titulación) (Pregrado). Universitat Politècnica de València, Facultad de Bellas Artes, Valencia-España. 2018. pp. 1-47. [Consulta: 2019-12-31]. Disponible en: <https://riunet.upv.es:443/handle/10251/97482>

OGATA, Y. "Estimation of the Parameters in the Modified Omori Formula for Aftershock Frequencies". *Journal of Physics of the Earth* [en línea], 1983, vol. 31, pp. 115-124. Disponible en: <https://doi.org/10.4294/jpe1952.31.115>

OGATA, Y. "Statistical Models for Earthquake Occurrences and Residual Analysis for Point Processes". *Journal of the American Statistical Association* [en línea], 1988, vol. 83, no. 401, pp. 9-27. [Consulta: 07 junio 2020]. DOI 10.1080/01621459.1988.10478560. Disponible en: <https://amstat.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01621459.1988.10478560>

PANCHUK, K. Chapter 12. Earthquakes. En: S. EARLE (ed.), *Physical Geology, First University of Saskatchewan Edition* [en línea]. 3ra. 2019. pp. 1-31. [Consulta: 09 junio 2020] Disponible en: <https://openpress.usask.ca/physicalgeology/part/chapter-12-earthquakes-3rd-edition/>

PARRA, H. Desarrollos Metodológicos Y Aplicaciones Hacia El Cálculo De La Peligrosidad Sísmica En El Ecuador Continental Y Estudio De Riesgo Sísmico En La Ciudad De Quito [en línea] (Trabajo de titulación) (Doctorado). Universidad Politécnica de Madrid, Escuela Técnica Superior de Ingenieros en Topografía, Geodesia y Cartografía. Madrid-España. 2016. pp. 1-169. [Consulta: 2019-12-31]. Disponible en: <http://oa.upm.es/39353/>

PARRA, H; et al. *Estimación de la peligrosidad sísmica en Ecuador continental* [en línea]. Ecuador: Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, 2018. [Consulta: 27 diciembre 2019]. Disponible en: <http://repositorio.espe.edu.ec/handle/21000/13741>

PRENSAHUARAZ. Expondrán fotografías inéditas de Huaraz después del terremoto de 1970. [en línea], 2017, [Consulta: 24 junio 2020]. Disponible en: http://www.prenshuaraz.com/2017/expondran-fotografias-ineditas-de-huaraz-despues-del-terremoto-de-1970/?fb_comment_id=1453616321361742_1454546621268712

QUINDE, P.; & REINOSO, E. "Estudio De Peligro Sísmico De Ecuador Y Propuesta De Espectros De Diseño Para La Ciudad De Cuenca". *Revista de Ingeniería Sísmica* [en línea], 2016, no. 94, pp. 1-26. [Consulta: 13 mayo 2020]. ISSN 0185-092X. DOI 10.18867/ris.94.274. Disponible en: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-092X2016000100001&lang=es

RIVAS, A. Contribución metodológica para incorporar fallas activas en la modelización de la fuente dirigida a estimaciones de peligrosidad sísmica. Aplicaciónmal sur de españa [en línea] (Trabajo de titulación) (Doctorado). Universidad Politécnica de Madrid, Escuela Técnica Superior en Ingeniería Topográfica, Geodesia y Cartográfica, Madrid-España. 2014. pp. 17-189. [Consulta: 2019-12-26]. Disponible en: <http://oa.upm.es/23328/>

RIVAS, A; et al. "Determinación el período de recurrencia y magnitud máxima para el control de las estructuras en el rango elástico ante un sismo asociado a las fallas inversas de Quito". *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, 2014, vol. 192, pp. 203-221.

RT. Infografía: Los terremotos más fuertes del siglo XXI. [en línea], 2017, [Consulta: 24 junio 2020]. Disponible en: <https://actualidad.rt.com/actualidad/249460-infografia-terremotos-fuertes-siglo-xxi>

SANCHEZ, F. "Los terremotos y sus causas". *Dialnet* [en línea], 1994, pp. 17-38. [Consulta: 18 mayo 2020]. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2767747>

SECRETARÍA NACIONAL DE GESTIÓN DE RIESGOS. "Informe de Situación N° 65 - Terremoto 7.8° - Pedernales". *Secretaría de Gestión de Riesgos* [en línea], 2016, vol. 16058, no. 7, pp. 1-17. [Consulta: 26 noviembre 2019]. Disponible en: <http://bit.ly/2ClJyoH>

SERRA, I. Modelos estadísticos para valores extremos y aplicaciones Statistical models for tails and applications [en línea]. (Trabajo de Titulación) (Doctorado). Universidad Autónoma de Barcelona, Departamento de Matemática. España-Barcelona. 2013. pp: 1-14. [Consulta: 2020-12-18]. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10803/129396>.

SORNETTE, D.; & WERNER, M. "Constraints on the Size of the Smallest Triggering Earthquake from the ETAS Model, Baath's Law, and Observed Aftershock Sequences". *Journal of Geophysical Research* [en línea], 2005, vol. 110, no. B8, pp. 1-11. [Consulta: 29 julio 2020] DOI 10.1029/2004JB003535. Disponible en: <https://doi.org/10.1029/2004JB003535>

VELASCO, J; & SÁNCHEZ, J. *Terremotos en Colombia: dónde ocurren, por qué se producen y cómo afrontarlos* [en línea]. Editorial Universidad de Colombia, 2015. [Consulta: 25 junio 2020]. Disponible en: <https://elibro.net/es/lc/epoch/titulos/129008>

VILLANUEVA, A. Análisis de Valores Extremos [en línea] (Trabajo de titulación) (Maestría). Universidad de Granada, Facultad de Ciencias, Granada-España. 2016. pp. 9-20. [Consulta: 2020-06-16]. Disponible en:

[https://masteres.ugr.es/moea/pages/curso201516/tfm1516/medialdeavillanueva_tfm/!](https://masteres.ugr.es/moea/pages/curso201516/tfm1516/medialdeavillanueva_tfm/)

WALPOLE, R; et al. *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. 8ª ed, 2007. México: Pearson Educación. ISBN 9789702609360, pp. 141-170.

ZAFRA, D. *ONDAS SÍSMICAS, su importancia para la geofísica y la humanidad*. 2017.

ANEXOS

Anexo A: CÓDIGO PARA ESTIMAR EL VALOR β MEDIANTE EL MÉTODO DE DELUCA Y CORRAL

```
cdf<-function(datos,xmin,xmax,beta) (datos^(-beta)-xmin^(-beta))/(xmax^(-beta)-xmin^(-beta))
#CDF de la power-law doble truncada

dksecomp<-function(datos,xmin,xmax,beta)
{
  xs<-sort(datos)
  z<-ecdf(datos)
  n<-length(datos)
  dkse1<-c()
  dkse2<-c()
  dksemaxpartial<-c()

  for(i in 1:(n-1)){
    dkse1[i]<-abs(z(xs[i])-(cdf(xs[i],xmin,xmax,beta)))
    dkse2[i]<-abs(z(xs[i-1])-(cdf(xs[i],xmin,xmax,beta)))
    dksemaxpartial[i]<-max(dkse1[i],dkse2[i])
  }
  dkse<-max(dksemaxpartial)}

datosoriginales<-dat$MS
xmax<-max(datosoriginales)
xmin<-min(datosoriginales)

indexmin=1
pvalor<-c()
xminevolution<-c()
xmaxevolution<-c()
betaevolution<-c()
errorexp<-c()
nevolution<-c()
pvalor[indexmin]= 0.20
# Ordeno datos
sort(datosoriginales)
npart<-5
for(j in 1:(npart*log10(max(datosoriginales)/min(datosoriginales)))){
  # Cutoffs originales
  xmax<-max(datosoriginales)
  xmin<-min(datosoriginales)
  corre=0
  pvalorparticular<-0
  while(xmax>xmin & pvalorparticular<0.05){
    indexmin=indexmin+1
    corre=corre+1
    xmin<-10^((corre+npart*log10(min(datosoriginales)))/5)
    xmax<-10^((npart*log10(max(datosoriginales))+1-j)/5)
    datos<-datosoriginales[datosoriginales>=xmin & datosoriginales<=xmax]
    datos<-sort(datos)
    n<-length(datos)
    nevolution[indexmin]<-n
  }
}
```



```

xminevolution[indexmin]<-xmin # Guardo xmin en un vector
xmaxevolution[indexmin]<-xmax # Guardo xmax en un vector

if(n>10){

  #Loglikelihood

  loglikelihood<-function(beta)n*log((-beta)/(xmax^(-beta)-xmin^(-beta)))
(1+beta)*sum(log(datos))
  beta<-optimize(loglikelihood,interval=c(0.2,3),maximum =TRUE, tol=1E-3)$maximum
  betaevolution[indexmin]<-beta

  xs<-sort(datos)
  z<-ecdf(datos)

  dkse<-dksecomp(datos,xmin,xmax,beta) # distancia de kolmogorov empirica

  nsimulacions<-1000
  pexit<-0

  dkssint<-c()
  betasint<-c()
  for(i in 1:nsimulacions){ # Bucle del número de simulaciones
    muestrasant<-c()
    primer<-c()
    ps<-c()
    contadatos<-0

    while(contadatos<n){
      sint<-xmin/(1-(1-(xmin/xmax)^(beta))*runif(1))^(1/(beta))

      if(sint<=xmax){
        contadatos=contadatos+1
        muestrasant[contadatos]<-sint }

      loglikelihood<-function(beta)n*log((-beta)/(xmax^(-beta)-xmin^(-beta)))-
(1+beta)*sum(log(muestrasint))

      betasim<-optimize(loglikelihood,interval=c(0.2,3),maximum =TRUE, tol=1E-
3)$maximum

      betasint[i]<-betasim

      xs<-sort(muestrasint)
      z<-ecdf(muestrasint)

      dkssint[i]<- dksecomp(muestrasint,xmin,xmax,betasim) # Distancia de Kolmogorov
simulada

      if(dkssint[i]>=dkse) pexit=pexit+1 }

  betaevolution[indexmin]<-beta
  pvalor[indexmin]<-pexit/nsimulacions
  pvalorparticular<-pvalor[indexmin]
  errorexp[indexmin]<-sd(betasint)

```

```
# Imprimo por consola
print(xmin)
print(xmax)
print(beta)
print(errorexp[indexmin])
print(n)
print(pvalor[indexmin]) }
```

```
MDC<-
data.frame(xminevolution,xmaxevolution,betaevolution,pvalor,nevolution,xmaxevolution/xmin
evolution)
```

Anexo B: CÓDIGO PARA EL ANÁLISIS DE EVENTOS EXTREMOS UTILIZANDO LA GDP

```
library(ercv)
z1<-fitpot(data$MS,threshold=(2.51189e+18))
ccdfplot(data$MS,z1,log="xy", xlab = "Momento Sísmico", main = "Análisis de valores
extremos",
ylab = "Función de Distribución Complementaria", cex.main = 5, adj = 0.5)
```

Anexo C: CÓDIGO PARA EL ANÁLISIS DE LA LEY DE OMORI SOBRE LOS DATOS

```
#####
library(mixtools)
#####

dataShort=data[,c("Date","Mag")]
dateCum=as.Date(data$Date[1])+6
for(i in 1:2229) dateCum=c(dateCum,dateCum[i]+7)
timeAux=NA; timeAux=ifelse(as.Date(dataShort["Date"])<= dateCum[1],1,timeAux)
for(i in 2:length(dateCum)) timeAux=ifelse(as.Date(dataShort["Date"])<= dateCum[i] &
as.Date(dataShort["Date"])>dateCum[i-1],i,timeAux)
dataShort=cbind(dataShort,timeAux)
dataShort=na.omit(dataShort)

# mixture
m=seq(2.0,7.7,0.1)
mixtureR=matrix(NA,ncol=2,nrow=58)
for(i in 1:length(m))
{
dataShortm=dataShort[dataShort["Mag"]>=m[i],]
y=aggregate(Date~timeAux,data=dataShortm,FUN=length)[,2]
dpois_f=function(p) return(-sum(log(dpois(y,lambda=p[1]))))
dpois_f_res=nlm(dpois_f,p=c(mean(y)))
aicp=2*(dpois_f_res$minimum+1)
dnbinom_f=function(p) return(-sum(log(dnbinom(y,size=p[1],prob=p[2]))))
dnbinom_f_res=nlm(dnbinom_f,p=c(1,0.1))
aicnb=2*(dnbinom_f_res$minimum+2)
mixtureR[i,]=c(aicp,aicnb)}
}
```

```
colnames(mixtureR)=c("poisson","nbinomil")
rownames(mixtureR)=as.character(seq(2.0,7.7,0.1))
colnames(mixtureR)[apply(mixtureR,1,which.min)]

write.table(mixtureR, file="7Dias.txt",col.names = TRUE, row.names= FALSE,sep = '\t', dec =
",")
```

Anexo D: CÓDIGO ETAS

```
library(ETAS)
ecuador.cat <-catalog(data1, time.begin="1976/01/01",
  study.start="1976/04/09", study.end="2018/12/31",
  lat.range=c(-5, 2), long.range=c(-90, -75),
  mag.threshold=1.7)

plot(ecuador.cat)

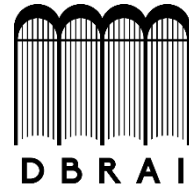
ecuador.fit1 <- etas(ecuador.cat)
ecuador.fit1

plot(ecuador.fit)
rates(ecuador.fit)
pr <- probs(iran.fit)
```



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

**DIRECCIÓN DE BIBLIOTECAS Y RECURSOS PARA EL
APRENDIZAJE Y LA INVESTIGACIÓN**



UNIDAD DE PROCESOS TÉCNICOS
REVISIÓN DE NORMAS TÉCNICAS, RESUMEN Y BIBLIOGRAFÍA

Fecha de entrega: 28 / 01 /2021

INFORMACIÓN DEL AUTOR/A (S)
Nombres – Apellidos: Viviana Lizbeth Pilco Coro y Cristina Micaela Valladolid Sanchez
INFORMACIÓN INSTITUCIONAL
Facultad: Ciencias
Carrera: Ingeniería en Estadística Informática
Título a optar: Ingeniera en Estadística Informática
f. Analista de Biblioteca responsable: Lic. Luis Caminos Vargas Mgs.



Firmado electrónicamente por:
**LUIS ALBERTO
CAMINOS
VARGAS**



0572-DBRAI-UPT-2021