



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE RECURSOS NATURALES
CARRERA DE INGENIERÍA FORESTAL

**“DETERMINACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO PARA EL
CÁLCULO VOLUMEN EN PLANTACIONES DE *Pinus radiata*
PERTENECIENTES A LA EMPRESA AGLOMERADOS COTOPAXI S.A.,
CANTÓN LATACUNGA, PROVINCIA DE COTOPAXI”**

TRABAJO DE TITULACIÓN
PROYECTO DE INVESTIGACIÓN PARA TITULACIÓN DE GRADO

**PRESENTADO COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL TÍTULO
DE INGENIERA FORESTAL**

ESTHEFANNY MARIELA TAPIA OVIEDO

RIOBAMBA –ECUADOR
2019

HOJA DE CERTIFICACIÓN

El tribunal de trabajo certifica, que el trabajo de investigación titulado: **“DETERMINACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO PARA EL CÁLCULO VOLUMEN EN PLANTACIONES DE *Pinus radiata* PERTENECIENTES A LA EMPRESA AGLOMERADOS COTOPAXI S.A., CANTÓN LATACUNGA, PROVINCIA DE COTOPAXI”**, de responsabilidad de la señorita Esthefanny Mariela Tapia Oviedo, ha realizado las correcciones correspondientes señaladas por el tribunal y se encuentra apto para su presentación y sustentación.

TRIBUNAL DE TRABAJO DE TITULACIÓN



19/11/2019

Ing. Eduardo Patricio Salazar Castañeda

Fecha

DIRECTOR



19/11/2019

Dra. Cecilia Teresa Limaico Nieto

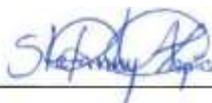
Fecha

MIEMBRO**DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD**

Yo, Esthefanny Mariela Tapia Oviedo, declaro que el presente trabajo de titulación es de mi autoría y que los resultados del mismo son auténticos y originales. Los textos constantes en el documento que provienen de otras fuentes están debidamente citados y referenciados.

Como autora, asumo la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este trabajo de titulación.

Riobamba, 19 de noviembre de 2019.



Esthefanny Mariela Tapia Oviedo

C.C. 060513518-5

AUTORÍA

La autoría del presente trabajo investigativo es de propiedad intelectual de la autora, de la Carrera de Ingeniería Forestal de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo y de la empresa Aglomerados Cotopaxi S.A.

DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado a mi mamá; por todo su amor y paciencia a largo de estos años, por educarme y caminar junto a mi cada día siendo mi más grande fuente de inspiración.

A mi papá y a mis hermanas por llenar de alegría mis días, creer en mí y darme su apoyo incondicional en cada paso que doy.

A mis abuelas Teresa y Rosa, mis dos seres de amor infinito para quienes tengo cientos de motivos por los cuales agradecer porque siguen llenando mis días con su amor y bendiciones; y a los dos regalos más bonitos que ellas me pudieron dar a mis segundos padres Ángel y Fernando quienes me educaron y cuidaron durante tantos años, y terminaron convirtiéndose en mi más grande ejemplo de amor incondicional.

A mi amiga Johanna Pérez por acompañarme a lo largo de este camino, sin ella este trabajo no hubiera sido posible; y de manera muy especial a mi mejor amigo y compañero de aventuras Jhonatan Carrasco quien me motiva e inspira todos los días.

Todo esto se los debo a ustedes. Los amo.

Esthefanny Mariela Tapia Oviedo

AGRADECIMIENTO

Agradezco a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, a la Facultad de Recursos Naturales y de manera muy especialmente a la Carrera de Ingeniería Forestal por todo su aporte brindado durante mi formación académica.

Al Ing. Eduardo Salazar por ser una fuente de inspiración para todos sus alumnos, impulsándonos a asumir nuevos retos y por el gran aporte brindado durante la elaboración de este trabajo de investigación.

A la Dra. Cecilia Limaico por su amistad, apoyo y esencialmente por su tiempo brindado durante este periodo aportando con todos sus conocimientos y paciencia.

La realización de este texto no habría sido posible sin el apoyo de la empresa Aglomerados Cotopaxi S.A., especialmente del área forestal con la ayuda del Ing. Roberto Neuman, Ing. María Gallardo, Ing. Steven Rivadeneira y a todo su equipo de trabajo por la oportunidad, confianza y apoyo a lo largo de la investigación.

De igual manera un fraterno agradecimiento a Joselyn Freire y al Ing. Carlos Carpio por todos sus consejos y ayuda brindada.

Finalmente, debo expresar mis agradecimientos a todos mis familiares y amigos que me han acompañado durante todo este tiempo, muchas gracias por sus consejos y apoyo incondicional.

TABLA DE CONTENIDOS

I.	“DETERMINACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO PARA EL CÁLCULO VOLUMEN EN PLANTACIONES DE <i>Pinus radiata</i> PERTENECIENTES A LA EMPRESA AGLOMERADOS COTOPAXI S.A., CANTÓN LATACUNGA, PROVINCIA DE COTOPAXI”	1
II.	INTRODUCCIÓN	1
A.	Justificación.....	2
III.	OBJETIVOS	3
A.	OBJETIVO GENERAL	3
B.	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
IV.	HIPÓTESIS	3
A.	HIPÓTESIS NULA – H ₀	3
B.	HIPÓTESIS ALTERNANTE – H _L	3
V.	REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	4
A.	DESCRIPCIÓN DE LA ESPECIE	4
1.	Descripción taxonómica.....	4
2.	Descripción botánica.....	4
3.	Distribución nacional de <i>Pinus radiata</i> D. Don.....	5
a.	Provincias	5
b.	Rango altitudinal	5
c.	Ecología.....	5
d.	Plantaciones.....	6
4.	Importancia económica	6
B.	MENSURA FORESTAL	7
1.	Medición de árboles individuales.....	7
C.	FUNCIONES DE AHUSAMIENTO.....	13

1.	Tipos de funciones de ahusamiento	14
2.	Variables de una función de ahusamiento.....	16
3.	Las características apropiadas del modelo fustal	16
4.	Compatibilidad de funciones de ahusamiento y volumen.....	17
D.	PROGRAMAS ESTADÍSTICOS	17
1.	R	17
2.	RStudio.....	18
3.	Paquetes de R	18
E.	VOLUMEN DE MADERA	19
1.	Definiciones	19
2.	Categorías de volumen.....	19
3.	Cubicación de trozas	20
VI.	MATERIALES Y MÉTODOS	24
A.	CARACTERIZACIÓN DEL LUGAR	24
1.	Localización del sitio	24
2.	Ubicación geográfica	25
3.	Características climáticas y edafológicas.....	25
4.	Clasificación ecológica	26
B.	MATERIALES Y EQUIPOS.....	28
1.	Materiales de campo	28
2.	Materiales de oficina.....	28
C.	METODOLOGÍA	28
1.	Establecer una función de ahusamiento para el cálculo de volumen comercial compatible para plantaciones de <i>Pinus radiata</i>	28
2.	Evaluar el comportamiento de una función desarrollada respecto a su capacidad para predecir diámetros fustales y volúmenes comerciales	34
VII.	RESULTADOS.....	35
A.	PARA CUMPLIR EL PRIMER OBJETIVO	35

B.	PARA CUMPLIR CON EL SEGUNDO OBJETIVO.....	38
VIII.	DISCUSIÓN	41
IX.	CONCLUSIONES	42
X.	RECOMENDACIONES	43
XI.	RESUMEN.....	¡Error! Marcador no definido.
XII.	SUMMARY	¡Error! Marcador no definido.
XIII.	BIBLIOGRAFÍA.....	45
XIV.	ANEXOS.....	51

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Clasificación taxonómica del Pino (<i>Pinus radiata</i>).....	4
Tabla 2. Funcionems de ahusamiento ajustado para <i>Pinus radiata</i>	15
Tabla 3. Las fórmulas de estimación de volumen.....	23
Tabla 4. Ubicación Geográfica del área de estudio.	25
Tabla 5. Características climáticas del área de estudio.....	25
Tabla 6. Área de estudio.	29
Tabla 7. Funciones de ahusamiento seleccionadas para el estudio.....	33
Tabla 8. Estadísticos empleados para evaluar la bondad de ajuste de las funciones.	34
Tabla 9. Parámetros estimados para las funciones de ahusamiento ajustadas a <i>Pinus radiata</i>	37
Tabla 10. Expresiones matemáticas empleadas para la comparación del volumen comercial.....	38
Tabla 11. Estadísticos de bondad de ajuste de las tres funciones de ahusamiento seleccionadas.	40

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Diámetro con corteza vs sin corteza sin revisión gráfica.....	36
Gráfico 2. Diámetro con corteza vs diámetro sin corteza posterior a la revisión gráfica.	36
Gráfico 3. Calidad de ajuste de las funciones.	38
Gráfico 4. Diagrama de caja y bigotes para análisis de residuos.	39

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1. Selección de árboles para el estudio.	51
Anexo 2. Medición del DAP y alturas.....	51
Anexo 3. Apeado de árboles seleccionados.....	52
Anexo 4. Proceso de desramado.....	52
Anexo 5. Medición de diámetro con corteza y sin corteza del tocón.	52
Anexo 6. Medición de la longitud total y señalamiento de cada sección.	53
Anexo 7. Medición de diámetro con corteza de cada sección.....	54
Anexo 8. Proceso de descortezamiento.	54
Anexo 9. Medición del diámetro sin corteza.	55
Anexo 10. Formulario de campo para medición por sección.	55
Anexo 11. Formulario de campo de medición por árbol.....	55
Anexo 12. Cuadro de frecuencias de alturas y diámetros.....	56
Anexo 13. Base de datos en Excel.....	57
Anexo 14. Resta entre el diámetro con corteza y el diámetro sin corteza.	57
Anexo 15. Cubicación de trozas y cálculo de volumen comercial.	58
Anexo 16. Gráfica de evaluación de DAP con corteza vs Volumen comercial.	59

I. “DETERMINACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO PARA EL CÁLCULO VOLUMEN EN PLANTACIONES DE *Pinus radiata* PERTENECIENTES A LA EMPRESA AGLOMERADOS COTOPAXI S.A., CANTÓN LATACUNGA, PROVINCIA DE COTOPAXI”

II. INTRODUCCIÓN

Ecuador posee aproximadamente 165.000 has de plantaciones forestales, de las cuales 90.000 has se encuentran Región Sierra. Estas plantaciones se ubican desde los 800 hasta los 3800 m.s.n.m, la provincia con mayor área plantada es Cotopaxi, ya que cuenta con el 18% del total reforestado en el país (Ecuador Forestal, 2013).

La empresa Aglomerados Cotopaxi S.A. posee una capacidad de producción de más de 140.000 m³ por año. El patrimonio forestal de la empresa cuenta con aproximadamente 18.000 has con un porcentaje de 67,9 de plantaciones en su gran mayoría *Pinus radiata* y *Pinus patula*.

Pinus radiata es una especie exótica muy difundida en la serranía, debido a su alta adaptabilidad, rápido crecimiento y a la rentabilidad de su producción. Actualmente es muy utilizada en tableros de aglomerados y de fibra (Ecuador Forestal, 2015).

A partir de los 15 a 20 años de vida del árbol, se procede al chapeado del bosque, que comprenden procesos mecanizados de corte del tronco del árbol. Luego es llevado a la planta industrial, donde es sometido a un proceso de trituración de la madera, esto va a servir como materia prima para la fabricación de los tableros de partículas aglomeradas (Ecuador Forestal, 2012).

Mussetta & Barrientos (2015), mencionan que las prácticas intensivas de manejo silvícola y la mayor diversidad del uso de la madera actuales requieren de funciones de alta consistencia y versatilidad para la estimación de volúmenes comerciales, que permitan un mejor apoyo a la toma de decisiones en la gestión forestal.

Pérez (2004), señala que posiblemente uno de los elementos más importantes en la evaluación de recursos forestales es la determinación del volumen existente dentro de un rodal. Debido a la gran dificultad que existe en su medición directa, este se estima en forma indirecta utilizando expresiones matemáticas donde las más comunes son las funciones de volumen y ahusamiento.

Debido a los avances en las técnicas biométricas e informáticas, se han desarrollado diversas ecuaciones para simular el perfil fustal de los árboles, desde las más simples de ahusamiento (Clutter, 1980); (Kozak, Munro, & Smith, 1969); (Ormerod, 1973) hasta las polinomiales segmentadas (Bruce, Curtis, & Vancoevering, 1968); (Cao, Burkhart, & Max, 1980); (Holley, Lynch, Stiff, & Stansfield, 2010) y las geométricas y trigonométricas (Fang & Bailey, 1999); (Zhang, Peng, Huang, & Zhou, 2002).

En la actualidad durante la etapa previa a la industrialización aún permanece el desafío constante por optimizar la distribución de los productos del arbolado en pie, lo cual va relacionado con el perfil fustal de cada especie donde sus dimensiones y volúmenes comerciales pueden estimarse de forma precisa empleando funciones de ahusamiento.

A. Justificación

A lo largo del tiempo en investigaciones biométricas relacionadas con predicciones de volúmenes, se puede evidenciar que las ecuaciones obtenidas en muchos de los casos terminan por sobrestimar o subestimar la producción de madera, lo cual causa incertidumbre durante planificación forestal.

Por lo tanto, el objetivo del presente trabajo de investigación es buscar una función de ahusamiento compatible para la especie *Pinus radiata*, que aporta grandes beneficios económicos en la producción forestal en la empresa Aglomerados Cotopaxi S.A., la cual no cuenta con un sistema local de cubicación en pie, que optimice el cálculo de la distribución de los productos del arbolado para el inventario forestal maderable, previo a su aprovechamiento e industrialización.

III. OBJETIVOS

A. OBJETIVO GENERAL

Determinar una función de ahusamiento para el cálculo del volumen en plantaciones de *Pinus radiata*, pertenecientes a la empresa AGLOMERADOS COTOPAXI S.A. en el cantón Latacunga, Provincia de Cotopaxi.

B. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Establecer una función de ahusamiento para el cálculo de volumen comercial compatible para plantaciones de *Pinus radiata*.
2. Evaluar el comportamiento de una función desarrollada respecto a su capacidad para predecir diámetros fustales y volúmenes comerciales.

IV. HIPÓTESIS

A. HIPÓTESIS NULA – H₀

La función de ahusamiento no es derivable, y por lo tanto no es posible el cálculo de volumen comercial compatible para las plantaciones de *Pinus radiata*.

B. HIPÓTESIS ALTERNANTE – H₁

La función de ahusamiento es derivable, y por lo tanto es posible el cálculo de volumen comercial compatible para las plantaciones de *Pinus radiata*.

V. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

A. DESCRIPCIÓN DE LA ESPECIE

1. Descripción taxonómica

Tabla 1. Clasificación taxonómica del Pino (*Pinus radiata*).

Reino	Plantae
División	Pinophyta
Clase	Pinopsida
Orden	Pinales
Familia	Pinaceae
Género	Pinus
Especie	<i>Pinus radiata</i>
Nombre Científico	<i>Pinus radiata</i> D. Don
Nombre Común	Pino

Fuente:(Asturnatura, 2009).

Pinus radiata fue descrita por David Don en 1836.

2. Descripción botánica

Árbol de hasta 60 m de altura y 100 cm de DAP, tronco cónico y recto, corteza café interna crema - rosácea, segrega resina. Las hojas de forma acicular en fascículos de tres, flores masculinas con estambres peltados, las femeninas se encuentran en conos o estróbilos (Vinueza, 2013).

Los frutos se muestran en forma de piñas que nacen en grupos de hasta 4 o 5 con aspecto de corona, no tienen un pedúnculo apreciable y parecen pegadas a la rama. La base es muy asimétrica, porque son más abultadas las escamas del lado contrario a la rama. Pueden permanecer varios años en el árbol sin abrirse (Vergara, 2004).

Posee semillas ortodoxas se pueden almacenar por varios años con un contenido de humedad del 8 % y a 4 ° C. Para mejorar la germinación se deja la semilla en remojo durante 24 horas. Un kilogramo tiene aproximadamente 22 000 semillas, cuya germinación inicia a los 9 días y culmina a los 20 (Vinueza, 2013).

3. Distribución nacional de *Pinus radiata* D. Don

a. Provincias

La especie *Pinus radiata* se encuentra difundida en toda la serranía ecuatoriana, mayoritariamente en las provincias Cotopaxi, Chimborazo, Pichincha y Loja (Carrere, 2005).

b. Rango altitudinal

La especie *Pinus radiata* D. Don se desarrolla muy bien entre los rangos de 450 a 2 400 msnm, se adapta en una gran variedad de condiciones edáficas, en condiciones climáticas requiere de una temperatura que va de 14 a 22 °C, precipitaciones anuales de 1 000 a 2 400mm³ (Vinueza, 2013).

c. Ecología

El pino ha sido introducido en diferentes países de clima templado como planta exótica, que posee cualidades sobresalientes, en adaptación, desarrollo y producción. Desde la perspectiva económica ésta situación ha sido favorable, ya que se ha generado industrias, trabajo y ganancias en las zonas donde se han cultivado bosques, sin embargo, desde el punto de vista ecológico las plantaciones de pino han desplazado los bosques nativos, mermando la población de fauna que sustenta el bosque nativo (Martínez de Arano, 1973).

d. Plantaciones

La legislación ecuatoriana cuenta con la Normativa No. 040 (Acuerdo Ministerial del 4 de junio del 2004), emitida por el Ministerio del Ambiente, en la que se especifican las “Normas para el Aprovechamiento de madera en Bosques cultivados y de Árboles en Sistemas Agroforestales” y se determina lo que se entiende como plantaciones forestales:

3. Plantaciones forestales en el Ecuador

Es la masa arbórea establecida de forma antrópica con una o más especies forestales, se puede resumir que las plantaciones forestales son el resultado de plantar árboles para fines comerciales, en zonas desprovistas de los mismos, mediante un plan de forestación o reforestación con un adecuado manejo de silvicultura (Ministerio del Ambiente, 2004).

4. Propósitos de las plantaciones forestales de *Pinus radita* en el Ecuador

En el país las plantaciones forestales tienen propósitos industriales como combustibles, madera de aserrío, pulpa, madera de triplex, tableros aglomerados, productos extractivos, resinas, entre otros (Ministerio del Ambiente, 2004).

4. **Importancia económica**

La importancia del pino como especie vegetal es completamente económica, al ser dueño de un crecimiento vegetal veloz y del desarrollo de un tronco grueso en poco tiempo, a partir del cual se puede explotar madera para diversos usos, en cuanto a carpintería y ebanistería. También ha sido utilizado ampliamente para generar bosques de contención de cultivos, ya que su tamaño permite la protección de zonas de cultivo para la agricultura, frente a procesos erosivos del viento. A partir del procesamiento de la celulosa obtenida del pino también es posible fabricar papel y cartón, entre otros derivados (Devia, 2003).

Ponce (2000), afirma que la industria contribuye con el 1,7% al PIB y ocupa el séptimo lugar de los sectores exportadores. El empresario, explica las ventajas del pino:

- Fácil colección de semillas
- Rápida germinación
- Buena supervivencia de las plántulas en la plantación
- Rápido crecimiento
- Fácil adaptación a condiciones extremas (Ecuador)
- Fibra de alta calidad para la producción de pulpa y tableros

B. MENSURA FORESTAL

Por medida forestal se conoce aquella ciencia que se ocupa de la medición del bosque y sus productos. Representa en último término la aplicación de los principios básicos de matemáticas, geométrica y física a la solución de los problemas planteados en la medición y estimación tanto de la madera en pie como apeada, sustentada especialmente en la metodología estadística. Se puede afirmar que hoy por hoy los métodos estadístico-matemáticos son el elemento más importante de la medida forestal junto a los espectaculares avances de la informática (Prodan, 1997).

1. Medición de árboles individuales

Según Romahn & Ramírez (2010), toda medición implica la comparación de un elemento u objeto como un patrón estándar. Cualquier determinación de características tipo de un individuo o de un conjunto de individuos es considerada una medición cuando existe un contacto entre el instrumento y el objeto, contacto que puede ser físico, óptico o de otra naturaleza.

Al tratar la medida de individuos, o conjunto de individuos, se debe diferenciar expresamente entre mediciones y estimaciones; este último concepto se aplicará a la determinación de un valor o dimensión mediante un estimador, que también es un instrumento, pero de tipo estadístico-matemático (Romahn & Ramírez, 2010).

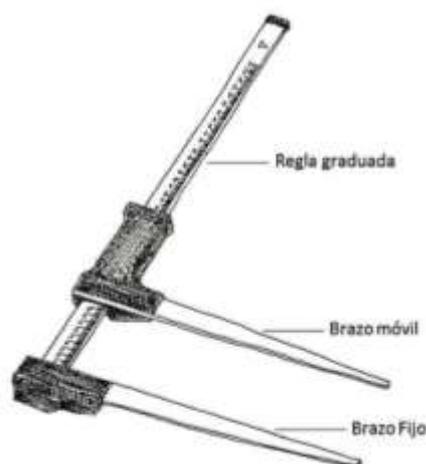
Las definiciones anteriores de los conceptos medición y estimación permiten aclarar situaciones ambiguas como lo son las mal llamadas estimaciones oculares, que en realidad corresponden a una medición, aunque el instrumento ojo-mente sea impreciso (Romahn & Ramírez, 2010).

a. Medición de diámetro

La medición de diámetro es la operación más corriente y sencilla de mensura. En árboles en pie, la altura normal del diámetro representativo del árbol es 1.3 m desde el nivel del suelo, medidos sobre la pendiente. Por la altura de medición, se denomina diámetro a la altura de pecho (Romahn & Ramírez, 2010)

Otros puntos de medición de diámetro de tipo comercial en árboles en pie son la altura del tocón, mitad del fuste, cualquier punto sobre el fuste, diámetro a la altura de comienzo de copa, diámetros límites comerciales, etc. En trozas normalmente se miden los diámetros y eventualmente diámetros intermedios (Romahn & Ramírez, 2010).

Para la medición directa o indirecta de diámetros de árboles en pie o de trozas hay varios instrumentos disponibles basados en diferentes principios (Romahn & Ramírez,



2010).

Instrumento de medición: La forcípula es un instrumento para medir principalmente árboles en pie, se compone de tres piezas: una regla graduada de sección regular conectada a dos piezas perpendiculares denominadas brazos. Uno de los brazos está unido fijamente a un extremo de la pieza principal, de modo que su borde interior coincide con el cero de la escala. El otro brazo es móvil y se puede deslizar a lo largo de la pieza que contiene la escala graduada para efectuar las lecturas de las mediciones efectuadas (Juárez, 2014).

Figura 1. Forcípula de brazos paralelos.

Fuente: (Juárez, 2014).

Según Juárez (2014), una forcípula debe cumplir las siguientes condiciones:

- La barra debe ser recta, suficientemente larga y estable, con una graduación precisa y legible.
- Los brazos deben estar en un plano, ser perpendiculares a la barra y paralelos entre sí.
- Los movimientos del brazo deben realizarse con facilidad, pero en ningún caso debe estar suelto.

Del mismo modo Juárez (2014), dice que los errores que se cometen con mayor frecuencia:

- La forcípula no se mantiene perpendicular al eje longitudinal del árbol; los errores son en este caso de signo positivo (sobre medición).
- El brazo móvil suelto ha perdido su paralelismo con el brazo fijo, en cuyo caso el error de medición es sistemático y de signo negativo (su medición).

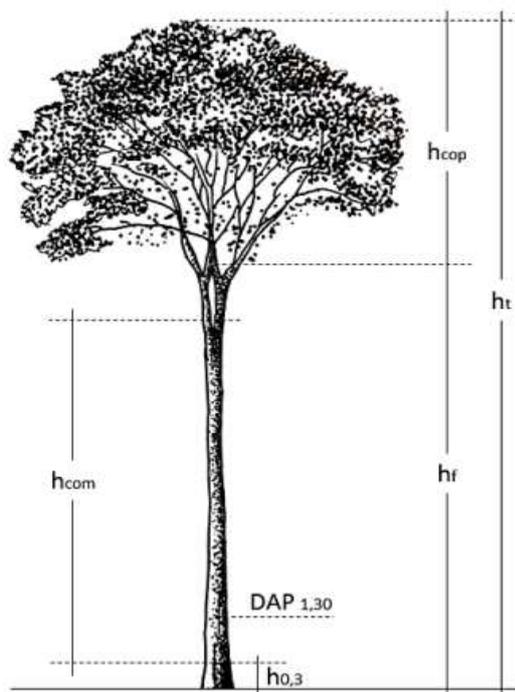
b. Medición de alturas

La importancia de la medición de la altura de los árboles, radica en el hecho de que, con esta variable, junto con el diámetro normal, es posible estimar otras importantes variables del árbol individual y, por extensión, también de la masa, como el volumen de madera, el volumen de leña o biomasa. Además, la altura de cada individuo constituye el estrato dominante de una masa (Juárez, 2014).

También Juárez (2014), nos dice que los árboles con el ápice o cima bien definida, generalmente todas las coníferas de porte piramidal, la determinación de la altura no presenta ninguna dificultad, sin embargo, existen gran número de especies en los que el ápice del árbol no está tan claramente definida (latifoliadas), lo que dificulta la medición de su altura.

Las variables que se toman en cuenta dentro de las alturas de referencia que se miden con mayor frecuencia en árboles son las siguientes:

- Altura total (h_t): Altura correspondiente a la distancia vertical entre el suelo y el ápice del árbol.
- Altura de fuste (h_f): Altura correspondiente a la distancia vertical entre el suelo y la base de la copa.



- Altura de copa (h_{cop}): La diferencia de altura entre la altura total y la altura de fuste.
- Altura comercial (h_{com}): Parte del fuste económicamente aprovechable que corresponde a la sección entre la altura de corte y el diámetro mínimo comercial.
- Altura del tocón ($h_{0,3}$): Distancia entre la superficie del suelo y el corte de aprovechamiento, realizada sobre el tronco de un árbol.

Figura 2. Puntos de medición de altura.

Fuente: (Juárez, 2014).

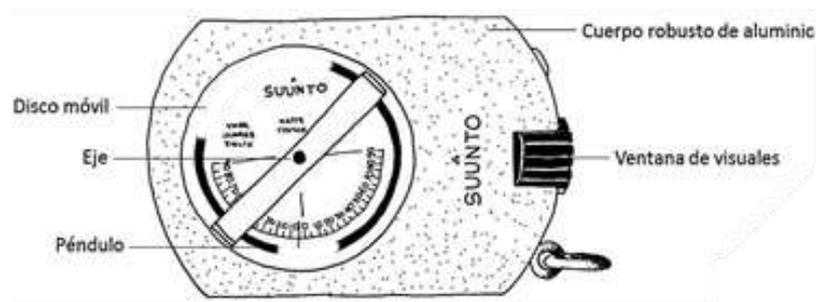
Los métodos de medición de la altura de los árboles, se pueden clasificar de la siguiente manera

- Métodos directos: La medición no puede realizarse a distancia. Los procedimientos más habituales son la escalada del árbol y el empleo de jalones y pértigas telescópicas (Juárez, 2014).

– Métodos indirectos: La medición se efectúa a distancia, a través de instrumentos llamados hipsómetros, que pueden ser contruidos por semejanza de triángulos (Principios geométricos) o relaciones angulares de triángulos rectángulos (Principios trigonométricos) (Juárez, 2014).

Instrumento de medición: Los hipsómetros disponen al menos de 2 escalas, una para medición de los ángulos de inclinación (en grados o porcentaje) y otra escala para altura del objeto visado, esta escala de alturas está calculada para hacer la observación al objeto a una distancia determinada (Rivas, 2010).

El hipsómetro SUUNTO es un instrumento de alta precisión cuya lectura se hace a través de un visor con una lente sobre la escala que nos da la altura de los árboles en



función de la distancia que nos encontramos de su pie de 15, 20, 30 o 40 m. Construida en una cápsula de aluminio resistente que contiene un líquido anti-estático con un disco giratorio con la escala de precisión sobre una punta de piedra preciosa que elimina roces en su movimiento (Rivas, 2010).

Figura 3. Hipsómetro de SUUNTO.

Fuente: (Juárez, 2014).

Figura 4. Escalas en el hipsómetro de SUUNTO.

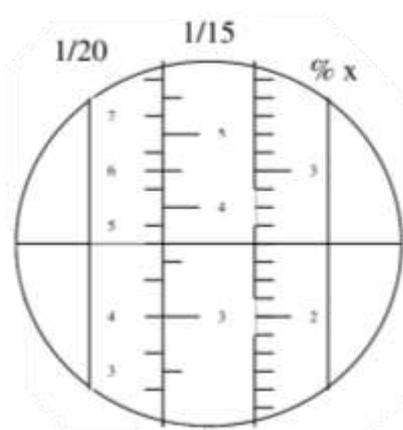
Fuente: (Ramírez & Kleinn, 2001).

c. Corteza

Romahn & Ramírez, (2010), nos habla que en la mayoría de los casos constituye un desperdicio sin valor alguno, en ocasiones es un producto secundario importante y a veces el producto principal de la explotación.

El grueso o espesor de la corteza varía, en igualdad de condiciones, con la edad del árbol; a mayor edad, mayor grosor de corteza. Dentro de un mismo sujeto, el espesor de la corteza presenta su máximo en la parte inferior del tronco y su mínimo en la parte superior. Esta disminución del espesor de la corteza no es uniforme sino que con frecuencia presenta irregularidades (Romahn & Ramírez, 2010).

Dentro de una misma especie, y aun teniendo los árboles la misma edad, la cantidad absoluta y relativa de corteza es mayor en los sujetos que vegetan en estación más pobre. Esta influencia es tan grande que borra u oculta la influencia de la edad y así se observa que los árboles jóvenes que crecen en estaciones pobres tienen mayor cantidad absoluta y relativa de corteza que sujetos menos jóvenes desarrollados en estaciones



buenas (Romahn & Ramírez, 2010)

La cantidad relativa de corteza disminuye a medida que aumenta el diámetro y dentro de una misma clase diamétrica, dicha cantidad es mayor en los árboles de menor altura,

lo que está de acuerdo con lo dicho anteriormente, ya que la altura es un indicador de la calidad de estación (Romahn & Ramírez, 2010).

C. FUNCIONES DE AHUSAMIENTO

Juárez (2014), menciona que el término ahusamiento, se usa para describir la disminución en diámetro que experimenta el fuste de un árbol desde la base hasta el ápice. El ahusamiento del fuste varía ampliamente, dependiendo de la especie, la ubicación regional y el sitio, posición relativa del fuste y la copa dentro del dosel, como también de los tratamientos silviculturales aplicados en el rodal (fertilización, poda, raleo, etc.).

La descripción del perfil fustal o ahusamiento de un árbol mediante una función matemática resulta útil cuando se está interesado en cuantificar secciones del fuste de largos y diámetros variables, debido a la dificultad práctica que presenta la medición de estos atributos en árboles en pie. Es práctico medir con mucho detalle una sección superior del fuste cuando está presente de por medio el error y su alto costo de medición. Si es posible construir una función flexible y que se adapte bien a la forma fustal del o los árboles que se quiere estimar, se dispone de una poderosa herramienta de cuantificación dendrométrica (Corvalán & Hernández, 2008).

García (1995), nos dice que finalidad de la función de ahusamiento es optimizar las estimaciones en los volúmenes por tipo de producto que se pueda derivarse del mismo, esto quiere decir que, la meta final es mejorar la diferenciación de productos y volúmenes al interior del árbol.

La medición de diámetros a lo largo del fuste y su expresión gráfica se utilizan en la determinación del volumen de árboles individuales. Para este efecto, los diámetros se miden mediante un muestreo descriptivo, registrando sus valores con y sin corteza. La flexibilidad de la información proporcionada por la gráfica de ahusamiento ha motivado la generación de ecuaciones para describir la forma y conicidad de los árboles, conocidas corrientemente como funciones de ahusamiento. En la actualidad, se prefiere denominar las ecuaciones de ahusamiento como modelos fustales o de perfil, ya que la función describe tanto la forma geométrica del árbol (cono, parábola, etc.) como el

ahusamiento o abombamiento, entendido como la tasa de decrecimiento del diámetro a medida que se incrementa la altura fustal (Prodan, 1997).

Los modelos fustales son funciones que representan la variación diamétrica a lo largo del fuste como función del diámetro normal d y la altura total h . Al igual que las funciones de volumen, este tipo de ecuaciones puede incluir otras variables independientes, como la razón de copa (Prodan, 1997).

Los modelos fustales constituyen una importante herramienta estadística de uso corriente en la determinación de volúmenes de árboles y trozas; permiten al usuario estimar tres características básicas de los árboles:

- Diámetros en cualquier punto del fuste
- Altura del fuste en que se encuentra un diámetro límite especificado.
- Volumen entre dos puntos cualesquiera del fuste, o volumen hasta cualquier índice de utilización.

Las características mencionadas son parte fundamental de cualquier sistema flexible de procesamiento de datos para determinar existencias que consideren la evaluación de productos. Por otra parte, los modelos fustales tienen aplicación en los simuladores de crecimiento y rendimiento y en las simulaciones de trozado, cuando un usuario tiene interés en conocer el surtido de productos posible de obtener de la simulación de diferentes estrategias de manejo (Prodan, 1997).

1. Tipos de funciones de ahusamiento

Coffré (1983), menciona tres tipos de funciones de ahusamiento. Las más simples corresponden a funciones polinómicas simples de diferentes grados, entre las cuales se hace la diferencia entre las de árbol individual y árbol completo. Las de árbol individual corresponden a funciones donde primero se ajusta una función de ahusamiento para cada árbol en la muestra y luego los parámetros obtenidos son estimados de acuerdo a variables del árbol. Las de árbol completo corresponden a funciones que son ajustadas a la muestra de árboles, obteniéndose sólo una función general que describe la forma de todos los árboles (Kozak, 1988).

El segundo tipo corresponde a funciones segmentadas, es decir se componen de dos o tres expresiones que se activan o desactivan de acuerdo a la altura en la que se quiere predecir el diámetro (Cao et al., 1980).

El tercer tipo corresponde a funciones de exponente variable, que son ecuaciones en las que se asume que la forma varía constantemente dentro del fuste y representa esta variación a través de una función exponencial en la cual el exponente cambia con la altura del fuste (Kozak, 1988).

Según Higuera (1994), características anteriores las hacen ideales para el procesamiento de inventarios forestales ya que son flexibles en su aplicación y no presentan cruces ilógicos en las estimaciones conjuntas de volúmenes hasta diferentes diámetros límites de utilización comercial.

Tabla 2. Funciones de ahusamiento ajustado para *Pinus radiata*

Autor	Función
Cielito 1 (Rentería, Ramírez, & Zamudio, 2006).	$dm = D * \left[\beta_1 * \left(\frac{H - hm}{H} \right) + \beta_2 * \left(\frac{H - hm}{H} \right)^2 + \beta_3 * \left(\frac{H - hm}{H} \right)^3 \right]^{1/2}$
Cielito 2 (Rentería et al., 2006).	$d = D * \left[\beta_1 * \left(\frac{H - hm}{H} \right) + \beta_2 * \left(\frac{H - hm}{H} \right)^2 + \beta_3 * \left(\frac{H - hm}{H} \right)^3 \right]^{1/2} + \varepsilon$

D: diámetro normal (cm); dm: diámetro a diferentes alturas del fuste (cm); H: altura total (m); hm: altura para cada sección con respecto al suelo (m); β_i : coeficientes de regresión.

Fuente: (Ramirez, Quiñonez, Santiago, & Ruiz, 2018).

2. Variables de una función de ahusamiento

a. Variables dependientes

La variable dependiente de una función de ahusamiento es el diámetro a una altura dada (d_i). Si el interés de la función estuviera centrado únicamente en las estimaciones de diámetros, la minimización de la suma de cuadrados con respecto a esta variable proporcionaría buenas estimaciones; sin embargo, consideraciones estadísticas u otros usos de la función justifican en muchos casos utilizar transformaciones (Prodan, 1997).

b. Variables independientes

La variable independiente es la altura a la que se encuentra un cierto diámetro en el fuste h_i . Consideraciones prácticas para obtener una unidad de altura comparable en árboles de dimensiones distintas, hacen recomendable utilizar una expresión de altura relativa de la forma h_i / h . Esto se ha logrado condicionando la ecuación mediante procedimientos matemáticos planteados por (Kozak et al., 1969) o por nuevas transformaciones de la variable independiente para facilitar un ajuste sin intercepto.

3. Las características apropiadas del modelo fustal

Son varias las exigencias que debe cumplir una función fustal para que se considere adecuada:

Debe ser lo suficientemente flexible para adaptarse a los cambios de forma del perfil fustal. Al menos debe pasar por dos puntos de inflexión típicos de cualquier árbol: el cambio de forma basal desde un neiloide -producto de su sistema radicular- al cilindro o paraboloides central cuando se trata de árboles adultos, o bien, al cono cuando está en etapa juvenil y el cambio desde un paraboloides central al cono terminal, en la sección superior de árboles adultos (Corvalán & Hernández, 2008).

Debe ser un estimador centrado en todo el perfil fustal. Tal vez sea ésta la condición más restrictiva de las funciones reportadas. Especial connotación tiene ésta característica cuando se está estimando un conjunto de productos simultáneamente, para ello es indispensable que la predicción de todos los productos sea insesgada (Corvalán & Hernández, 2008).

Debe resolver la estimación del diámetro al DAP y la altura total igualando la solución en esos puntos con los datos medidos en el árbol a predecir. Si se utiliza algún diámetro superior como predictor del ahusamiento también debe cumplir la misma condición (Corvalán & Hernández, 2008).

4. Compatibilidad de funciones de ahusamiento y volumen

El concepto de compatibilidad de funciones de volumen y ahusamiento fue desarrollado por Demaerschalk (1972), en el cual una función de ahusamiento incorpora el volumen total calculado por una función de volumen, como una variable independiente. La función de ahusamiento compatible tiene la propiedad de que el volumen total obtenido por la integración de ésta, debe dar exactamente el mismo volumen total estimado por la función de volumen (Pérez, 2004).

Haciendo referencia a lo antes mencionado, Clutter (1980), sostiene que la exactitud y precisión de estas ecuaciones depende de la precisión y exactitud de las funciones de volumen de la cual son derivadas. Funciones de ahusamiento compatibles han sido utilizadas para la estimación de volúmenes comerciales a distintas alturas límites, y han mostrado una adecuada estimación de los volúmenes (Cao et al., 1980).

D. PROGRAMAS ESTADÍSTICOS

1. R

R es un entorno y lenguaje de programación con un enfoque al análisis estadístico. R nació como una reimplementación de software libre del lenguaje S, adicionado con soporte para alcance estático. Se trata de uno de los lenguajes de programación más utilizados en investigación científica, siendo además muy popular en los campos de aprendizaje de máquinas, minería de datos, investigación biomédica, bioinformática y matemáticas financieras. A esto contribuye la posibilidad de cargar diferentes bibliotecas o paquetes con funcionalidades de cálculo y graficación (Paradis, 2003).

Paradis (2003), también menciona que R proporciona un amplio abanico de herramientas estadísticas (funciones lineales y no lineales, test estadísticos, análisis de series temporales, algoritmos de clasificación y agrupamiento, etc.) y gráficas.

2. RStudio

RStudio es un entorno de desarrollo integrado (IDE) para el lenguaje de programación R, dedicado a la computación estadística y gráficos. Incluye una consola, editor de sintaxis que apoya la ejecución de código, así como herramientas para el trazado, la depuración y la gestión del espacio de trabajo (Albukrek, 2015).

3. Paquetes de R

R tiene paquetes (unos cuantos miles en la actualidad) que extienden sus funciones básicas. Al abrir R se cargan automáticamente una serie de paquetes básicos (Gil, 2018).

La lista completa de los paquetes oficiales puede consultarse en CRAN. No es sencillo encontrar el paquete que puede ser útil para un determinado fin. Las *vistas* de CRAN, descripciones de paquetes usados en un determinado ámbito y mantenidas por un experto en la materia, pueden ser un buen punto de partida (Gil, 2018).

La instalación de paquetes puede realizarse o bien desde la consola, o bien a través de los menús de RStudio.

a. Paquete “TapeR”

Como se menciona en Albukrek (2015), este paquete contiene funciones para ajustar curvas cónicas (una función cónica de efectos mixtos lineales semiparamétricos) a mediciones de diámetro a lo largo de tallos. Se proporcionan funciones adicionales para estimar la incertidumbre alrededor de las curvas predichas, para calcular el volumen de madera (también por secciones) y los diámetros marginales (por ejemplo, superiores).

Para casos donde el árbol no se miden las alturas, se incluyen métodos para estimar varianza adicional en las predicciones de volumen resultantes se proporcionan funciones de altura de árbol (tarifas) (Albukrek, 2015).

E. VOLUMEN DE MADERA

1. Definiciones

El volumen de madera es la medida de la cantidad de madera sólida más ampliamente utilizada y se expresa en metros cúbicos. En el árbol individual pueden identificarse diferentes categorías de volumen de madera. El árbol completo es considerando por todos sus componentes, constituyéndose el volumen total de madera; todos aquellos componentes cuyas dimensiones son aceptables para el mercado constituyen el volumen comercial de madera; también existe la denominación de volumen bruto de madera, cuando se estima el volumen total de madera hasta un diámetro comercial, Esos volúmenes pueden expresarse con o sin corteza (Cancino, 2012).

2. Categorías de volumen

El volumen es la medida de la cantidad de madera sólida más ampliamente utilizada. En el árbol individual pueden identificarse diferentes categorías de volumen. Estos volúmenes pueden expresarse con o sin corteza; como lo menciona Cancino (2012) a continuación:

- a. El árbol completo: esto es considerando todos los componentes, constituye el volumen total.
- b. Todos aquellos componentes cuyas dimensiones son aceptables para el mercado constituyen el volumen comercial.
- c. El volumen de desechos está conformado por secciones maderables del árbol que presentan defectos y dimensiones menores o no comerciales.
- d. También existe la denominación de volumen bruto, cuando se estima el volumen total hasta un diámetro comercial (dlu: diámetro límite de utilización) incluyendo defectos.
- e. Desde este último, descontados los defectos, se obtiene el volumen neto.

La medición directa de cualquiera de los volúmenes mencionados en el párrafo anterior es difícil de realizar directamente en árboles en pie. Así, la cubicación normalmente se realiza mediante métodos indirectos. Esto consiste en estimar el volumen del árbol a

partir de variables de más fácil medición como el DAP, la altura y la forma del fuste utilizando una función de volumen. (Cancino, 2012).

3. Cubicación de trozas

Para las cubicaciones comerciales de fustes o de trozas, se han ideado procedimientos más sencillos que el de la utilización de las fórmulas que nos proporcionan los volúmenes de los tipos dendrométricos o de sus truncados, con diversos grados de precisión suficientes para este tipo de operaciones, entre los que se pueden mencionar los basados en la utilización de las fórmulas de Smalian, Huber y Newton, y los de Kuntze, Heyer o Simpson (Romahn & Ramírez, 2010).

a. Tipos dendrométricos

Para el estudio de la cubicación de árboles, partimos de una serie de hipótesis sobre la forma de los troncos, basados en considerables sólidos de revolución, al ser sus ejes sensiblemente rectilíneos y sus secciones sensibles circulares (Juárez, 2014).

Asimilamos los troncos de los árboles o sólidos de revolución a los que llamamos “tipos dendrométricos”, engendrados por curvas de perfil que pertenecen a la familia de curvas de función del tipo:

$$y^2 = p * x^n$$

Dónde:

y = Radio del sólido en la posición x

p = Constante que define el aumento del radio del sólido por cada unidad de aumento en la longitud

x = Distancia medida desde el extremo menor del sólido

n = Exponente que define la forma del sólido

(Cilindro $r = 0$; paraboloides $r = 0,5$; cono $r = 1$; neiloide $r = 1,5$).

Según Juárez (2014), los distintos valores que toma n se generan los distintos tipos dendrométricos que son los siguientes:

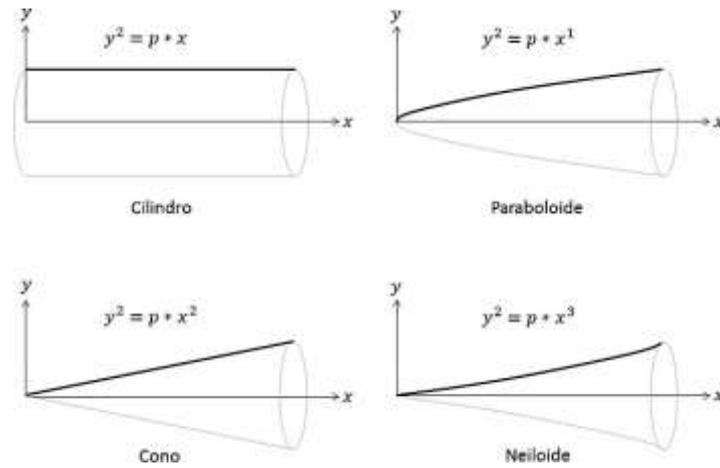


Figura 5. Perfil de sólidos geométricos básicos.

Fuente: (Juárez, 2014).

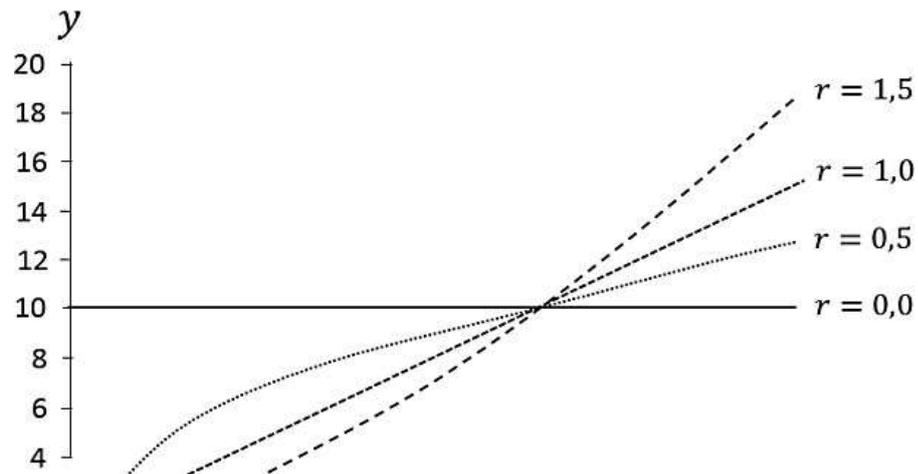


Figura 6. Sólidos obtenidos de la rotación de la curva de perfil en torno al eje longitudinal x .

Fuente: (Juárez, 2014).

b. Fórmulas de volumen

Las fórmulas de volumen se utilizan normalmente para la cubicación de secciones de árboles. Para ello se realizan mediciones de diámetro lo largo del fuste. Dicha

cubicación se realiza sección tras sección, quedando cada sección definida entre dos mediciones sucesivas en el caso de utilizar la fórmula de Smalian. En la cubicación mediante la fórmula de Huber se utiliza cada medición, tomando como longitud de troza la distancia entre los puntos medios entre mediciones. La fórmula de Newton requiere definir las secciones en base a tres mediciones sucesivas, las cuales deben realizarse a intervalos uniformes. El volumen total o de una fracción del fuste del árbol se obtiene sumando los volúmenes obtenidos de las secciones (Cancino, 2012).

En cuanto a la porción de fuste adecuada para la cubicación con las diferentes fórmulas, es normal asumir una forma cilíndrica para el tocón del árbol. Este es el único camino posible dado que en la práctica no se dispone de ningún diámetro bajo la altura de tocón. En la porción basal, el fuste de árboles grandes adquiere la forma de un tronco de neiloide; la parte intermedia es bien representada por troncos de paraboloides; en tanto que el extremo superior del fuste puede asumirse posee forma parabólica o cónica (Cancino, 2012).

La unidad resultante del cálculo del volumen del sólido o tronco de sólido depende de las unidades utilizadas para medir la longitud y el área o áreas de sección. Cuando ellas se expresan en metros (m) se obtiene el volumen expresado en metros cúbicos (m³). En la medición de trozas y árboles, lo normal es que se midan longitudes en metros y diámetros (para obtener áreas de sección) en centímetros. Así, la utilización de esas fórmulas requiere de la transformación del diámetro a metros antes de calcular el área de sección; también puede estimarse el área de sección directamente a partir del diámetro de troza medido en centímetros, esto es mediante la fórmula que se presenta a continuación:

$$A = \frac{\pi}{40000} * d^2$$

Dónde:

A = Área de sección (m²) de una troza de diámetro de d (cm)

π = Constante (3, 14159...)



Figura 7. División del fuste en trozas de diferentes longitudes para determinación de volumen.

Fuente: (Romahn & Ramírez, 2010).

Tabla 3. Las fórmulas de estimación de volumen.

Sólido	Fórmula	Denominación
Cilindro	$V = \frac{\pi}{40000} * d_I^2 * L$	Huber
Paraboloide	$V = \frac{\pi}{40000} * \frac{1}{2} * d_m^2 + d_M^2 * L$	Smalian
Cono	$V = \frac{\pi}{40000} * \frac{1}{3} * d_M^2 * L$	General

Fuente: (De los Santos, 2017).

Dónde:

V = Volumen de la troza (m^3)

$\frac{\pi}{40000} * d^2$ = Diámetro de la troza en centímetros

d_M^2 = Diámetro mayor de la troza

d_m^2 = Diámetro menor de la troza

d_I^2 = Diámetro intermedio de la troza

c. Estimación de volúmenes

La estimación de los volúmenes fustal total y comercial de los árboles de un rodal, constituye una herramienta básica de los inventarios forestales, pues estos parámetros son muy importantes en la planeación del manejo forestal (Ramos et al., 2018).

Romahn & Ramírez (2010), en su libro de dendrometría se habla de las dificultades prácticas de hacer evaluaciones directas del volumen del arbolado en pie llevaron desde hace tiempo al desarrollo de metodologías tendientes a calcular, por medio de mediciones simples y directas (básicamente el diámetro del árbol a 1.30 m de altura, la altura total o comercial y algunas evaluaciones relacionadas con la forma de los individuos) los volúmenes que en conjunto sustentan los árboles de una determinada masa o rodal.

Por otra parte Contreras (1997) menciona que, para ser congruentes con las estimaciones de volúmenes de las diferentes secciones que conforman el árbol y la distribución de productos que se emplea consistentemente en los planes de manejo forestal, es necesario realizar los cálculos a través de ecuaciones de volumen para cada una de las secciones en forma independiente como pueden ser: a) ecuaciones para estimar volumen fuste total, con y sin corteza, b) volumen comercial con y sin corteza y c) ecuaciones para estimar alturas comerciales (h_i) asociadas con diámetros lím: corteza.

VI. MATERIALES Y MÉTODOS

A. CARACTERIZACIÓN DEL LUGAR

1. Localización del sitio

El presente trabajo de investigación se desarrolló dentro del patrimonio forestal de la empresa Aglomerados Cotopaxi S.A., cantón Latacunga, provincia de Cotopaxi. Su patrimonio cuenta con aproximadamente 18.000 has dentro de las cuales 5.500 has pertenecen a plantaciones de *Pinus radiata*, 4.300 has de *Pinus patula*, 3.100 has entre *Eucalyptus nitens* y *Eucalyptus globulus*; y 5.100 has de conservación.

2. Ubicación geográfica

DATUM	Latitud	Longitud	Altitud
Coordenadas	0°40'11, 71" S	78°33'28.50" O	3.150 – 3.415
Proyectadas	UTM		m.s.n.m
Zona	17S, DATUM		
WGS 84			

Tabla 4. Ubicación Geográfica del área de estudio.

Elaborado por: (Tapia, 2019).

3. Características climáticas y edafológicas

Tabla 5. Características climáticas del área de estudio.

Temperatura media anual	Precipitación anual	media	Humedad relativa anual
10,7°C	736,7 mm		84 - 88%

Fuente: (Tapia, 2019).

La temperatura más baja se presenta durante los meses de julio - agosto alcanzando los 0,21 °C mientras que el mes más cálido es febrero alcanzando una temperatura de 29,9 °C.

El piso climático interandino donde se ubica el área de estudio pertenece al “clima frío de alta montaña”. Las condiciones templadas a templadas – frías o frías de montaña, la gran variación estacional y las heladas son las características más destacables de los climas de altas montañas tropicales como éste (Pourrut, 1995).

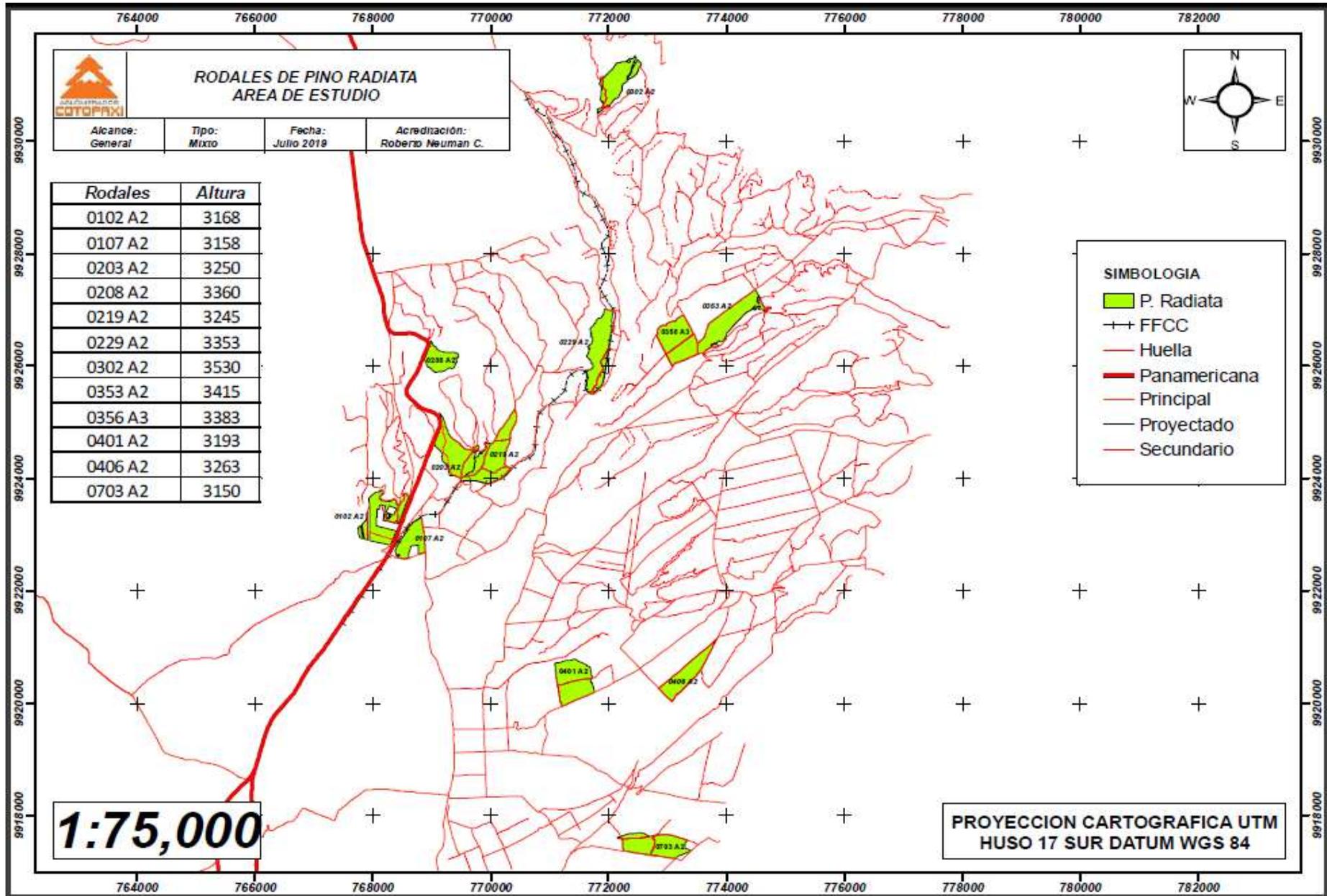
La temperatura media presenta una tendencia a disminuir con la elevación. La literatura indica que existe una disminución de aproximadamente 0,6 °C por cada 100 m de ascenso en altitud (Hofstede, Lips, & Jongsma, 1998).

Los suelos de la provincia de Cotopaxi están directamente relacionados con su material de origen que es de tipo volcánico especialmente materiales piroclásticos; éstos presentan algunos tipos diferenciados según las características climáticas, el relieve y la edad de formación (C. Martínez, 2006).

4. Clasificación ecológica

Según el Ministerio del Ambiente (2014), el área de estudio pertenece a la clasificación ecológica:

- Bosque Siempre Verde Andino Montano.
- Bosque Siempre Verde Andina de Ceja Andina.



Mapa 1. Área de estudio: ubicación de rodales de muestreo (Tapia, 2019).

B. MATERIALES Y EQUIPOS

1. Materiales de campo

Formularios de campo de Excel, Tablet (Samsung), mapas de patrimonio forestal de Aglomerados Cotopaxi S.A., cinta métrica, hipsómetro de SUUNTO, motosierra (STIHL), machete, forcípula de brazos paralelos, desarmador, pintura en aerosol, cámara fotográfica (iPhone 6s), GPS (Garmin).

2. Materiales de oficina

Computadora (HP 15 Notebook), impresora (Ricoh Mpc-300), hojas de papel bond.

- Programas informáticos: Excel, Word.
- Programas estadísticos: R, RStudio.

C. METODOLOGÍA

Los pasos a seguir dentro de esta investigación están sustentados en estudios previos, citados en el marco teórico, a continuación, se detalla las siguientes actividades para cumplir con los objetivos planteados:

1. Establecer una función de ahusamiento para el cálculo de volumen comercial compatible para plantaciones de *Pinus radiata*.

a. Delimitación del área de estudio

Los datos fueron recolectados tomando en cuenta la recomendación de Niño *et al.* (2018). La base de datos utilizada corresponde a los perfiles fustales de 40 árboles muestra de *Pinus radiata* distribuidos en 12 rodales con edades que van entre 7 a 18 años, pertenecientes al patrimonio forestal de la empresa Aglomerados Cotopaxi S.A. en la provincia de Cotopaxi.

Tabla 6. Área de estudio.

N° RODAL	AÑO DE PLANTACIÓN	PREDIO	ALTURA (m.s.n.m)
0102 A2	2010	Santa Ana	3.168
0107 A2	2012	Santa Ana	3.158
0219 A2	2005	San Joaquín	3.245
0203 A2	2005	San Joaquín	3.250
0229 A2	2010	San Joaquín	3.353
0208 A2	2010	San Joaquín	3.360
0302 A2	2001	La Curia	3.530
0703 A2	2005	El Censo	3.150
0353 A2	2003	La Curia	3.415
0356 A2	2011	La Curia	3.383
0401 A2	2011	Colcas	3.193
0406 A2	2011	Colcas	3.263

Elaborado por: (Tapia, 2019).

b. Selección de árboles

Para la selección de cada individuo se tomó en cuenta los siguientes criterios de selección: árboles sanos, rectos y sin daños mecánicos. Para abarcar la alta variabilidad que caracteriza a las plantaciones de *Pinus radiata*, por cada rodal se tomaron datos de 3 árboles característicos del mismo, clasificados como dominantes, codominantes e intermedios.; tomando en cuenta datos de diámetros y alturas para diferenciarlos entre sí (Anexo 1).

c. Medición de DAP y altura

Se tomó el diámetro a 130 cm del suelo (DAP), a partir de donde se marcó con pintura en aerosol de color azul y se tomó el dato empleando la forcípula de brazos paralelos (Anexo 2).

De igual manera, al tener el árbol en pie se tomaron los datos de altura para lo cual se empleó un hipsómetro de SUUNTO siguiendo los pasos presentados a continuación:

El observador se colocó a una distancia de 15 m al observar a través del hipsómetro con el ojo izquierdo y a 20 m usando el ojo derecho desde la base del árbol hasta el punto de visualización del ápice del mismo.

Usando la escala izquierda del hipsómetro de SUUNTO se realizó una medición a la altura deseada y otra a la base del árbol. Posterior a esto se sumaron estas dos lecturas en el caso de que el nivel de los ojos del observador estuviera por encima de la base del tronco. En otro caso se substraen los números si el nivel está debajo del tronco.

d. Apeado de árboles seleccionados

El apeado de los árboles seleccionados en cada rodal se realizó basado en los lineamientos de seguridad definidos por la empresa Aglomerados Cotopaxi S.A. En el proceso se empleó una motosierra (STIHL).

e. Medición de los diámetros y longitudes de cada sección

Una vez que los árboles seleccionados fueron apeados se procedió a desramarlos uno a uno, con la ayuda de una cinta métrica se midió la longitud total del fuste que va desde el corte realizado en la base hasta la punta del árbol, también se procedió a medir la altura del tocón nombrada como la sección 0 y tomando en cuenta este dato se fue marcando y midiendo el fuste, señalando cada sección a partir de 50 cm; una característica importante que fue tomada en cuenta fue que si el punto de medición de una sección presentaba un nudo, la medida de esta era aumentada entre 10 a 15 cm para evitar errores.

En cada una de las secciones se procedió a medir tanto sus diámetros con corteza como sin corteza empleando una forcípula de brazos paralelos, en lo que respecta al tocón también se tomó su diámetro con corteza y diámetro sin corteza.

Finalmente, en cada árbol se incrementó una sección para justificar el largo total del árbol, dándole un valor de 0,001 (cm) en el diámetro con corteza y sin corteza para evitar un error cuando el diámetro sea cero.

f. Formulario de campo

Los datos que fueron levantados en campo se colocaron en dos formularios: en el primero de ellos (Anexo 10) se ingresó información general como especie, rodal, número de árbol, DAP (cm), altura total (m), largo total (m) y el tipo de dominancia. Mientras que, el segundo formulario (Anexo 11) contenía información específica por cada árbol, se ingresaron datos de especie, rodal, fecha de medición, número de árbol, número de sección, diámetro con corteza (cm), diámetro sin corteza (cm) y largo de sección.

La información descrita en el formulario de campo sirvió como base de datos para el levantamiento de información para la determinación de la función de ahusamiento dentro del estudio, los formularios fueron elaborados en Excel y llenados en campo en una Tablet.

g. Ingreso de datos en una hoja de Excel

Una vez obtenidos los datos en campo y llenados en el formulario de campo, se procedió a tabular los datos recolectados para elaborar la base de datos correspondientes a los 40 árboles de la especie *Pinus radiata*. Para evaluar la variabilidad de las muestras tomadas se procedió a elaborar una tabla de frecuencias donde se incluyen datos de diámetros y alturas de cada árbol que puede ser observado en el anexo 12.

h. Análisis y depuración de datos

Esta actividad se realizó con el propósito de que la información colectada sea confiable o libre de errores, los cuales por lo general ocurren en la medición de datos en terreno o en la digitalización de ellos a la base de datos.

- Revisión numérica: Que el diámetro de la sección inferior sea mayor al diámetro de la sección superior; en el caso de lo que los datos presenten lo contrario se procede a ajustar mediante una resta entre los valores resultantes en los dos casos de diámetros de cada sección, procurando que los valores obtenidos tengan una distribución normal es decir que el diámetro de la base vaya disminuyendo de manera uniforme hasta llegar a la punta (Anexo 14).

- Revisión gráfica: Mediante este análisis se evaluó que el diámetro superior con corteza vs. la altura de corte. También se realizó la comparación tanto de los diámetros con corteza como sin corteza con respecto a la sección a la que pertenecen, evitando que las líneas de las gráficas presenten desviaciones con respecto a la disminución que van presentando los diámetros. Esta revisión se realizó principalmente para detectar diferencias muy abruptas entre secciones contiguas.

i. Selección y ajuste de funciones

Con la intención de ajustar la función de ahusamiento a los datos de 40 árboles que formaron parte del estudio, y posteriormente estimar el volumen comercial de cada árbol, se utilizaron dos diferentes enfoques:

- Mínimos cuadrados ordinarios (MCO), para ajustar las funciones de ahusamiento: Cielito 1 (Rentería et al., 2006) y Cielito 2 (Rentería et al., 2006). Ambas funciones utilizan el DAP y la altura total para estimar el volumen.

- Funciones semiparamétricas mixtas definidos en el paquete TapeR del software R, para ajustar dos funciones:

1) función que estima el volumen mediante el DAP y la altura total; 2) función que estima el volumen mediante el DAP, un diámetro en la parte superior del árbol y la altura total.

Tabla 7. Funciones de ahusamiento seleccionadas para el estudio.

Función	Ecuación
Cielito 1 (Rentería et al., 2006).	$dm = D * \left[\beta_1 * \left(\frac{H - hm}{H} \right) + \beta_2 * \left(\frac{H - hm}{H} \right)^2 + \beta_3 * \left(\frac{H - hm}{H} \right)^3 \right]^{1/2}$
Cielito 2 (Rentería et al., 2006).	$dm = D * \left[\beta_0 + \beta_1 * \left(\frac{hm}{H} \right) + \beta_2 * \left(\frac{hm}{H} \right)^2 + \beta_3 * \left(\frac{hm}{H} \right)^3 + \beta_4 * \left(\frac{hm}{H} \right)^4 \right]^{1/2}$
TapeR 1 TapeR 2	$f(h) = \sum_{i=1}^{d1} \beta_i B_i^1(h)$

Elaborado por: Tapia (2019).

j. Análisis estadístico

Todo el análisis se realizó utilizando el software estadístico R, mediante su entorno de desarrollo integrado, conocido como RStudio.

El ajuste por MCO se realizó mediante la función `nls {stats}`, la cual se encarga de estimar los parámetros de una función de regresión no lineal, posteriormente se realizó un proceso análogo al empleado por Ramirez, Quiñonez, Santiago, & Ruiz (2018) en la modelación del perfil fustal de *Pinus ayacahuite* para deducir las ecuaciones de estimación de volumen. Las funciones de ahusamiento se definieron mediante 3 parámetros para “Cielito 1” y 5 parámetros para “Cielito 2”.

El enfoque semiparamétrico mixto se ajustó utilizando la función `TapeR_FIT_LME.f {TapeR}` y la subsecuente estimación del volumen se realizó mediante la función `E_DHx_HmDm_HT.f {TapeR}`.

En este caso, se decidió utilizar una ecuación de 4to orden para definir los nodos relativos asociados a la construcción de la función, por lo tanto, la ecuación de abusamiento queda definida mediante 4 coeficientes y 1 intercepto, es decir 5 parámetros en total.

La calidad de estimación del volumen se evaluó utilizando las medidas de bondad de ajuste:

Tabla 8. Estadísticos empleados para evaluar la bondad de ajuste de las funciones.

Sesgo promedio	$\bar{E} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)/n$
Raíz cuadrada del error	$REMC = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n - p)}$
Coefficiente de determinación ajustado	$R_{adj}^2 = 1 - \frac{(n - 1)}{n - p} * \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$

y_i, \hat{y}_i y \bar{y} = valor observado, predicho y medio de la variable dependiente, respectivamente; n=número total de observaciones usadas para ajustar la función; p = número de parámetros de la función.

Fuente: (Pompa, Hernández, Prieto, & Dávalos, 2009).

2. Evaluar el comportamiento de una función desarrollada respecto a su capacidad para predecir diámetros fustales y volúmenes comerciales

- a. Cubicación de cada una de las trozas en una hoja de Excel.

Tomando en cuenta la recomendación de Avery & Burkhart (2015), las secciones fueron cubicadas usando la fórmula de aproximación de Smalian:

$$= \frac{Pi()}{40\,000 * \left(\frac{Diámetro\ cc^2 + Diámetro\ cc(superior)^2}{2} \right) + (Largo\ de\ sección\ (menor) - Largo\ de\ sección\ (Superior))}$$

Donde:

Diámetro cc = Diámetro con corteza

$Pi = \pi$ ó 3,1416

b. Cálculo del volumen total

Para el cálculo de volumen total primero se procedió a calcular el volumen acumulado que hace referencia a la suma acumulada de la cubicación de las secciones, dando como resultado del volumen total en m^3 el valor de la última sección calculada.

Tomando en cuenta los lineamientos manejados por la empresa Aglomerados Cotopaxi S.A. para lo cual no se toma en cuenta el tocón (sección 0) y del mismo modo son descartadas las secciones que posean diámetros menores a 5 cm.

c. Revisión gráfica

Mediante una gráfica de relación entre el DAP con corteza vs el volumen total acumulado se procede a realizar nuevamente una revisión de datos para identificar errores denominados outliers (valores atípicos), ya sea presentando un DAP con corteza alto y un volumen total bajo (Anexo 16).

d. Evaluación del comportamiento de las funciones seleccionadas.

Para visualizar el comportamiento de cada función a la hora de estimar el volumen comercial, se realizaron diagramas de puntos dobles (volumen real y volumen estimado). Mientras que, para comparar los residuos asociados a cada función, se utilizó un gráfico de caja y bigotes múltiple.

VII. RESULTADOS

A. PARA CUMPLIR EL PRIMER OBJETIVO

1. Revisión gráfica

Mediante la revisión gráfica se identificaron los outliers que son los valores atípicos que forman parte de la muestra de 40 árboles de *Pinus radiata*. En el Gráfico 1 se puede observar que se presenta una desviación en diámetros con valores entre 12 cm a 7 cm.

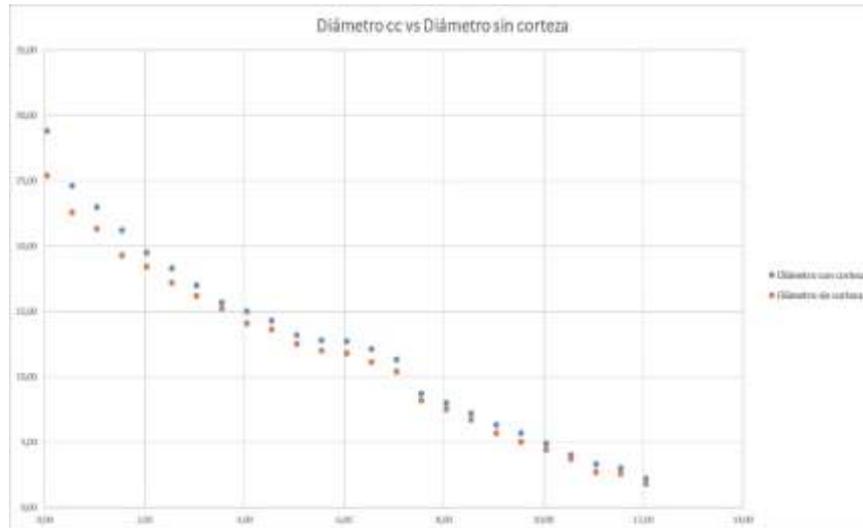
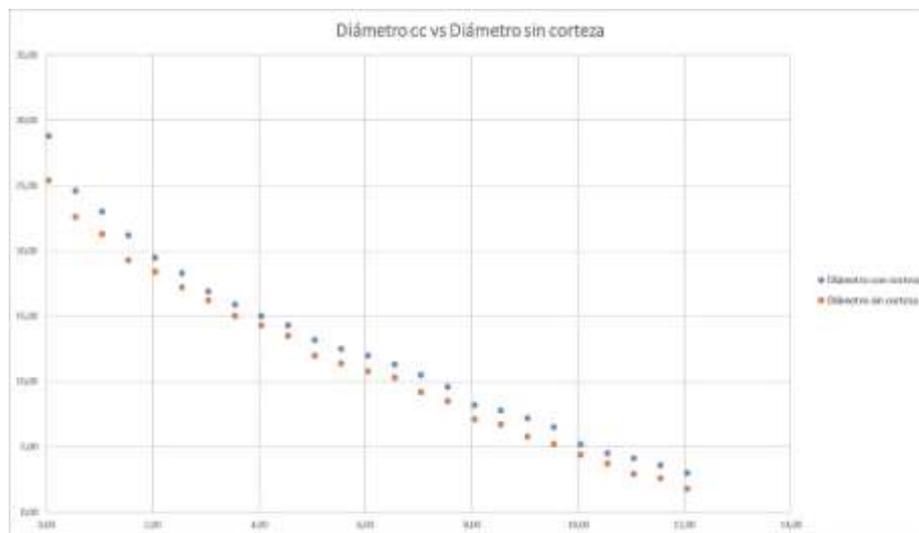


Gráfico 1. Diámetro con corteza vs sin corteza sin revisión gráfica.



Elaborado por: Tapia, (2019).

Gráfico 2. Diámetro con corteza vs diámetro sin corteza posterior a la revisión gráfica.

Elaborado por: Tapia, (2019).

Posterior a la revisión gráfica se pudieron corregir errores en las diferencias abruptas entre secciones contiguas para que la curva siga su distribución normal.

2. Ajuste y comparación de funciones

Al ajustar las funciones de ahusamiento, resultó que la ecuación correspondiente a la función “Cielito 2” no pudo converger, es decir los datos que particularmente se utilizaron en el presente estudio no se ajustan correctamente a esta ecuación, por lo tanto, la función “Cielito 2” quedó excluido de la comparación. Para las funciones restantes, los parámetros asociados (betas) se muestran a continuación:

Tabla 9. Parámetros estimados para las funciones de ahusamiento ajustadas a *Pinus radiata*.

Parámetro	Función	
	Cielito	TapeR 1 y TapeR 2
β_0	0.178	25.816
β_1	1.028	22.364
β_2	-0.065	15.419
β_3		12.413
β_4		2.486

Elaborado por: Tapia (2019).

Para la estimación de los parámetros fueron empleados datos de DAP, alturas y diámetros normales. En el caso de “Cielito 1” fueron estimados tres parámetros de acuerdo a los requerimientos de la función, tomando en cuenta datos de DAP y alturas.

En el caso de la función existente en el paquete TapeR, se le asignaron a “TapeR 1” datos de aturas y un solo diámetro que corresponde al DAP mientras que, en el caso de “TapeR 2” se le fueron asignados datos de altura y dos diámetros correspondientes al DAP y a un diámetro superior a este tomando en cuenta el número máximo de secciones de cada árbol perteneciente a la muestra.

Mediante un análisis gráfico se pudo observar que la función que mejor se ajusta es “TapeR 2” debido a que mientras se proporcionan datos a este paquete estadístico la precisión de predicción se incrementa.

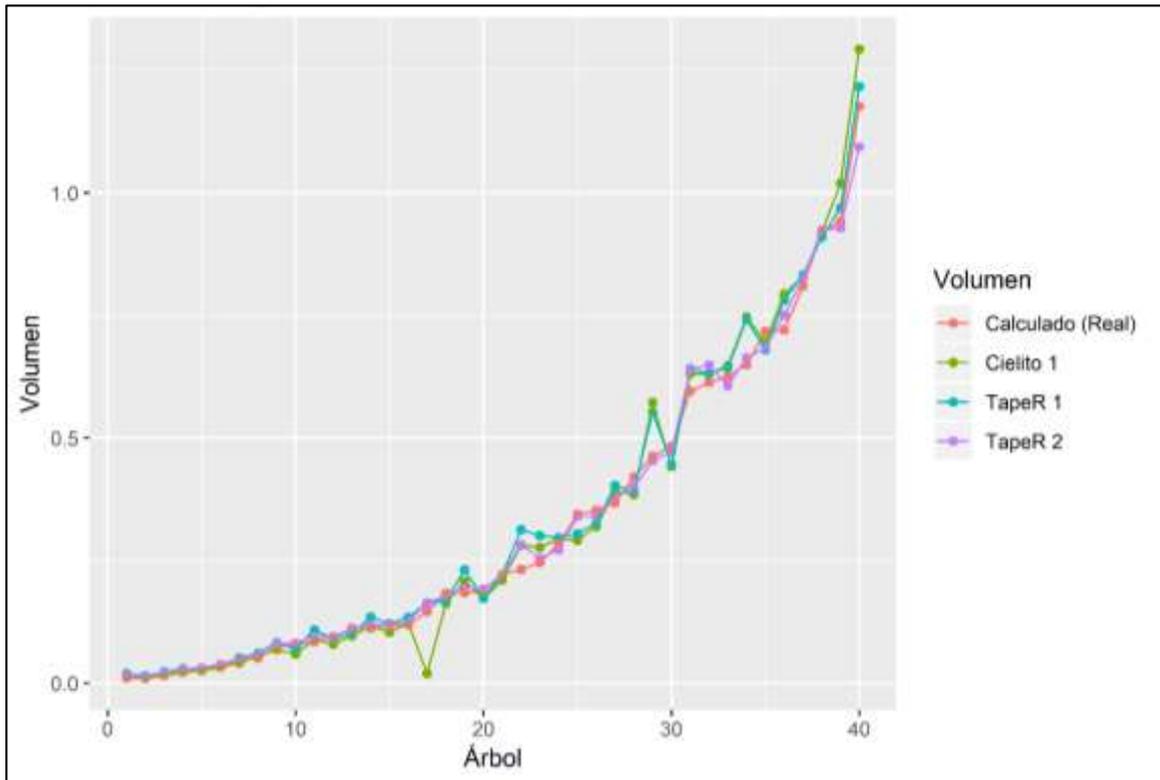


Gráfico 3. Calidad de ajuste de las funciones.

Elaborado por: Tapia (2019).

Se observa que la función “TapeR 2” presenta un mejor ajuste, ya que las distancias entre los valores reales y sus correspondientes valores estimados de volumen son en conjunto menores que las distancias presentes en las otras dos funciones.

B. PARA CUMPLIR CON EL SEGUNDO OBJETIVO

1. Calidad de estimación del volumen

Tabla 10. Expresiones matemáticas empleadas para la comparación del volumen comercial.

Función	Expresión
Función de volumen total Cielito 1	$V = KxD^2xH \left[\beta_0 + \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{3} + \frac{\beta_3}{4} + \frac{\beta_4}{5} \right]$

TapeR

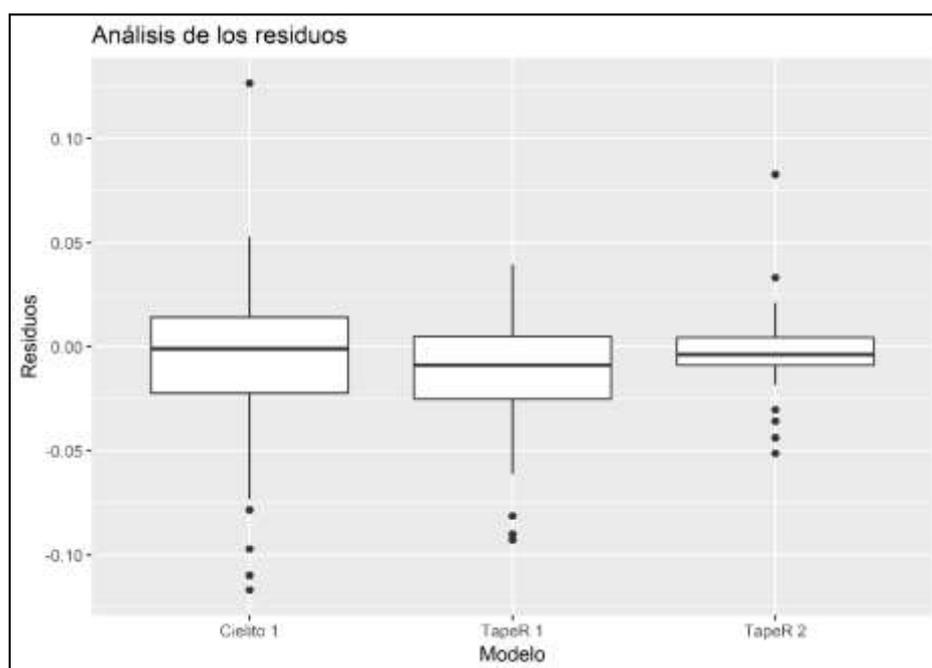
$$[VOL_A^B] = c_{[m]}E \left[\int_A^B D^2(H)dH \right]$$

D: diámetro normal (cm); H: altura total (m); K: $\pi/40000$; V: volumen fuste total con corteza (m³, las fórmulas de Smalian y del cono se utilizaron para obtener el volumen de los árboles seccionados).

Fuente: (Ramirez et al., 2018) (Kublin, Breidenbach, & Kändler, 2013)

2. Análisis de residuos

A continuación, se presenta un diagrama de caja y bigotes con la intención de



profundizar en el análisis de los residuos, tomando en cuenta que un residuo en este contexto se define como el volumen real menos el volumen estimado.

Gráfico 4. Diagrama de caja y bigotes para análisis de residuos.

Elaborado por: Tapia (2019).

En el gráfico es posible observar que la función “Cielito 1”, presenta los residuos que en valor absoluto son mayores, en general esta función subestima los valores reales de volumen. La función “TapeR 1” es un tanto mejor en calidad de estimación, pero la función “TapeR 2” presenta la mayor concentración de residuos cerca de cero, y en

comparación con las otras funciones, en conjunto tiene los menores residuos medidos en valor absoluto.

3. Bondad de ajuste

Para corroborar analíticamente los resultados presentados anteriormente, se calcularon tres medidas de bondad de ajuste para cada función, los resultados se presentan a continuación:

Tabla 11. Estadísticos de bondad de ajuste de las tres funciones de ahusamiento seleccionadas.

Medida	Función		
	<i>Cielito 1</i>	<i>TapeR 1</i>	<i>TapeR 2</i>
Coefficiente de determinación R^2 ajustado	0,985	0,988	0,995
Raíz del error cuadrático medio	0,046	0,0370	0,0225
Sesgo promedio	-0,007	-0,0140	-0,003

Los valores del coeficiente de determinación R^2 muestran que efectivamente la función “TapeR 2” explica el mayor porcentaje de variabilidad que permite estimar el volumen 0,995 (99.5%), si bien las tres funciones se aproximan al valor real, éste último minimiza los errores, lo cual se ve reflejado en la raíz del error cuadrático medio, donde el menor valor es el de la función “TapeR 2”. Es importante resaltar que las tres funciones subestiman en promedio el volumen real, pero este fenómeno se presenta con una magnitud mínima, ya que todos los sesgos promedios son muy aproximados a cero.

VIII. DISCUSIÓN

Como (Diéguez et al., 2009) menciona estos sistemas de ecuaciones son una herramienta importante para la planificación y el manejo de la especie creciendo en plantaciones, ya que disminuyen la incertidumbre al permitir cubicar y calcular los productos a extraer de un árbol. Esta incertidumbre encamina a todas las investigaciones en la búsqueda de optimizar recursos durante la etapa de aprovechamiento, enfocando sus estudios en especies de gran interés comercial.

En el caso del estudio de Ramirez et al. (2018), trabajó con *Pinus ayacahuite*. Los resultados obtenidos en su estudio muestran que la función “Cielito 2” obtuvo la mejor calificación; posee la capacidad de estimar el volumen entre dos alturas a lo largo del fuste, su utilidad mayor es para realizar la desagregación de productos maderables de árboles en pie. Este estudio realizó su procedimiento a través “MODEL” del paquete SAS/ETS.

Ahora, teniendo en cuenta que *P. ayacahuite* pertenece al mismo género que *P. radiata* la función “Cielito 2” no pudo converger, es decir los datos que particularmente se utilizaron en el presente estudio no se ajustan correctamente a esta ecuación, por lo tanto, la función quedó excluido de la comparación dentro de este estudio. Comprobando así, que las funciones ajustados van a depender mucho de cada especie y condiciones bajo las cuales este se desarrolle.

En el trabajo realizado por Pompa et al. (2009), donde se busca modelar una función de ahusamiento y volumen compatible para *Pinus arizonica*, se empleó el programa estadístico SAS y entre los ajustes de las funciones se encuentra la de Rentería de 1995 que corresponde a la función más antigua de “Cielito 1” perteneciente al mismo autor. En este caso los resultados mostraron valores más bajos de la raíz del error medio cuadrático con un valor de 3,32 evidentemente más alto al obtenido en el presente estudio de 0,046; por lo cual, con los datos obtenidos en la bondad de ajuste se evidencia que el ajuste de dicha función no presentaba resultados positivos con varias especies de Pino.

IX. CONCLUSIONES

1. La función de ahusamiento es derivable, y por lo tanto es posible el cálculo de volumen comercial compatible para las plantaciones de *Pinus radiata*, aceptando así la hipótesis alternante.
2. En la presente investigación podemos concluir que la función “TapeR 2” presentó los mejores resultados a la hora de estimar el volumen de los árboles, con un resultado del coeficiente de determinación R² de casi el 100% presentando el mejor ajuste.
3. Los resultados positivos obtenidos con la función “TapeR 2” se deben a que, entre más valores se ingresan en el programa estadístico este incrementa la precisión al momento de predecir volúmenes.
4. La función “TapeR 2” nos permitirá determinar una predicción tanto de diámetro como de volumen específica para la especie *Pinus radiata* teniendo en cuenta el sitio y descartando otras características diamétricas y edáficas.

X. RECOMENDACIONES

1. La función “TapeR 2” puede ser incorporada en sistemas de simulación de crecimiento y rendimiento para cuantificar volúmenes comerciales y en sistemas de simulación de trozado en los que se requiera conocer volúmenes acumulados hasta diferentes índices de utilización de productos demandados por la industria.
2. Durante la etapa de recolección de datos se recomienda emplear por lo menos dos herramientas de medición de diámetros para comparar la precisión que posee cada una de ellas; para evitar así, tanto errores humanos como errores instrumentales.
3. Se recomienda realizar este estudio en otros sitios para evaluar la efectividad de predicción de diámetros y volúmenes comerciales de la función “TapeR 2” con la especie *Pinus radiata* en otras localidades.

XI. RESUMEN

La presente información propone: modelar el ahusamiento de *Pinus radiata* en plantaciones pertenecientes a la empresa Aglomerados Cotopaxí S.A, ubicadas en el cantón Latacunga, provincia de Cotopaxi; el término ahusamiento se define como el cambio del diámetro conforme aumenta la altura del árbol a partir del tocón. Para describir esta variación y cuantificar las secciones del fuste de árboles en pie, se han utilizado funciones matemáticas, los cuales constituyen una herramienta estadística flexible para procesar datos y determinar existencias y productos maderables. La muestra corresponde a 40 individuos de diferentes edades la especie *Pinus radiata*; se probaron 4 funciones compatibles de ahusamiento-volumen en la predicción de diámetros fustales y volúmenes comerciales, cuyos ajustes fueron por regresión lineal y no lineal. La evaluación y selección de las funciones más apropiadas se hizo con base en indicadores estadísticos de bondad de ajuste, además de un análisis gráfico. Dada la capacidad predictiva de la función "TapeR", esta resultó ser la más adecuado para describir el perfil del fuste y determinar la distribución de productos maderables a un diámetro de punta y altura deseados. La función que presentó los mejores resultados a la hora de estimar el volumen de los árboles, obteniendo en el coeficiente de determinación R² casi el valor de 100%, presentando el mejor ajuste. Si bien las tres funciones presentan buenos, "TapeR 2" minimiza los errores, lo cual también se ve reflejado en la raíz del error cuadrático medio, donde la función con el menor valor es el de la función "TapeR 2".

Palabras clave: PLANTACIONES FORESTALES - PRODUCTOS MADERABLES - ÁRBOLES FORESTALES MADERABLES.

Por: Esthefanny Tapia



XII. SUMMARY

The present information proposes: to model the tapering of *Pinus radiata* in plantations belonging to the company Aglomerados Cotopaxi S.A, located in Latacunga canton, Cotopaxi province; the term tapering is defined as the change in diameter as the tree height increases from the stump. In order to describe this variation and quantify the sections of standing trees shaft, mathematical functions have been used, which constitute a flexible statistical tool to process data and determine wood stocks and timber products. The sample corresponds to 40 individuals of different ages of the *Pinus radiata* species; 4 compatible taper-volume functions were tested in the prediction of stem diameters and commercial volumes, whose adjustments were by linear and non-linear regression. The evaluation and selection of the most appropriate functions was based on fitting goodness statistical indicators, in addition to a graphical analysis. Given the predictive capacity shown by the "TapeR" function, this proved to be the most appropriate to describe the shaft profile and determine the distribution of timber products at a desired height and tip diameter. The function that presented the best results when estimating the trees volume, obtaining in the coefficient of determination R^2 almost the value of 100%, presenting the best fit. While all three functions have demonstrated proper, "TapeR" 2 minimizes errors, which is also reflected on the root of the mean square error, where the function with the lowest value is adequate to the "TapeR 2" function.

Keywords: FOREST PLANTATIONS - TIMBER PRODUCTS - TIMBER FOREST TREES.



XI. BIBLIOGRAFÍA

- Asturnatura. (2009). *Pinus radiata D. Don*. Recuperado de: <https://www.asturnatura.com/especie/pinus-radiata.html> el 04/08/2019.
- Avery, T., & Burkhart, H. (2015). *Forest measurements* (3^a ed.). Texas - USA: Publicaciones: Waveland Press.
- Barrios, A., Lopez, A., & Nieto, V. (2014). *Predicción de volúmenes comerciales de Eucalyptus grandis a través de modelos de volumen total y de razón*. Colombia Forestal, 17(2): 137.
- Bruce, D., Curtis, O., & Vancoevering, C. (1968). *Development of a system of taper and volume tables for red alder*. Forest Science, 14(3): 339–350.
- Cancino, J. (2012). *Dendrometría básica*. Universidad de Concepción. Facultad de Ciencias Forestales. Chile.
- Cao, Q., Burkhart, H., & Max, T. (1980). *Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit*. Forest Science, 26(1): 71–80.
- Carrere, R. (2005). *Pinos y eucaliptos: símbolos de un modelo destructivo*. Recuperado de: <https://wrm.org.uy/> el 30/07/2019.
- Clutter, J. (1980). *Development of a taper functions from variable for merchantable volume equations*. Forest Science, 26(1): 117–120.
- Contreras, C. (1997). *Ecuaciones de volumen y funciones de ahusamiento para Pinus durangensis Mart y Pinus teocote Schl. eí. Cham. del Ejido Vencedores, San Dimas, Durango, Mexico* (Tesis de postgrado). Universidad Autónoma de Nuevo León. México.
- Corvalán, P., & Hernández, J. (2008). *Funciones de ahusamiento*. Recuperado de: https://www.ucursos.cl/forestal/2009/2/EF024/1/material_docente/previsualizar?id_material=481443 el 30/07/2019.

- Albukrek, F. (2015). Paquete "TapeR". Recuperado de: <https://cran.r-project.org/web/packages/TapeR/TapeR.pdf> el 22/10/2019.
- De los Santos, H. (2017). *Sistema de cubicación para árboles individuales de tectona grandisl. f. mediante funciones compatibles de ahusamiento-volumen*. Revista de Ciencias Forestales, 5(21): 3-8.
- Devia, C. (2003). *Valoración de la madera en pie. Una alternativa para el manejo adecuado de los recursos forestales*. Recuperado de: <http://www.fao.org/3/XII/0167-A2.htm> el 30/07/2019.
- Diéguez, U., Rojo, A., Castedo, F., Alvarez, J., Barrio, M., Crecente, F., & Sánchez, F. (2009). *Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia* (1ª ed.). Galicia-España: Tórculo Artes Gráficas.
- Ecuador Forestal. (2012). *Agglomerados Cotopaxi- Una industria forestal de calidad*. Recuperado de: <https://ecuadorforestal.org/actualidad-forestal/ecuador-apuesta-por-convertirse-en-una-potencia-forestal/> el 15/08/2019.
- Ecuador Forestal. (2013). *Planificación estratégica plantaciones forestales en el Ecuador*. Recuperado de: https://ecuadorforestal.org/wp-content/uploads/2013/03/PE_Plantaciones.pdf el 16/08/2019.
- /Ecuador Forestal. (2015). *Pino. Ficha Técnica N°11* Recuperado de: <http://ecuadorforestal.org/download/contenido/pino.pdf> el 15/08/2019.
- Fang, Z., & Bailey, R. (1999). *Compatible volume and taper models with coefficients for tropical species on Hainan Island in Southern China*. Forest Science, 45(1): 85–100.
- García, O. (1995). *Apuntes de mensura forestal*. Recuperado de: <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/colfor/index> el 30/07/2019.
- Gil, C. (2018). *R para profesionales de los datos: una introducción*. Recuperado de: https://www.datanalytics.com/libro_r/paquetes.html el 05/11/2019.

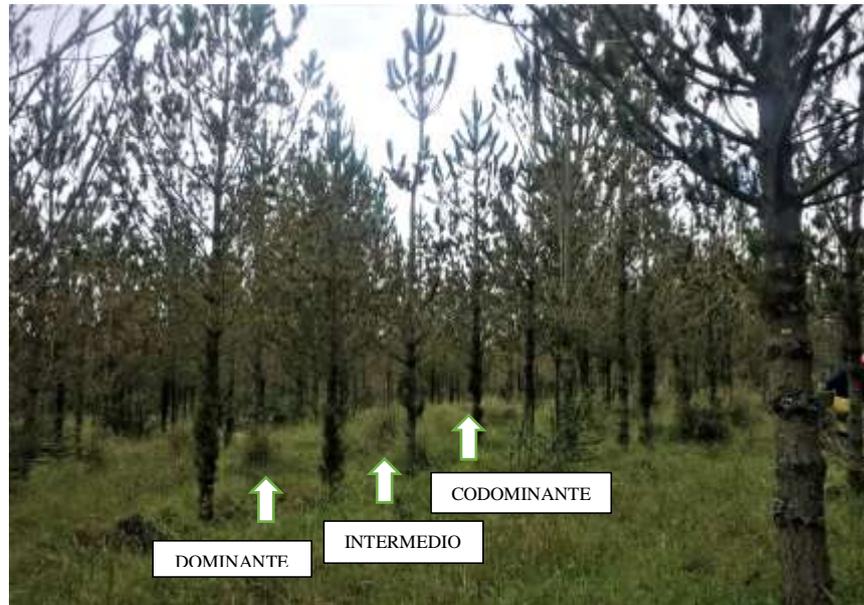
- Hofstede, R., Lips, J., & Jongsma, W. (1998). *Geografía, ecología y forestación de la Sierra alta del Ecuador* (1ª ed.). Quito - Ecuador: Abya - Yala.
- Holley, A., Lynch, T., Stiff, C., & Stansfield, W. (2010). *Segmented polynomial taper equation incorporating years since thinning for loblolly pine plantations*. Forest Service, Southern Research Station. 121(1): 547–548.
- Juárez, Y. (2014). *Dasometría: apuntes de clase y guía de actividades prácticas* (1ª ed.), Cochabamba - Bolivia: Yner Juárez Félix.
- Kozak, A. (1988). *A variable-exponent taper equation*. Canadian Journal of Forest Research, 18(4): 1363–1368.
- Kozak, A., Munro, D., & Smith, J. (1969). *Taper Functions and their application in forest inventory*. The Forestry Chronicle, 45(4): 278–283.
- Kublin, E., Breidenbach, J., & Kändler, G. (2013). *A flexible stem taper and volume prediction method based on mixed-effects B-spline regression*. European Journal of Forest Research, 132(1): 983-997.
- Martínez, C. (2006). *Atlas socioambiental de Cotopaxi*. Recuperado de: <https://biblio.flacsoandes.edu.ec/libros/digital/43289.pdf> el 30/07/2019.
- Martínez, I. (1973). *Estado nutritivo y recomendaciones de fertilización para Pino radiata*. Euskadi Forestal, 61(1): 1-6.
- Ministerio del Ambiente. (2004). *Normativa N° 40 Acuerdo Ministerial del 4 de Junio del 2004, expedido por el Ministerio de Ambiente, sobre las “Normas para el aprovechamiento de madera en bosques cultivados y de árboles en sistemas agroforestales*. Recuperado de <http://extwprlegs1.fao.org/docs/pdf/ecu126871.pdf> el 25/07/2019.
- Ministerio del Ambiente. (2014). *Estadísticas de Patrimonio Natural*. Recuperado de: <http://suia.ambiente.gob.ec/documents/10179/346525/ESTADISTICAS+DE+PATRIMONIO+FINAL.pdf/b36fa0a7-0a63-4484-ab3e-e5c3732c284b> el 25/07/2019.
- Mussetta, P., & Barrientos, M. (2015). *Vulnerabilidad de productores rurales de*

- Mendoza ante el cambio ambiental global: clima, agua, economía y sociedad.*
Revista de La Facultad de Ciencias Agrarias, 47(2): 8-16.
- Ormerod, D. (1973). *A simple bole model.* The Forestry Chronicle, 49(3): 136–138.
- Paradis, E. (2003). *R para Principiantes* (1ª ed.). Francia: Montpellier.
- Pérez, M. (2004). *Compatibilidad de funciones de volumen y ahusamiento para renovales de Roble en la Décima Región.* Recuperado de: <http://cybertesis.uach.cl/tesis/uach/2004/fifp438c/sources/fifp438c.pdf> el 15/08/2019.
- Pompa, M., Hernández, C., Prieto, J., & Dávalos, R. (2009). *Modelación del volumen fustal de Pinus durangensis en Guachochi, Chihuahua, México.* Madera Bosques, 15(1): 61–73.
- Ponce, D. (2000). *Cotopaxi: 9.058 has. en plena explotación.* Recuperado de: <http://hoy.tawsa.com/noticias-ecuador/cotopaxi-9-058-has-en-plena-explotacion-74811.html> el 15/07/2019.
- Pourrut, P. (1995). *El agua en el Ecuador. Clima, precipitaciones, escorrentía.* (1ª ed.). Quito - Ecuador: Corporación Editora Nacional.
- Prodan, M. (1997). *Mensura forestal. Agroamerica* (1ª ed.). San José - Costa Rica: IICA
- Ramírez, A., Quiñonez, G., Santiago, W., & Ruiz, F. (2018). *Modelación del perfil fustal y volumen total para Pinus ayacahuite Ehren.* Madera Bosques, 24(2): 4–5.
- Ramírez, C., & Kleinn, C. (2001). *Manual de Campo.* Recuperado de: <http://www.fao.org/forestry/10357-013d37493afdbfa17dfe49db9a083df72.pdf> el 30/07/2019.
- Ramos, J., García, J., Hernández, J., García, X., Velarde, J., Muñoz, H., & García, G. (2018). *Ecuaciones y tablas de volumen para dos especies de Pinus de la Sierra*

- Purhépecha, Michoacán*. Revista Mexicana de Ciencias Forestales, 5(23): 92–109.
- Rentería, J., Ramírez, M., & Zamudio, S. (2006). *Sistema de cubicación para Pinus cooperi Blanco mediante ecuaciones de ahusamiento en San Dimas, Durango*. CEVAG, 23(1): 123.
- Romahn, F., & Ramírez, H. (2010). *Dendrometría* (1ª ed.). Chapingo - México: División de Ciencias Forestales.
- Albukrek, F, (2015). Producto de *RStudio*. Recuperado de: <https://rstudio.com/products/rstudio/> el 05/11/2019.
- Rivas, D. (2010). *Aparatos de medición de alturas*. Recuperado de: <http://dasometria0910.blogspot.com/> el 15/09/2019.
- Vergara, K. (2004). *Respuesta del inóculo Micorrizal del hongo Scleroderma ve"ucosum en la producción de plántulas de Pinus radiata D. Don en Jauja* (Tesis de grado. Ingeniero Forestal). Universidad Nacional Agraria La Molina. Lima - Perú.
- Vinueza, M. (2013). *Fichas técnica especies forestales Ecuador, Ficha n° 13 Pinus radiata*. Recuperado de: <https://ecuadorforestal.org/fichas-tecnicas-de-especies-forestales/ficha-tecnica-no-13-pino-pinus-radiata/> el 30/07/2019.
- Zhang, L., Peng, S., Huang, S., & Zhou, X. (2002). *Development and evaluation of ecoregion-based jack pine height-diameter models for Ontario*. The Forestry Chronicle, 78(4): 530-538.

XII. ANEXOS

Anexo 1. Selección de árboles para el estudio.



Anexo 2. Medición del DAP y alturas.



Anexo 3. Apeado de árboles seleccionados.



Anexo 4. Proceso de desramado.



Anexo 5. Medición de diámetro con corteza y sin corteza del tocón.



Anexo 6. Medición de la longitud total y señalamiento de cada sección.



Anexo 7. Medición de diámetro con corteza de cada sección.

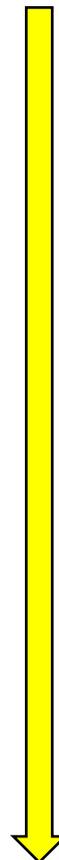


Anexo 8. Proceso de descortezamiento.



Anexo 13. Base de datos en Excel

Especie	Rodal	Fecha de medición	N° Arbol	N° sección	Diámetro cc (cm)	Diámetro sc (cm)	RESTA
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	0	32,00	28,00	4,00
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	1	27,00	23,80	3,20
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	2	24,50	22,20	2,30
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	3	23,40	21,70	1,70
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	4	22,50	21,00	1,50
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	5	21,70	20,00	1,70
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	6	21,30	19,60	1,70
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	7	20,70	19,10	1,60
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	8	20,40	18,70	1,70
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	9	20,00	18,50	1,50
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	10	19,60	18,10	1,50
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	11	19,00	17,80	1,20
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	12	18,60	17,40	1,20
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	13	18,10	17,10	1,00
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	14	17,50	16,40	1,10
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	15	17,00	15,70	1,30
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	16	16,30	15,30	1,00
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	17	14,80	14,20	0,60
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	18	13,90	13,30	0,60
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	19	13,50	12,70	0,80
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	20	12,70	11,90	0,80
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	21	12,00	11,40	0,60
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	22	11,60	10,80	0,80
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	23	11,20	10,50	0,70
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	24	10,70	9,90	0,80
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	25	7,40	7,30	0,10
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	26	6,50	6,00	0,50
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	27	6,00	5,30	0,70
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	28	5,40	4,70	0,70
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	29	4,90	4,00	0,90
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	30	3,70	2,90	0,80
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	31	2,70	2,10	0,60
<i>P.radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	32	2,20	1,30	0,90



Anexo 14. Resta entre el diámetro con corteza y el diámetro sin corteza.

  										
BASE DE DATOS PARA LA DETERMINACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO PARA PARA <i>Pinus radiata</i>										
Especie	Rodal	Fecha de medición	N° Arbol	N° sección	Diámetro cc (cm)	Diámetro sc (cm)	Largo sección (m)	DAP cc(cm)	DAP sc (cm)	HT (m)
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	0	10,30	8,20	0,05	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	1	9,00	7,80	0,45	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	2	8,40	7,30	1,00	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	3	8,20	7,20	1,50	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	4	8,00	7,00	2,00	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	5	7,40	6,80	2,50	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	6	7,30	6,60	3,00	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	7	6,80	6,20	3,50	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	8	6,30	6,00	4,00	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	9	6,00	5,80	4,50	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	10	5,90	5,60	5,00	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	11	5,80	5,40	5,50	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	12	5,50	5,20	6,00	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	13	5,40	5,00	6,50	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	14	5,00	4,80	7,00	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	15	4,70	4,40	7,50	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	16	4,40	4,10	8,00	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	17	4,10	4,00	8,50	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	18	3,30	3,10	9,00	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	19	3,10	2,80	9,50	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	20	2,20	2,00	10,00	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	21	1,80	1,60	10,50	8,30	7,20	11,00
<i>P.radiata</i>	0302 A2	24/4/2019	21	22	0,60	0,40	11,00	8,30	7,20	11,00

Anexo 15. Cubicación de trozas y cálculo de volumen comercial.

Especie	Rodal	Fecha de medición	Nº Arbol	Nº sección	Diámetro cc (cm)	Largo sección (m)	DAP cc(cm)	DAP sc (cm)	LT(m)	HT (m)	VOLUMEN COMERCIAL		
											V Troza	V ac	VT
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	0	33,00	0,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0	0	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	1	27,00	0,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0,03442	0,03442	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	2	24,50	1,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0,02610	0,06052	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	3	23,40	1,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0,02254	0,08306	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	4	22,50	2,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0,02069	0,10375	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	5	21,70	2,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0,01919	0,12293	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	6	21,30	3,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0,01815	0,14109	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	7	20,70	3,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0,01732	0,15841	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	8	20,40	4,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0,01658	0,17499	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	9	20,00	4,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0,01603	0,19102	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	10	19,60	5,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0,01540	0,20642	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	11	19,00	5,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0,01463	0,22105	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	12	18,60	6,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0,01388	0,23493	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	13	18,10	6,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0,01323	0,24815	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	14	17,50	7,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0,01245	0,26060	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	15	17,00	7,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0,01169	0,27229	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	16	16,30	8,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0,01089	0,28318	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	17	14,80	8,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0,00952	0,29270	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	18	13,90	9,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0,00809	0,30079	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	19	13,50	9,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0,00737	0,30816	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	20	12,70	10,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0,00675	0,31491	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	21	12,00	10,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0,00599	0,32090	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	22	11,60	11,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0,00547	0,32637	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	23	11,20	11,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0,00511	0,33148	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	24	10,70	12,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0,00471	0,33619	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	25	7,40	12,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0,00332	0,33951	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	26	6,50	13,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0,00190	0,34142	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	27	6,00	13,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0,00154	0,34295	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	28	5,40	14,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0,00128	0,34423	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	29	4,90	14,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0	0,34423	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	30	3,70	15,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0	0,34423	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	31	2,70	15,55	23,90	21,90	16,45	16,00	0	0,34423	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	32	2,20	16,05	23,90	21,90	16,45	16,00	0	0,34423	0,34423
<i>P. radiata</i>	0102 A2	15/4/2019	1	33	0,001	16,45	23,90	21,90	16,45	16,00	0	0,34423	0,34423

Anexo 16. Gráfica de evaluación de DAP con corteza vs Volumen comercial.